Universidad Nacional de La Matanza
Florencio Varela 1903 - San Justo - Buenos Aires - Argentina

Aprendiendo Matemática desde los Conceptos

DIRECTOR: MARÍA EUGENIA ÁNGEL

INVESTIGADORES: LAURA POLOLA
GRACIELA FERNÁNDEZ
MÓNICA BORTOLOTTO
MIRIAM ECALLE

INFORME FINAL

Código del trabajo: B077

Abril de 2003

Presentación

Introducción

La presente investigación constituye un eslabón más en la continua labor de este equipo de docentes investigadoras, cuyo rasgo característico es la necesidad y búsqueda permanente del mejoramiento de la calidad de la enseñanza de la Matemática.

El interés por esta temática surgió naturalmente y desde hace bastante tiempo, como consecuencia del modo de abordar la rica tarea cotidiana, que siempre presenta nuevas cuestiones que dan lugar a la reflexión, en busca de ideas acerca de cómo evolucionar en la educación matemática en concordancia con el entorno y las condiciones de trabajo en el aula.

Desde distintas áreas de la educación matemática confluyen los resultados de las investigaciones realizadas previamente a la formación del equipo actual, dando lugar a una visión que intentó ser abarcativa, conciente y práctica de las problemáticas que se trataron a lo largo de esta labor que recién culmina.

Este trabajo de investigación es la continuación y complemento del trabajo *Estrategias para aprender a aprender en matemática*[1] realizado por las mismas investigadoras en la Universidad Nacional de La Matanza, ámbito donde ejercen la docencia y la investigación desde hace varios años, dos de ellas desde los inicios de la misma.

La problemática inductora del tema fue el deseo de encontrar y desarrollar métodos de trabajo áulico que permitieran facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y dieran por resultado una disminución de las dificultades que cotidianamente presentan los alumnos. Frecuentemente se observa en ellos una conceptualización preca-

[1] "Estrategias para aprender a aprender en Matemática". UNLM. 1999-2001

ria o errónea, lo cual conlleva a la necesidad de encontrar actividades que tiendan a revertir tal situación.

Es en la instancia de ingreso a la Universidad, el comienzo de la formación profesional, donde el alumno debe construir las bases o pilares del aprendizaje efectivo, para luego poder abordar temáticas de mayor complejidad.

Debería ser natural identificar el aprendizaje real y efectivo de la Matemática con la conceptualización de los contenidos, que supera ampliamente el frecuente tratamiento mecanicista de los mismos, ya que es incompleto -como aprendizaje- el mero uso de habilidades adquiridas en forma mecánica.

Abocados a lograr dicha conceptualización, se trató de estudiar el desarrollo de actividades factibles que tiendan a ello. *El aprendizaje conceptual, es uno de los factores principales que permite descubrir conscientemente el por qué, para qué y el significado de un problema en relación a los conceptos presentes en él, y así encontrar el camino para resolverlo efectivamente (el cómo).*

Aprender Matemática desde los conceptos supone asumir el aprendizaje desde el núcleo mismo de la ciencia.

Fundamentos teóricos

En los últimos años los conceptos "*entender*" y "*conceptualizar*" han sido objeto de estudio de especialistas de diversas disciplinas.

Las raíces desde donde se desarrollan las teorías matemáticas se tornan en el centro de estudio para lograr sustentar el aprendizaje conceptual, y desde allí, permitir comprender la Matemática reflexivamente.

La adquisición de conceptos

Los cimientos a los que se hace referencia son los conceptos matemáticos. Éstos se reúnen para formar estructuras conceptuales, denominadas esquemas (Skemp, 1993)

Para caracterizar estas nociones, el autor explica que la experiencia juega un rol predominante para la construcción de conceptos.

En una situación que apele a la utilización de un objeto determinado -como idea previa a la noción de concepto- se da un proceso natural e intuitivo de clasificación de las experiencias previas, para luego tratar de incluir la experiencia presente en una de esas clases: se trata de acomodar la experiencia pasada a la situación presente. Se dice que el proceso desarrollado es natural e intuitivo ya que se observa –según el mismo Skemp- desde las primeras experiencias de aprendizaje en lactantes.

La representación que se evoca en sucesivas oportunidades permite realizar abstracciones de las propiedades invariantes del objeto, que persisten en la memoria por más tiempo. Luego de realizadas estas abstracciones, toda experiencia posterior que promueva establecer similitudes o diferencias entre ellas e ideas de índoles diversas, favorecen la caracterización de un objeto a través de sus propiedades invariantes, adquiriendo éstas un carácter funcional y no perceptivo. **Al resultado de un proceso que permite abstraer, es decir de una abstracción , se lo identifica como concepto.**

En resumen, **para la formación de un concepto se requiere un cierto número de experiencias que tengan algo en común. Cuanto mayor es la frecuencia con que aparece un objeto, más rápidamente se conceptualiza.**

Una de las técnicas que permite arribar a esa meta es la utilización de **contrastes** (contraejemplos), ya que los objetos que se destacan, se recuerdan más fácilmente; y hacen más notorias las similitudes entre objetos de una misma categoría.

Cuando la clasificación de conceptos adquiridos se realiza de manera flexible permite darles un rasgo de adaptabilidad. Dentro de las pautas de clasificación aparecen la denominación y la función del concepto, la primera hace que el lenguaje esté íntimamente ligado a su formación.

Es menester detenerse aquí en la diferencia que existe entre dos tipos de conceptos: los primarios (que dependen de la experiencia sensorial propia en relación al mundo exterior), y los secundarios o de orden superior (los que son abstraídos de otros).

Dar una definición de un concepto primario añade precisión a sus fronteras y alcances. Pero los de orden superior no pueden comunicarse mediante una definición.

Con respecto a esto, Skemp establece dos ***principios de la enseñanza conceptual***:

- ***Primer principio:*** para introducir un concepto de orden más elevado o superior que aquellos que una persona ya posee, ésta debe enfrentarse a una colección adecuada de ejemplos. Los ejemplos deben ser similares en las vías en que han de abstraerse, aunque a medida que el concepto va consolidándose más fuertemente, pueden aparecer propiedades no escenciales que difieran de las propiedades conceptuales en ejemplos más difíciles, para acentuar sus características intrínsecas.

- ***Segundo principio:*** los conceptos de orden más bajo necesariamente deben estar presentes antes de la siguiente etapa de abstracción. Menciona los conceptos llamados contributorios como antesala de una comunicación de uno nuevo. Éstos deben estar disponibles y deben distinguirse para su utilización, es decir que, primeramente, debe asegurarse que ya estén formados en la estructura conceptual del que aprende.

Uno de los modos de evocar un concepto es causar su principio de funcionamiento. Esto puede realizarse trabajando un ejemplo del mismo. Así el concepto entra en acción, como forma de clasificar el ejemplo, siendo una experiencia de reconocimiento. También, puede hacerse conciente alguna denominación del concepto, nombrándolo o simbolizándolo de manera escrita u oral.

La capacidad de aislar conceptos a partir de algunos ejemplos que hacen que ellos surjan, es una habilidad humana que trasciende las fronteras de la intuición o el instinto. Esto los hace separables de las experiencias sensoriales de las que se originan. Esta separabilidad se relaciona con la posibilidad de abstraer, pues cuanto más fuerte sea la organización mental basada no en datos sensoriales, sino en similitudes entre ellos, se espera que mayor sea su capacidad para funcionar como una entidad independiente.

La construcción efectiva de un sistema conceptual es algo que cada individuo ha de hacer por sí mismo.

El análisis conceptual implica mucho más trabajo que el dar una definición de un concepto.

Una consecuencia de los principios mencionados es que en la construcción de una estructura de abstracciones sucesivas, si un nivel dado se comprende imperfectamente, cualquier derivación de él se encuentra en peligro.

El pensamiento conceptual confiere al usuario un poder mayor para adaptar su conducta al ambiente. El poder de los conceptos proviene de su capacidad para combinar y relacionar muchas experiencias diferentes, y a mayor abstracción se tiene más capacidad para lograrlo.

"La matemática es el más abstracto y también el más poderoso de todos los sistemas teóricos. Este poder, y su problema particular, estriba en su gran abstracción y generalidad, lograda por generaciones sucesivas de matemáticos teóricos que han producido no un proceso, sino sistemas de procesos de datos."

La importancia de los esquemas

Skemp se refiere a los esquemas partiendo del término psicológico que se utiliza para denominar a una estructura mental. De hecho no sólo se trata de la estructura jerárquica de los conceptos, sino también de otra estructura de relaciones individuales y clases de relaciones que forman articulaciones cruzadas con la primera estructura.

Otra fuente de articulaciones cruzadas surge de la capacidad de "transformar" una idea en otra, lo que se llama una función. Esto muestra la riqueza y variedad de métodos por los cuales pueden interrelacionarse conceptos y las estructuras resultantes.

Las dos funciones primordiales que tiene un esquema son: integrar conocimientos ya existentes y ser un instrumento mental para la adquisición de un nuevo conocimiento.

- La integración se da al reconocer un ejemplo en relación a un concepto, ya sea como entidad o como miembro de una clase.
- El carácter de ser un instrumento se relaciona con el segundo principio del aprendizaje conceptual ya tratado y lo generaliza, pues establece la dependencia del nuevo aprendizaje de la disponibilidad de un esquema idóneo.

El autor refiere casos concretos donde el uso de esquemas como herramienta permitió hacer explícitas las interrelaciones de la estructura conceptual del material aprendido, comprobándose que la durabilidad de los aprendizajes era dos veces mayor en un corto plazo que los aprendizajes mecanizados realizados "de memoria", y siete veces mayor luego de cuatro semanas. Su conclusión es que el aprendizaje esquemático no solo se adquiría mejor, sino que también era mejor retenido.

Como tercera ventaja sobre el aprendizaje memorístico se observa que el uso de esquemas consolida los aprendizajes previos, dado su carácter revisionista.

El uso de esquemas no es tarea fácil y puede resultar riesgosa si no es realizada adecuadamente.

Skemp menciona el riesgo de la autoperpetuación de los esquemas existentes. Esquemas planteados como estables pueden obstaculizar el tratamiento de situaciones para las que no resultan adecuados. Esta estabilidad atenta contra la adaptabilidad con la que debe contar un esquema.

En lugar de un esquema estable, por medio del cual un individuo organiza su experiencia pasada y asimila nuevos datos para sí, el esquema debe acomodarse a la nueva situación. Un cierto grado de acomodación es inseparable de la asimilación, pues cuando un esquema incorpora nuevos datos, ya no será el mismo que antes. Una faceta importante de la acomodación es que el esquema original no se derriba, sino que pasa a formar parte de uno nuevo.

Las dificultades de acomodación pueden ocurrir, de hecho en la historia de las ciencias las ha habido y muchas, debido a la importancia de los esquemas internalizados y la resistencia que opone a los cambios que los involucran. Se trata de reacciones de naturaleza defensiva ante nuevas ideas que amenazan arruinarlos.

La comprensión como concepto

Para Skemp, "*comprender algo es asimilarlo dentro de un esquema adecuado*". Este es un proceso que nunca termina. La creencia que uno ya comprende totalmente constituye un obstáculo para el incremento de la comprensión ulterior.

Una de las ideas más extensamente aceptadas de la educación de la matemática es que los estudiantes deben comprenderla.

Sierpinska (1994) comienza su libro sobre la forma de entender en matemáticas con interrogantes como: " *¿cómo enseñar de modo que los estudiantes entiendan?, ¿qué no entienden exactamente?, ¿qué entienden y cómo?* "

Según Godino y Batanero (1996) "*Caracterizar la noción de entender de una manera que destaque su evolución e identificar los actos pedagógicos que lo promueven, representa problemas continuamente.*"

Desde este enfoque, se plantea el discernir entre los actos de comprender y la realización de procesos pertinentes para lograrlos; es decir, relacionar la "buena comprensión" de una situación matemática (concepto, teoría, problema) con la secuencia de actos requeridos para superar los obstáculos específicos de esta situación.

Para estos autores, se requieren preguntas que indaguen por ejemplo: *"¿Cuál es la estructura del objeto que se debe entender? ¿Qué formas de entender existen para cada concepto? ¿Cuáles son los aspectos o los componentes posibles y deseables de los conceptos matemáticos para que los estudiantes aprendan en un momento dado y bajo ciertas circunstancias? ¿Cómo se desarrollan estos componentes?"*

Si se considerara el conocimiento matemático sólo como información internamente representada, sería excesivamente reduccionista pues se adoptaría la visión de la actividad matemática como un mero tratamiento de la información. Las teorías de la comprensión derivadas de esta concepción no describen adecuadamente los procesos de enseñanza y de aprendizaje sociales y culturales de los aspectos de la matemática, sino que resultan incompletas.

Una teoría sobre cómo entender abstracciones matemáticas se debe apoyar por una teoría anterior referente a la naturaleza de éstas.

La teoría de Godino y Batanero, a la que se está haciendo referencia, se basa en las asunciones epistemológicas y cognoscitivas siguientes, que consideran algunas tendencias recientes en la filosofía de las matemáticas:

a) La matemática es una actividad humana que implica la solución de situaciones problemáticas. Al encontrar las respuestas o las soluciones a problemas externos e internos, los objetos matemáticos emergen y se desarrollan progresivamente. Según las teorías del constructivismo de Piaget, en los actos de la persona se deben considerar la fuente genética de la conceptualización matemática.

b) Los problemas matemáticos y sus soluciones se comparten en las instituciones o los grupos específicos implicados en estudiar tales problemas. Así, los objetos matemáticos son entidades culturales socialmente compartidas.

c) La matemática es una lengua simbólica en la cual se expresan los problemas-situaciones y las soluciones encontradas. Los sistemas de símbolos matemáticos tienen una función comunicativa y un papel instrumental.

d) La matemática es un sistema conceptual lógicamente organizado. Una vez que un objeto matemático se haya aceptado como parte de este sistema, puede también ser considerado como una realidad textual y componente de la estructura global. Puede ser dirigido en su totalidad para crear los nuevos objetos matemáticos, ensanchando la gama de herramientas matemáticas y al mismo tiempo, introduciendo nuevas restricciones en el trabajo y el lenguaje matemáticos.

Para construir este modelo se toma la noción de situación problemática como idea primitiva. Los problemas no aparecen en el aislamiento; la variación sistemática de las variables que intervienen en ellos produce diversos campos de problemas, compartiendo representaciones, soluciones similares, etc.

Cada contenido a tratar se involucra en diversos tipos de prácticas, en las acciones previstas para solucionar un problema matemático, para comunicar la solución, para validar o para generalizar esa solución a otros ajustes. La génesis del conocimiento de un tema se presenta como consecuencia de la interacción de ese tema con el campo de problemas, que es mediado por el contexto socio-cultural.

La matemática está dividida y lógicamente estructurada en un sistema conceptual. El eje del proceso para su comprensión debe contener las siguientes categorías: *intuitiva (operativa), declaratoria (comunicativa), argumentativa (validación), y estructural (institucionalizada).*

El trabajo heurístico

Según Lakatos (1976) *"La metodología euclídea ha desarrollado un estilo necesario de presentación –modelo deductivista-. Este estilo comienza con la enunciación de una penosa lista de axiomas, lemas y/o definiciones. Los axiomas y definiciones parecen con frecuencia artificiales y mistificadoramente complicados. Nunca se nos dice cómo surgieron esas complicaciones*."

"Las matemáticas se presentan como un conjunto siempre creciente de verdades eternas e inmutables, en el que no se dejan entrar los contraejemplos, las refutaciones o la crítica. El tema de estudio se recubre de un aire autoritario, al comenzar con una exclusión de monstruos disfrazada con definiciones generadas por la prueba y con el teorema completamente desarrollado, así como al suprimir la conjetura original, las refutaciones y la crítica de la prueba.

El estilo deductivista esconde la lucha y oculta la aventura.

Toda la historia se desvanece, las sucesivas formulaciones tentativas del teorema a lo largo del procedimiento probatorio se condenan al olvido, mientras que el resultado final se exalta al estado de infalibilidad sagrada"

Inmediatamente, el autor aclara que en las ciencias se sigue el patrón inductivista. Pone como ejemplo un informe "ideal" escrito bajo ese patrón, indicando que *"comienza con una concienzuda descripción del aparato experimental, seguida de la descripción del experimento y su resultado, pudiendo concluir con una "generalización". No obstante la situación problemática, la conjetura que el experimento ha de contrastar, permanece oculta."*

Para Lakatos, los defensores del estilo deductivista pretenden que la deducción es "el" patrón heurístico de las matemáticas y que la lógica del descubrimiento es la deducción.

Para contrastar con el enfoque heurístico, insiste en que *"el estilo deductivista desgaja las definiciones generadas por la prueba de sus pruebas "antepasadas" y las presenta aisladamente de un modo artificial y autoritario. Oculta los contraejemplos globales que han llevado a su descubrimiento.*

Por el contrario, el estilo heurístico pone en el candelero esos factores y hace hincapié en la situación problemática: hace hincapié en la "lógica" que ha dado a luz un nuevo concepto".

En sus orígenes la heurística era una ciencia cuya estructura estaba poco definida y se relacionaba con la Lógica, la Filosofía y la Psicología. Tenía por objeto el estudio de las reglas y de los métodos del descubrimiento y de la invención. Los ensayos más conocidos sobre la costrucción de un sistema heurístico, son debidos a Descartes y a Leibnitz (filósofos y matemáticos célebres). A mediados del siglo XX estaba ya prácticamente olvidada y en ese momento, Polya trató de revivirla.

Para este autor *"**la heurística moderna** trata de comprender el método que conduce a la resolución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso... Un estudio serio de heurística debe tener en cuenta el trasfondo tanto lógico, como psicológico; no deben descuidarse las aportaciones al tema hechas por autores tales como Pappus, Descartes, Leibnitz y Bolzano, pero debe apegarse a la experiencia objetiva. Una experiencia que resulta a la vez de la resolución de problemas y de la observación de los métodos del prójimo, constituye la base sobre la cual se construye la heurística... Un tal estudio tiene objetivos prácticos; una mejor comprensión de las operaciones mentales típicamente útiles en la solución de un problema puede, en efecto, influir en los métodos de la enseñanza, en particular en lo que se refiere a las matemáticas".*

En síntesis, se pueden extraer los aspectos fundamentales en los que se basa la presente investigación:

- *La enseñanza conceptual*
- *La construcción individual del esquema conceptual*
- *La integración de conocimientos previos para producir nuevos*
- *Las situaciones problemáticas como eje de los contenidos*

Para poder concretar en acciones estos aspectos se implementó una metodología de enseñanza estratégica. En los siguientes párrafos se extractan algunas reflexiones en las que se fundamenta este tipo de metodología de trabajo aúlico.

Pozo[2] en una entrevista realizada en el marco del II Congreso Internacional de Educación "Debates y Utopías" en España, en julio de 2000, afirmó:

"...hace tiempo que se ha detectado, tanto en el nivel secundario como en la universidad, que los alumnos tienen graves deficiencias a la hora de enfrentar las demandas de estudio

[2] El Profesor Juan Ignacio Pozo es profesor e investigador de la Facultad de Psicología de la Universidad Autónoma de Madrid. Sus trabajos sobre psicología del aprendizaje, y en especial sobre aprendizaje de las ciencias, son muy conocidos. Últimamente se estuvo ocupando de tres líneas de investigación: aprendizaje

y de aprendizaje que les plantea la enseñanza. Estamos investigando cuáles son esas dificultades, qué tipo de estrategias son las que la enseñanza en estos niveles está requiriendo y también, cómo se adquieren estas estrategias. "

Al concepto de *estrategia* lo definió como sigue:

"Entendemos por estrategias de aprendizaje cómo los alumnos son capaces de gestionar su propio aprendizaje. Es decir, frente a una tarea, cuál es su capacidad para saber seleccionar, elegir, tomar decisiones sobre la manera más adecuada de afrontar las demandas de aprendizaje que tiene. La idea que hay aquí es que el alumno tiene que ser una persona capaz de asumir una cierta autonomía, capaz de aprender a aprender."

El supuesto que diera origen a sus investigaciones es que el aprendizaje autónomo, la posibilidad de aprender a aprender, requiere una serie de estrategias que los estudiantes normalmente no tienen y que, por lo tanto, no estarían en condiciones de asumir esta tarea de aprendizaje tal como es pensada o supuesta desde la enseñanza.

Pozo puntualizó que *"los alumnos de los niveles medio y superior normalmente no dominan estas estrategias, porque además, las mismas no son enseñadas. El curriculum ha estado más centrado en enseñar lo que tradicionalmente se entiende por "contenidos", que son en realidad los contenidos conceptuales, los productos de la cultura; y no se han enseñado en la misma medida los procesos. En cambio, el énfasis de las estrategias está puesto más bien en los procesos. La idea que subyace es que* ***aprender, y por supuesto enseñar también, debe estar dirigido no solamente a que los alumnos adquieran los productos de la cultura, sino que enseñar y aprender implican también ayudar a los estudiantes a construir los procesos mediante los que se puede acceder a esa cultura****."*

"Hay experiencias educativas que apoyan la idea de que ciertas formas de trabajar hacen que el alumno conciba su aprendizaje como algo que depende de él, con más autonomía. Estoy pensando, por ejemplo, en los trabajos sobre comunidades de aprendizaje. Ustedes saben que en la medida en que el alumno se considera a sí mismo partícipe de la producción del conocimiento cambia su forma de hacer y de pensar."

---

de la ciencia, estrategias de aprendizaje y teorías implícitas que tienen los profesores, los alumnos y los niños pequeños sobre lo que es aprender y lo que es enseñar

Metodología de trabajo

Al querer analizar las dificultades que acarrea el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, en los alumnos ingresantes a la Universidad,[3] quienes conforman las unidades de análisis principales de esta investigación, surgieron varios interrogantes.

- ¿Es sólo la conceptualización lo que necesitan construir los alumnos?
- ¿Es posible revertir una mala o deficiente conceptualización? ¿Qué obstáculos debemos superar para llegar a una reconceptualización en caso de ser necesario?
- ¿Existen actividades adecuadas que logren inducir al alumno a encontrar el significado, el por qué y para qué como claves para resolver una situación problemática? ¿Son éstas únicas?
- ¿Cuáles son las características que deberían tener las actividades propuestas por el docente para que favorezcan una completa y correcta conceptualización?
- ¿Qué aspectos deberían estar presentes –y cuáles no- en el proceso de aprendizaje?, es decir, ¿cómo organizar las tareas áulicas cuidando la selección de acciones positivas y reconociendo acciones negativas que deben evitarse, para lograr un buen aprendizaje?

Los mismos derivaron de las preguntas que frecuentemente se plantea todo docente que enseña Matemática: ¿por qué le cuesta tanto a los alumnos esta ciencia y es tan alto el índice de reprobados?, ¿es la incorrecta interpretación de textos el determinante fundamental en el entendimiento de los enunciados de un problema?, ¿cuáles son los factores que dificultan la simbolización de un problema real?, ...

El intentar dar respuesta a los interrogantes planteados fue el disparador fundamental que motivó el querer alcanzar el siguiente objetivo de investigación

[3] Alumnos que realizaron el curso de Admisión 2002 para ingresar a carreras del Departamento de Ciencias Económicas de la UNLM.

Diseñar e implementar actividades que permitan lograr un aprendizaje conceptual acompañado de una evaluación permanente de las mismas.

Con la finalidad de cumplirlo se explicitaron varios objetivos operacionales previos a lograr:

1 - *Organizar los conceptos matemáticos a tratar respetando y resaltando la red conceptual a la que pertenecen.*

2 - Obtener el perfil de los alumnos ingresantes para seleccionar los grupos de prueba piloto y de control.

3 - Adecuar el trabajo al perfil de los alumnos que formarán parte del proceso de enseñanza-aprendizaje .

4 - Elaborar las actividades de enseñanza para cada uno de los conceptos seleccionados.

5 - Seleccionar el grupo de docentes de matemática requeridos para llevar a cabo la experiencia .

6 - Implementar en el aula todos los recursos diseñados.

7 - Evaluar el trabajo realizado y extraer las conclusiones del mismo.

Se diseñaron diversas actividades para lograr los objetivos planteados que se basaron en **la implementación en el aula de una metodología estratégica y en el análisis de encuestas y evaluaciones efectuadas a los alumnos.**

El análisis de los datos resultantes de las actividades desarrolladas derivó en un **trabajo basado en una metodología del tipo cuali-cuantitativa** que permitió, a través de la triangulación en todos los sentidos posibles, extraer las conclusiones finales del trabajo.

Conclusiones finales solamente para esta investigación pero iniciales para futuras indagaciones referidas al mismo tema, porque este campo del saber -el de la enseñanza de la Matemática- no es un campo cerrado pues al ser **la matemática una ciencia dinámica que produce conocimiento en permanente expansión,** su enseñanza también es dinámica.

Desarrollo

de la investigación

Características generales

Como se explicitara anteriormente, el núcleo de análisis de esta investigación fueron los alumnos del Curso de Admisión 2002, postulantes a ingresar a carreras del Departamento de Ciencias Económicas de la UNLM y la base de la misma, los resultados obtenidos en los Cursos 2000 y 2001.

Para comenzar con el trabajo se debieron realizar ajustes y replanteos estructurales de importancia -que se tratarán en los capítulos siguientes-, debido al giro curricular que sufriera el Curso 2002 en base al cambio de dirección y coordinación, pues este equipo de investigación ya no tuvo a su cargo esas tareas -que venía realizando desde 1999- y que posibilitaron realizar la investigación previa, sobre las estrategias tendientes a la autonomía del aprendizaje.

El hecho de no tener acceso al diseño curricular y especialmente al planteo metodológico del Curso, provocó que fuera necesario realizar una adecuación a las condiciones de la propuesta presentada por la nueva coordinación al momento de iniciar el dictado del mismo.

Por tal motivo, se resolvió trabajar sólo con dos comisiones de alumnos, en las que estarían como docentes dos investigadoras del equipo[4] para poder aplicar en dichas comisiones las diversas estrategias desarrolladas tendientes a lograr el aprendizaje conceptual buscado.

Como todos los años, el Curso de Admisión se dicta en dos instancias: de setiembre a noviembre –del año anterior al ingreso- en los turnos mañana y tarde, y posteriormente de febrero a marzo –del año de ingreso-[5] en los turnos mañana, tarde y noche.

---

[4] Laura Polola y Graciela Fernández.

[5] A la primera instancia tienen acceso sólo los jóvenes que estén cursando el último año ó que hayan terminado sus estudios en escuelas del Partido de La Matanza. Para la segunda instancia no hay requisitos de esta índole.

Las comisiones para trabajar fueron asignadas a las investigadoras por la nueva coordinación. En la primera instancia resultaron ser ambas del turno mañana y en la segunda, una de turno mañana y otra del turno noche.

A continuación se presentan las actividades haciendo referencia a la instancia en que se implementaron.

Para la primera instancia, la tarea se concentró fundamentalmente en:

- descripción del grupo piloto, formado por las comisiones a cargo de las investigadoras.
- determinación de las características de los alumnos ingresantes
- análisis y comparación del rendimiento del grupo piloto con respecto al resto de los alumnos.

Los dos primeros puntos se efectivizaron a través de la toma de encuestas y el último utilizando las actas parciales y finales del curso, provistas por la Secretaría Académica de la Universidad.

Para la segunda instancia, además de contarse con los resultados de la anterior, se elaboraron e implementaron los siguientes instrumentos de evaluación:

- diagnóstico informal de conocimientos previos.
- diagnóstico de seguimiento: evaluaciones formales e informales.

Debido a dificultades que excedieron a este equipo, no pudo realizarse la encuesta para determinar el perfil ni la evaluación diagnóstica a la totalidad de alumnos inscriptos en esta etapa del curso. A pesar de ello se contó con el diagnóstico global efectuado en la instancia previa y como complemento, con el perfil de los aspirantes a ingresar a la UNLM encontrado en la investigación anterior ya citada.

La coordinación del Curso tomó una encuesta a los alumnos, junto al examen final, donde se les preguntó si consideraban suficientes las horas de clase asignadas a Matemática, si los temas evaluados fueron acordes con los desarrollados durante el curso y además se les pidió que realizaran un breve comentario sobre su primer contacto con la UNLM.

Si bien no se tuvo acceso a los resultados obtenidos de la encuesta, se consultó a varios docentes que la tomaron, quienes comentaron que la respuesta de los alumnos se refería fundamentalmente al factor edilicio de la Universidad y en prácticamente ningún caso a la experiencia en esta materia, salvo la falta de tiempo para el desarrollo de los distintos temas.

A pesar de las dificultades surgidas en el transcurso del trabajo, que indujeron a cambios en varias de las actividades previstas, se intentó complementar lo realizado en ambas instancias.

Grado de cumplimiento de los objetivos

Debido al giro producido en la investigación, desde su planteo hasta la implementación, se adaptaron los *objetivos operacionales* en forma global y particular al nuevo currículo.

A continuación se extractan los objetivos planteados y se especifica cuáles de ellos y de qué manera se pudieron cumplimentar en el desarrollo de la investigación.

1 - *Organizar los conceptos matemáticos a tratar respetando y resaltando la red conceptual a la que pertenecen.*

Se canceló esta tarea por no tener acceso a la selección de contenidos. De todas maneras no se perdió de vista la intención de resaltar las redes conceptuales y así, reforzar el aprendizaje en ese sentido. Los temas propuestos por la coordinación se plantearon clase a clase en forma integral desde la red conceptual a la que pertenecen.

2 - *Obtener el perfil de los alumnos ingresantes para seleccionar los grupos de prueba piloto y de control.*

Este objetivo fue uno de los que no se cumplieron porque no se pudo seleccionar el grupo piloto pues la comisiones de alumnos que lo conformaron fueron asignadas por la coordinación.

3 - *Adecuar el trabajo al perfil de los alumnos que formarán parte del proceso de enseñanza-aprendizaje* .

Este objetivo permaneció vigente a lo largo de todo el desarrollo del proceso educativo y se cumplió satisfactoriamente.

4 - *Elaborar las actividades de enseñanza para cada uno de los conceptos seleccionados.*

Este fue modificado, ya que las actividades no fueron elaboradas por el equipo, sino que se delineó la modalidad en que se desarrollarían aquellas que fueron presentadas.

5 - Seleccionar el grupo de docentes de matemática requeridos para llevar a cabo la experiencia .

Este objetivo no pudo cumplimentarse pues no fue una tarea que se encomendara al grupo de investigación.

6 - Implementar en el aula todos los recursos diseñados.

Los recursos empleados fueron esencial y estrictamente de índole metodológica, salvo aquellos de diagnóstico y evaluación permanente. El presente objetivo es mucho más abarcativo, ya que al referirse a todos los recursos está incluyendo material de trabajo, encuestas, muestreos, evaluaciones formales e informales y recursos metodológicos y estratégicos. El diseño se restringió a estos últimos.

7 - Evaluar el trabajo realizado y extraer las conclusiones del mismo.

Este objetivo se refiere al cierre de todo el trabajo y se ha llevado acabo satisfactoriamente.

Puede observarse que la tarea se centró fundamentalmente en analizar el perfil general, en el rendimiento de los alumnos, en el trabajo estratégico sobre las actividades y en el abordaje de las distintas temáticas; como puntos clave en una instancia de articulación como lo es el curso de admisión a la universidad.

Más allá de las modificaciones que afectaron a los objetivos operacionales, el trabajo no se apartó en ningún momento del objetivo general de la investigación:

“diseñar e implementar actividades que permitan lograr un aprendizaje conceptual acompañado de una evaluación permanente de estas actividades”

Éste fue la guía permanente y pudo adaptarse prácticamente sin mayores dificultades, pero con gran esfuerzo por la imposibilidad de seleccionar sobre diagnósticos previos el entretejido conceptual a tratar.

De todos modos, por tratarse de una meta de raíz fundamentalmente metodológica, la tarea apuntó hacia el trabajo realizado en clase, basado en los conocimientos previos que fueron surgiendo al aplicar la metodología estratégica, y en la orientación que se brindaba a los alumnos para la tarea extra-aula.

Un ítem que merece especial atención es la evaluación de promoción de los cursos. Si bien las pautas de trabajo sirvieron de orientación, tanto para el docente como para los alumnos, el hecho de no poder diseñar -como se hizo en el trabajo anterior- evaluaciones concordantes con el trabajo estratégico desarrollado en las clases, no permitió incluir en ellas variables que pudieran servir como indicadores de los resultados del aprendizaje conceptual luego de emplear tal metodología.

Es por esto que adquirió un rol vital e indispensable la evaluación permanente llevada a cabo mediante el uso de diferentes herramientas, que fueron utilizadas durante el curso con ese fin específico, pues de otra manera no hubiera podido cumplirse.

Análisis del programa de contenidos a enseñar

Debido a la reestructuración de los programas, no fue posible seleccionar sobre diagnósticos previos el entretejido conceptual a tratar. Esta reestructuración fue abordada mediante la elaboración de nuevas estrategias y la adaptación de las trabajadas en los cursos anteriores para el planteo de los nuevos contenidos.

Próxima a iniciarse la primera instancia del curso de admisión, fue presentado por la coordinación el material de trabajo, constituído por una guía de ejercicios, una serie de cuadernillos de suplemento teórico y práctico –a los que tendrían acceso los alumnos- y el cronograma para los docentes.

Los temas presentes en la guía, si bien tienen puntos en común con los tratados en los dos años anteriores, se diferencian esencialmente en cuanto a su estructura y tratamiento. Los cambios en los contenidos radicaron en la exclusión de algunos de ellos como las aplicaciones concretas, entre ellas las económicas, y algunas funciones particulares, como la función exponencial; y la inclusión de otros como la lógica proposicional y las operaciones con polinomios.

Se transcriben, seguidamente, los temas tal como aparecieron en la guía de trabajo práctico, agrupados en cinco bloques:

I	Lógica y Teoría de Conjuntos
II	Conjuntos numéricos. Lenguaje coloquial y simbólico. Operaciones binarias. Operaciones en el conjunto de reales. Relación de orden en Q. Relación de orden en R. Inecuaciones. Módulo o valor absoluto. Inecuaciones. Divisibilidad en Z. Intervalos de reales. Inecuaciones
III	Polinomios. Factorización. Expresiones algebraicas

IV	Ecuaciones. Justificación del despeje de una incógnita x. Sistemas de ecuaciones lineales. Construcción de ecuaciones. Inecuaciones Representación gráfica.
V	Relaciones y funciones. Ecuación de la recta.

A partir del análisis efectuado al currículo, se extrajeron los nodos conceptuales a formalizar, que permitieron la organización del trabajo áulico.

1. Lógica
2. Teoría de conjuntos
3. Conjuntos numéricos
4. Números Reales
5. Módulo
6. Polinomios
7. Ecuaciones
8. Sistemas de ecuaciones
9. Inecuaciones
10. Ecuación de la recta
11. Relaciones y Funciones

La primera tarea fue analizar de qué manera se podían interrelacionar los temas para no presentarlos de manera aislada e inconexa. Dada la estructura de la ejercitación, se necesitó elaborar *vínculos* que permitieran revisar y aplicar los temas vistos desde el comienzo de la cursada en los que se fueran sucediendo. De este modo se pudo visualizar la utilidad de todos los temas y la proximidad de áreas conceptuales que aparentemente no estaban relacionadas entre sí. Este carácter revisionista mantuvo latente y accesible la estructura conceptual para fortalecerla y lograr el aprendizaje de los conceptos y sus relaciones.

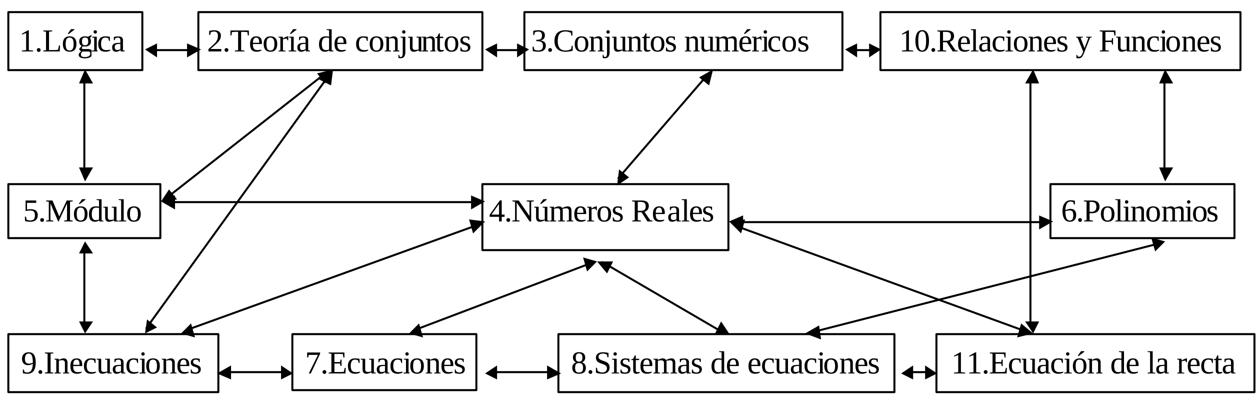
Observando la guía para hilvanar la serie de ejercicios que allí aparecían para cada tema, se estableció un orden para su realización teniendo en cuenta que respetara un grado de dificultad creciente partiendo de los casos más sencillos.

Los ejercicios de la guía fueron analizados uno por uno y en base al objetivo intrínseco de cada uno, se detectaron todas las posibilidades de tratamiento teórico que permitieran explicitar su carga conceptual y su entorno. **La necesidad de hacer hincapié en el entorno conceptual de todos los temas tratados como modo de trabajo en el aula, es una de las pautas que caracterizaron la metodología de enseñanza empleada.**

Se establecieron contactos que vincularon los diferentes temas para luego proponer el trabajo sobre ejercicios que los hicieran explícitos, tomándolos de la guía o creándolos con ese fin.

De esta manera se formó la red sobre la que se realizó todo el trabajo siempre respetando la estructura original de la guía de ejercicios.

En el siguiente esquema pueden observarse las relaciones que se reforzaron en la ejercitación:



Se seleccionaron y diseñaron, cuando fue necesario, ejercicios vinculantes e integradores entre los distintos temas que aparecen ligados conceptualmente.

Desde esta óptica, se completó el diseño de la metodología a emplear en el desarrollo del curso, atendiendo a las necesidades estratégicas detectadas.

La esencia vuelve a ser siempre el hacer consciente al alumno de su manera de aprender y comprender, de sus propios recursos cognitivos y de la utilización de los mismos.

Selección y aplicación de las estrategias propuestas

Una vez analizado el programa a desarrollar y detectadas las necesidades estratégicas para lograr el objetivo de esta investigación, se tomó un conjunto de estrategias planteadas en *"Estrategias para aprender a aprender en Matemática"* que permitiesen generar y reforzar el aprendizaje conceptual.

La selección

A continuación se extractan las estrategias utilizadas considerando su influencia dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Han sido agrupadas de acuerdo al objetivo de su aplicación y al momento dentro del proceso donde fueron empleadas, indicando su rasgo fundamental, para luego considerarlas en detalle. Cabe mencionar que éstas son las básicas y oportunamente fueron desglosándose y adaptándose específicamente a las actividades que debieron realizarse.

- *Estrategias previas al proceso de aprendizaje* ***(EP)***

✓ Ejercitación de afianzamiento de conocimientos previos básicos para homogeneizar nomenclaturas, definiciones y propiedades requeridas ya vistas con anterioridad.

✓ Diagnóstico, en cada punto a tratar, de necesidades conceptuales para abordarlo, con el fin de detectar debilidades y fortalezas para detenerse en los temas que conviene rever.

- *Estrategias de motivación* ***(EM)***

✓ Introducción de los temas a partir de un caso concreto.

✓ Valoración de las dificultades para superar falencias técnicas y metodológicas.

- ✓ Estímulo para la comunicación de saberes y dudas propios apuntando a que el alumno adquiera confianza descartando prejuicios (relacionados con la auto-estima y la sobredimensión del rol del docente).
- ✓ Planteo de situaciones problemáticas atípicas que provoquen un desafío para su resolución.

- *Estrategias de organización* ***(EO)***

- ✓ Práctica de lectura comprensiva de enunciados para establecer un plan de acción.
- ✓ Valoración de una segunda lectura de enunciados para su simbolización e identificación y extracción de los datos que contiene.
- ✓ Análisis de distintos caminos de resolución válidos y contrastables, puntualizando sus diferencias y similitudes, tratando de establecer el más apropiado en cada caso y su justificación.

- *Estrategias de elaboración* ***(EE)***

- ✓ Resolución de ejercicios, explicitando las propiedades involucradas, para destacar sus generalidades.
- ✓ Revisión sistemática de errores.

- *Estrategias de recuperación* ***(ER)***

- ✓ Planteo de situaciones problemáticas resueltas en forma incorrecta para generar la búsqueda y el análisis de errores.
- ✓ Propuesta de ejercicios que provoquen cuestionamiento y justificación de aprendizajes previos.
- ✓ Debate de la validez tanto de un proceso de resolución como del resultado obtenido.
- ✓ Presentación de situaciones que permitan establecer relaciones con conocimientos adquiridos –previos, cotidianos, científicos, etc.-
- ✓ Elaboración de actividades que posibiliten la transferencia concreta y efectiva de temas anteriores.

Las estrategias planteadas no responden necesariamente y de manera exclusiva a la categoría en las que se incluyeron. En muchos casos el proceso de presentación, aplicación e interiorización de ellas se superpone sobre sí mismo, por tal motivo se entrelazan unas con otras. La división no es estática.

La implementación

Con la intención de presentar la ejecución de las estrategias se organizaron los contenidos en torno a ejes conceptuales de los que dependen.

Se consideraron como ejes principales los siguientes temas:

- Lógica
- Números Reales[6]
- Funciones

Si bien aparecen en el orden presentado, al tratarlos en el aula se recorrió un camino "de ida y vuelta" entre ellos para conceptualizarlos. Para lograr su abstracción fue preciso partir de las nociones de menor dificultad y nivel conceptual.

La metodología de enseñanza siguió el modelo heurístico (Polya); cuya característica es el trabajo con los alumnos a modo de diálogo abierto, basado en preguntas adecuadas para abordar una situación problemática determinada.

Estas preguntas funcionaron como motivación y orientación para el alumno, provocando operaciones intelectuales de confrontación con los saberes previos, como primer paso a dar para proponer alternativas de solución a tal situación.

La utilización de las estrategias se planteó a partir de un esquema de trabajo que se detalla a continuación, mostrando como fue implementado cada eje conceptual en el aula.

[6] El conjunto de los números reales se consideró un eje, no sólo por contener a los demás conjuntos numéricos trabajados sino por su nivel de complejidad y abstracción.

1º Eje Conceptual: Lógica

En el primer bloque –que incluye Lógica y Teoría de Conjuntos- se debieron introducir prácticamente todos los conceptos, por lo tanto fue necesario apelar a estrategias de motivación (**EM**), de organización (**EO**) y de elaboración (**EE**).

Se trabajó sobre enunciados del tipo (**EM**):

Llueve	-	No llueve
Hoy no es lunes	-	Hoy es lunes

A fin de relacionar (**EO**) los valores de verdad de una proposición y de su negación, arribando (**EE**) a la noción de opuesto o negación como operación lógica.

Análogamente se trabajaron las operaciones binarias partiendo del significado de afirmaciones sencillas y accesibles (**EM**) conectadas lógicamente. Así se comenzaron a construir (**EO**) las tablas de verdad contemplando todas las combinaciones posibles (**EE**).

Por otra parte, se agregaron, a los propuestos en la guía, ejercicios de menor complejidad para calcular valores de verdad.

Partiendo del resultado de una operación se propuso hallar el valor de verdad de las proposiciones presentes en ella.

Por tratarse de las operaciones proposicionales fundamentales ya definidas, el planteo de estos ejercicios representó una estrategia de recuperación (**ER**).

1- En cada caso indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) Si $p \wedge q$ es F entonces p es V y q es V.

b) Si $p \vee q$ es V entonces p es V y q es F.

c) Si $p \to q$ es V entonces p es V y q es F.

2- Sabiendo que $p \to q$ es F, indicar el valor de verdad de la proposición:

Contraria - Recíproca - Contrarrecíproca

Al arribar a Teoría de Conjuntos, en la guía de ejercicios figuraba en primer lugar el siguiente:

13- Dados los conjuntos: "cuadriláteros", "rectángulos", "rombos" y "cuadrados":

- *Definir por comprensión.*
- *Establecer todas las relaciones de inclusión posibles entre ellos.*

Se consideró que si bien es un ejercicio con el que se podía trabajar en profundidad, el tiempo disponible no era suficiente para aplicar estrategias previas al aprendizaje, como por ejemplo una revisión en una clase tipo taller incluyendo estrategias de motivación.

A pesar de que los alumnos, en general, no recordaban algunos conceptos de geometría, se planteó un torbellino de ideas (**EP** y **EM**) para hacer aflorar los conocimientos previos y que cada uno realizara su aporte extrayéndose conclusiones valiosas (**ER**). La puesta en común (**EO**) permitió enunciar las definiciones (**ER** y **EE**) de las distintas figuras geométricas para así introducir la definición de un conjunto por comprensión, indicando la propiedad que cumplen sus elementos como una función proposicional -noción establecida previamente (**ER**) en Lógica-.

De esta manera apareció una de las vinculaciones conceptuales de la red establecida.

$\boxed{\text{1.Lógica}} \longleftrightarrow \boxed{\text{2.Teoría de conjuntos}}$

El ejercicio 14 solicitaba hacer los diagramas de Venn para operaciones entre tres conjuntos genéricos. Se consideró conveniente intercalar antes de éste situaciones problemáticas concretas entre dos o tres conjuntos como las que siguen, tratando de que el aumento de la complejidad fuera gradual.

Dados los siguientes conjuntos:

i) A = { rojo, amarillo, azul } ; B = { rojo, verde, violeta, azul } y
C = { rosa, amarillo, azul, blanco }

ii) A ={ a, b} ; B = { 2, 3 } y C = { 3, 4 } (datos del ej. 18)

Hallar el resultado de las siguientes operaciones entre los conjuntos dados, definiéndolos por extensión y utilizando diagramas de Venn:

a) $A \cup B =$ b) $B \cup C =$

c) $B \cap C =$ d) $A \cup (B \cap C) =$

Después se trabajó el Ej. 14 propuesto en la guía:

14. Hacer diagramas de Venn para las siguientes expresiones:

1) A Ç (B È C) 2) A È (B Ç C) 3) (A Ç B) È (A Ç C) 4) (A È B) Ç (A È C)

El ejercicio siguiente de la guía poseía un nivel de complejidad y abstracción considerablemente superior por tratarse de demostraciones:

15 . Demostrar:

- *(A – B) Ì (A È B)*
- *(A Ì B) Þ (A È (B – A) = B)*
- *(A Ç B = Æ) Þ (A È B´= B´)*

Se permutaron éste y el consecutivo para que los alumnos se habituaran a utilizar los gráficos como herramienta de resolución antes de abordar las demostraciones. (**EO**)

Se extendió el enunciado pidiendo que expresaran el resultado como conjunto definido por comprensión y verificaran, para algunos elementos del conjunto obtenido la pertenencia a la intersección de los conjuntos dados. (**EO**)

16. Dibujar sobre la recta real y escribir el resultado en forma de intervalo.

- $\{ x / x \geq -1 \} \cap \{ x / -3 < x < 2 \}$
- $\{ x / -3 < x \leq 1 \} \cap \{ x / x > 2 \}$
- $\{ x / -3 \leq x \leq 0 \} \cap \{ x / -2 < x < 3 \}$

Cuando se verificaron los resultados de las intersecciones, en cada ítem, se hizo hincapié en las condiciones que debían cumplirse.

Como modelo de resolución se tratará aquí el primer caso.

Si el intervalo [-1 , 2) es la solución, entonces cualquier número perteneciente a él debe verificar ambas condiciones simultáneamente; y además ningún número real que esté fuera de dicho intervalo lo debe hacer.

Se tomaron valores dentro y fuera del intervalo para verificar que los que pertenecen a él hacen que se cumpla la definición de intersección, expresada como una proposición lógica.

La traducción se logró estableciendo las funciones proposicionales (**ER**) que definen a los conjuntos intervinientes en las operaciones.

$$P(x): \quad x \geq -1 \qquad Q(x): \; -3 < x < 2$$

Seguidamente se ubicó el conectivo lógico que las vincula, en este caso es "$\wedge$" (conjunción) por ser una intersección, obteniéndose una nueva función proposicional

$$P(x) \wedge Q(x)$$

Se eligieron algunos valores a utilizar en la comprobación para asignárselos a la indeterminada x, recordando que $(p \wedge q)$ es verdadera sólo cuando ambas proposiciones son verdaderas.

Como para este caso las funciones proposicionales son:

$$P(x): \quad x \geq -1 \qquad Q(x): \; -3 < x < 2$$

Y una función proposicional al aplicarse a un elemento se transforma en una proposición, las proposiciones obtenidas son:

Para $x = 0$ $\quad p = P(0)$ $\quad$ y $\quad q = Q(0)$

que se pueden expresar de la siguiente manera:

$$0 \geq -1 \quad \wedge \quad -3 < 0 < 2$$

que resulta verdadera por ser ambas proposiciones verdaderas

p es V y q es V entonces $p \wedge q$ es V

Para $x = 3 \notin [-1 , 2)$ $\quad p = P(3)$ y $q = Q(3)$

que se pueden expresar de la siguiente manera

$$3 \geq -1 \quad \wedge \quad -3 < 3 < 2$$

que resulta falsa, por ser una de las proposiciones falsas

p es V y q es F entonces $p \wedge q$ es F

y para $x= -4 \notin [-1 , 2)$, $\quad -4 \geq -1 \quad \wedge \quad -3 < -4 < 2$

que resulta falsa, por ser ambas proposiciones falsas

p es F y q es F entonces $(p \wedge q)$ es F

Como corolario de esta forma de trabajo se pudieron reconstruir las definiciones de las otras dos operaciones entre conjuntos por comprensión, no sólo en forma coloquial sino también simbólicamente de la siguiente manera:

$$A \cup B = \{ x/x \in A \vee x \in B\} \qquad A - B = \{ x/x \in A \wedge \notin B \}$$

Después se trataron las leyes del Álgebra de Conjuntos adoptando la forma propuesta –más adelante- para las propiedades de las operaciones en los conjuntos numéricos.

Así los alumnos se encontraban preparados para avanzar un poco más en el nivel de abstracción y realizar las demostraciones de la guía de ejercicios.

2º Eje Conceptual: Números Reales

La segunda parte de la guía, denominada Conjuntos Numéricos, comenzaba trabajando sobre los conjuntos de números naturales (N y N_0), enteros (Z), racionales (Q), irracionales y reales (R).

En el ejercicio 1 aparecían afirmaciones donde se relacionaba un número o un conjunto de números con uno de los conjuntos numéricos mencionados para analizar su validez.

Con el objetivo de diferenciar los distintos conjuntos numéricos, se plantearon algunos interrogantes, por ejemplo, para identificar a los números racionales**. (EP y EM)**

Se transcribe un diálogo abierto entre el profesor (P) y los alumnos (A):

P: -¿Qué es un número racional? *(En general no hay respuesta)*

P: -¿Cómo se lo indentifica? *(Hay dudas)*

P: -¿Tienen alguna relación con los números fraccionarios? *(Comienzan a aparecer las primeras ideas)*

P: -¿Qué es una fracción?

A: - 2/3 , -1/2 son fracciones

P: - ¿2 es fracción? *(Duda seguida de respuesta)*

A: - Sí, es 2/1 *(No está muy claro el concepto de la inclusión de Z en Q)*

P: - ¿1,5 es fracción?

A: - No, es un número decimal. *(No identifican fracciones con números decimales)*

P: - ¿Puede convertirse en fracción?

A: - Si, es 15/10

P: - ¿El número 0,3333..... es fracción?

A: - Si. *(No todos recuerdan como convertirlo).*

P: - ¿Todo número decimal es fracción? *(Duda.. Algunos sí, otros no.)*

P: - ¿$\sqrt{2}$ es fracción?, ¿π es fracción?

A: - No, son números decimales.

P: - ¿Cómo los convertimos? *(Duda)*

P:- ¿Tienen infinitas cifras decimales? , ¿Se puede asegurar que son periódicas?

Llegado a este punto se organizaron las ideas que aportaron los alumnos, extrayéndose conclusiones (**EO** y **EE**) sobre los elementos de Q, identificándolos con las fracciones o con los números decimales con cantidad finita de cifras decimales o con infinitos decimales periódicos y se reconstruye, entre todos, el concepto de número racional.**(EE)**

"Se dice que un número es racional cuando puede expresarse como una fracción de numerador entero y denominador natural".

A continuación se presenta como se realizó una de las posibles vinculaciones del concepto de número racional con temas vistos hasta el momento, tomando un ejercicio de la guía:

1) De las expresiones simbólicas siguientes decir cuales son verdaderas y cuales no, justificando en cada caso la respuesta.

1-m) $A = í\ \frac{3}{2}\ ;\ -\frac{2}{\sqrt{2}}\ ;\ 0\ ;\ \frac{2}{5}\ ý\ Ì\ Q$

Como estrategia de recuperación (**ER**), se decidió re-enunciar la definición de la relación de inclusión entre conjuntos, de manera coloquial y simbólica, para verificar si se cumplía:

"Un conjunto está incluido o contenido en otro cuando cada elemento del primero, pertenece también al segundo"

Simbólicamente: $A\ Í\ B\ \ Û\ \ "\ x:\ x\ Î\ A\ Þ\ x\ Î\ B$

Para demostrar que $A \subset Q$ debe verificarse la proposición $\forall\, x\ (x \in A \Rightarrow x \in Q)$

Por lo tanto la función proposicional $P(x): x \in A \Rightarrow x \in Q$, debe controlarse para cada elemento del conjunto A.

Se chequearon uno tras otro sus elementos para ver si también pertenecían al conjunto de los números racionales.

$\frac{3}{2} \in Q$ (Verdadero) $\qquad$ $-\frac{2}{\sqrt{2}} \in Q$ (Falso)

Como el segundo elemento testeado no es un número racional, se detiene el procedimiento por que se ha encontrado un valor que hace falsa a la proposición $p = P\left(-\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$

Aunque se puedan exhibir los restantes elementos que la cumplen basta que exista uno que no lo haga para que sea falsa.

Se concluye que es F porque no se cumple $\forall\, x \in A$.

Entonces $\left\{ \frac{3}{2}\ ; -\frac{2}{\sqrt{2}}\ ;\ 0\ ;\ \frac{2}{5} \right\} \subset Q$ es Falso

Los demás ejercicios, si bien en general seguían un orden lógico, para que mostraran los enlaces que tenían con los ejes conceptuales fueron muchas veces ampliados o redactados nuevamente.

De esta manera aparecieron nuevas vinculaciones conceptuales de la red establecida.

$\boxed{\text{1.Lógica}} \longleftrightarrow \boxed{\text{2.Teoría de conjuntos}} \longleftrightarrow \boxed{\text{3.Conjuntos numéricos}}$

Similar tratamiento se empleó en el ejercicio 10 de Operaciones binarias.

10. Dar el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones. Justificando la respuesta.

Se reelaboró el enunciado de la siguiente manera:

Dadas las siguientes expresiones en forma coloquial decir si se tratan de propiedades de algunas operaciones (tautologías) o si no lo son (contingencias). En el caso de serlo enunciarla y si es una contingencia dar un valor para el cual ésta es falsa.**(EO, EP** y **ER)**

i) El neutro de la multiplicación en R es el 1 ó el –1.

Para este enunciado dado en forma coloquial, se requería de la comprensión del significado para reconocer en él alguna propiedad del conjunto de los números reales. **(EO)**

A través de una segunda lectura fue posible establecer las proposiciones:

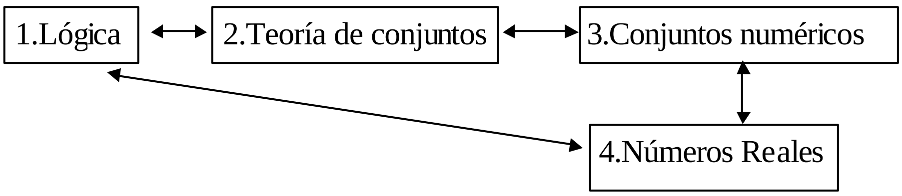
p: El neutro de la multiplicación en R es el 1 (V)

q: El neutro de la multiplicación en R es el –1 (F)

vinculadas mediante el conectivo "$\vee$" (disyunción) que resulta verdadera ya que $p \vee q$ es verdadera si al menos una de las dos proposiciones lo es (**ER)**.

Para adjudicar el valor de verdad a las proposiciones enunciadas se utilizó la técnica de diálogo abierto, ya mencionado, donde se clarificó la noción de elemento neutro y su dependencia de la operación a la que se asocia **(EP).**

Se amplió una vez más la red de vinculaciones conceptuales establecida, viéndose un crecimiento gradual y recurrente.



En el ejercicio 12 de la guía aparecieron operaciones combinadas de números reales. Éste no mostró vinculación alguna con los anteriores porque, según el planteo, tendía a que los alumnos operaran mecánicamente –y no siempre eficazmente- como, en general, lo hacían en el nivel medio.

Si no median estrategias de organización es muy difícil que los alumnos solos realicen la transferencia de conocimientos previos.

En clase se intercalaron ejercicios en complejidad creciente hasta abordar el 12 b) siempre destacando las propiedades aplicadas en las operaciones.

12 b)
$$\frac{\frac{2}{3}+2^{-1}}{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{9}{16}}} - \frac{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}{\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)\ \left(1-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}}} - 2^2 \div (-2)$$

En su análisis se revisaron todas las operaciones que aparecían, señalando las propiedades que se habían descripto en ejercicios anteriores de inferior complejidad**. (EP y ER)**

El desarrollo completo se realizó en clase para establecer los criterios de prioridad de las operaciones **(EO),** rescatando la importancia de la separación en términos y la visualización de las estructura general del ejercicio.

Por tratarse de cálculos accesibles combinados entre sí, el diálogo que se planteó permitió que los alumnos resolvieran por sí solos cada parte, para ir ordenando en conjunto los resultados obtenidos paso a paso, mediante el planteo sucesivo de opciones a aplicar.

Esta actividad demandó mucho tiempo. De todos modos, al finalizar, se revisó el esquema de trabajo desarrollado, comparándolo con las distintas sugerencias resolutorias que fueron apareciendo para distinguir las correctas **(EE).**

Ya finalizando este bloque, apareció la noción de módulo o valor absoluto de un número real.

Si bien el concepto se había tratado en la escuela, las ideas que fueron apareciendo en el diálogo inicial parecían vagas e incompletas **(EP)**. Los alumnos recordaban la noción de "número sin signo", pero no reconocían la utilidad de esta concepción del módulo como herramienta.

Para ampliar esta noción se trabajó sobre la recta numérica **(EM)** para establecer su significado de manera geométrica, relacionándolo con la idea de distancia.

Analizando casos concretos, que sirvieron para visualizar la ubicación de números distintos de igual valor absoluto, pudo establecerse la relación existente entre la posición de los números respecto al cero y su valor absoluto **(EE)**.

De esta forma, se extendió la definición de módulo de un número a la noción de distancia de este número al cero.

Mediante esta doble interpretación se plantearon ecuaciones e inecuaciones sencillas que pudieran resolverse gráficamente **(EM)**.

Las primeras trabajadas no aparecían en la guía, pues en ésta se comenzaba la ejercitación utilizando la definición formal de la "función módulo", que contaba con un nivel de abstracción mucho mayor del concepto de módulo que el que poseían los alumnos.

Así, se procedió a resolver varias situaciones como:

Hallar gráficamente los valores de x que verifican que $|x| = 3$.

Para luego estudiar las posibles soluciones de condiciones como éstas:

$$|x| > 5 \qquad\qquad |x| < 2$$

$$|x| \geq 1 \qquad\qquad |x| \leq 4$$

Como la resolución de inecuaciones ya había aparecido con anterioridad, las soluciones pudieron expresarse mediante la utilización de intervalos ya trabajada **(ER)**.

Desde estos casos particulares se arribó, realizando una serie de preguntas orientadoras **(EO y EE)**, a la definición formal que se presenta normalmente como una función que se aplica a los números reales, no alterando a los números positivos ni al cero y cambiándole el signo a los números negativos:

$$|x| = x \quad si \quad x \geq 0 \qquad y \qquad |x| = -x \quad si \quad x < 0$$

A partir de la definición, se analizó la posibilidad de ecuaciones del tipo $|x| = -2$, **(ER y EE)** concluyendo que no tiene solución pues de la definición resulta $|x| \geq 0$ para todo número real, para luego generalizar **(EE)** la resolución de ecuaciones e inecuaciones que incluyeran expresiones con módulos:

$$|x| = a \;\; y \;\; a \geq 0 \;\; \Rightarrow \;\; x = a \;\; ó \;\; x = -a$$

$$|x| \leq a \;\; y \;\; a \geq 0 \;\; \Leftrightarrow \;\; -a \leq x \leq a$$

$$|x| \geq a \;\; y \;\; a \geq 0 \;\; \Leftrightarrow \;\; x \geq a \;\; ó \;\; x \leq -a$$

Estas propiedades eran las primeras que aparecían en la guía para tratar el tema, analizando su validez a partir de la definición. El hecho de postergar su tratamiento se basó en la dificultad que acarrea definir un concepto y comenzar su afianzamiento por casos generales y no particulares.

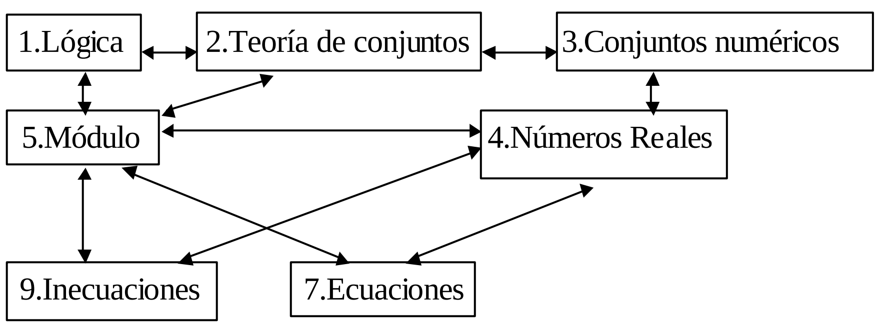
Luego se fueron proponiendo ecuaciones e inecuaciones aumentando gradualmente **(ER)** su complejidad – llegando a trabajar con subconjuntos de la recta que se expresaron como intervalos y con enunciados propios de la Lógica Proposicional- para poder abordar, por último y a modo de síntesis y cierre, los ejercicios de la guía donde todos eran afirmaciones que debían analizarse para decidir su valor de verdad (que incluían implicaciones, equivalencias e igualdades que representaban algunas propiedades del módulo como la distributiva respecto al producto y a la división y la desigualdad triangular).

Con respecto al trabajo con ecuaciones e inecuaciones, éstas aparecían en la guía mucho más adelante –en el bloque IV, luego de Polinomios, siendo que los conjuntos numéricos se trabajaron en el II- pero de todas maneras fue necesario dedicar un considerable espacio para efectuar estrategias de recuperación de aprendizajes previos y así asegurar la posibilidad de resolver estos ejercicios correctamente en cuanto a la operatoria.

Cuando se definieron los tres ejes conceptuales principales, estos temas fueron considerados como pertenecientes al de **Números Reales** por completar el estudio de las operaciones definidas en este conjunto como así también la relación de orden.

Esta decisión hizo que se adelantaran algunas vinculaciones con temas aún no introducidos en el cronograma oficial del curso, pero justamente por la importancia que adquieren las mismas en la estructura conceptual que iba consolidándose, se atendió a la necesidad de realizar esta alteración como parte del proceso de aprendizaje conceptual.

Aquí aparecen las vinculaciones a las que se hace referencia:

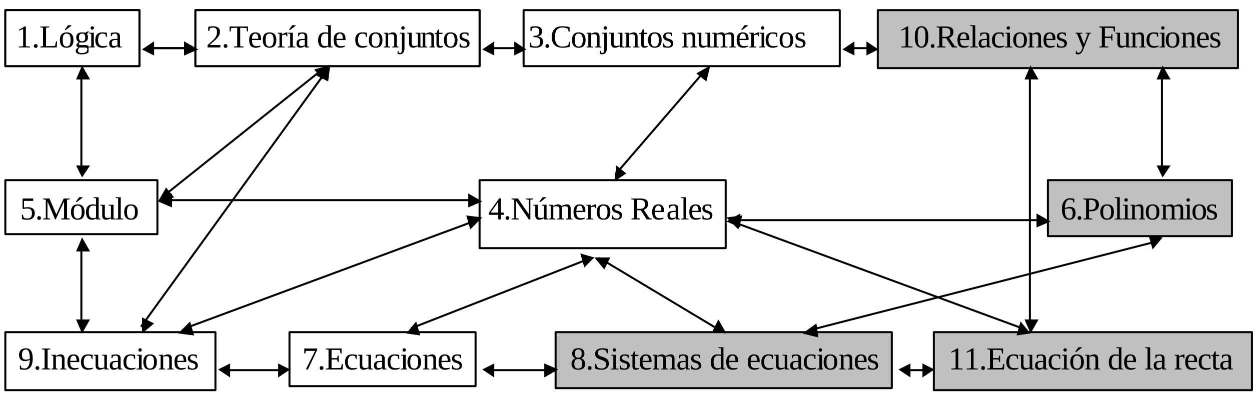


3º Eje Conceptual: Funciones

Con los temas de este eje se completaron los presentes en el programa, siendo su característica el trabajo con más de una variable. Esta característica permite agruparlos en una unidad conceptual. Siendo de gran importancia, dada la oportunidad que brindan de cerrar e integrar **(EP** y **ER)** los temas vistos con anterioridad, se destacan las vinculaciones que se establecieron entre ellos, como con la red que se fuera generando desde el comienzo del trabajo.

En el esquema siguiente aparecen sombreados para apreciar como se hallan ligados y como se trabajó sobre ellos produciéndose una reorganización curricular para hacer tangibles su relaciones conceptuales a través de actividades de "rescate" de temas tratados mucho antes –puntualmente el de Polinomios- para insertarlos en los entornos conceptuales de la noción de relación y de función, que aparecen curiosa y muy austeramente al final del cronograma (última clase).

Para destacarlos, aparecen sombreados los temas incluidos en este último eje conceptual:



Como los Sistemas de ecuaciones aparecían en el cuarto bloque de la guía -funciones ocupaba el quinto- el trabajo sobre el plano había comenzado a realizarse mucho antes de tratar la construcción de rectas, que aparecía como último tema siendo muy concreta y accesible su relación conceptual.

Con el objetivo de integrar estos conceptos se volvieron a realizar algunos ejercicios ya vistos desde el enfoque que refieren las funciones, y todas sus particularidades:

- ⇨ construcción e interpretación de gráficos
- ⇨ cálculo e interpretación de ceros o raíces
- ⇨ cálculo e interpretación de intersecciones (con el eje y, con otras funciones)
- ⇨ análisis de intervalos de positividad y negatividad y su relación con las raíces (particularmente tratando los polinomios en una variable como funciones)
- ⇨ análisis del crecimiento mediante la interpretación de gráficos
- ⇨ estudio de desplazamientos particulares de una función a partir de su gráfico
- ⇨ mención de la noción de máximo y mínimo
- ⇨ mención de la noción de continuidad
- ⇨ estudio de dominio, codominio e imagen
- ⇨ definición de la ecuación de una recta (concepto de pendiente, ordenada al origen, conceptos de paralelismo y perpendicularidad)

En base a la complejidad de esta serie de conceptos, se adelantó su tratamiento cada vez que fue posible para preparar y tener presente todo elemento que colaborara con el soporte de la noción de función, como estructura fundamental en los temas venideros incluídos en la gran mayoría de las asignaturas de las carreras.

Puede decirse que en esta ocasión se había arribado a un concepto considerado un pilar sobre el que se asientan los desarrollos a tratar en las sucesivas materias.

Como ejemplo en este eje se desarrollará el tratamiento de polinomios.

En general se define **polinomio** en forma muy abstracta, como la dada en el apunte teórico que utilizaban los alumnos:

"Una función que es una suma de monomios se denomina función polinomial o polinomio[7]

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

donde n es un número natural y a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, a_1 *y* a_0, *los coeficientes del polinomio, pertenecen al conjunto de los números reales."*

La mayor dificultad radica en que el alumno no puede interpretar la expresión anterior a pesar de que el tema fue estudiado en la escuela, sólo puede dar ejemplos sin entender lo que ellos representan conceptualmente.

Teniendo presente que el objetivo es lograr el aprendizaje conceptual, se introdujo el tema a través de una situación concreta (**EM**), tratando de relacionarlo con los anteriores (**EP** y **ER**).

Problema elegido:

Se necesitan confeccionar tarjetas de invitación y se solicita a los alumnos que diseñen una con el único requisito de que tengan 20 centímetros de alto (**EM**).

Luego se pide calcular la cantidad de papel que se utilizará para la tarjeta diseñada, para lo cual se requiere calcular la superficie que tienen las tarjetas (**EP**).

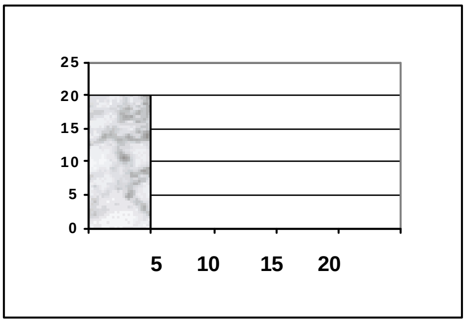
Se observan los distintos diseños propuestos de tarjetas que se graficaron en el plano (**EO**) calculando en cada caso –en conjunto el docente con los alumnos- la superficie:

[7] " Polinomios- Factorización-Expresiones Algebraicas". Apunte del Curso de Ingreso 2002. Matemática Económicas.

En primer lugar se ubicó la figura sobre los ejes.

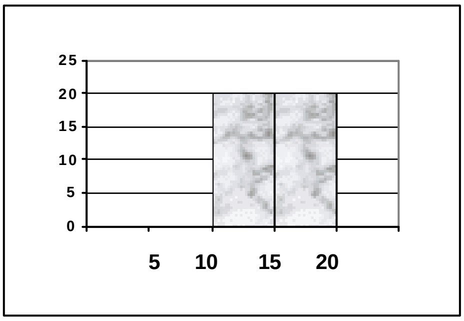
La superficie que ocupa es 100 cm^2.

Pues $S = b \cdot h = 5 \cdot 20 = 100\ cm^2$



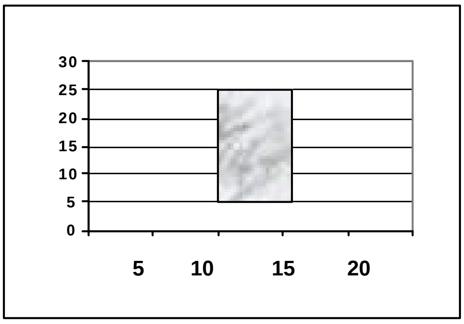
En este caso, el gráfico se realizó desplazado, donde fue necesario calcular la medida de la base:

$S = (20 - 10) \cdot 20 = 10 \cdot 20 = 200\ cm^2$



Para esta situación, aún más general, hubo que calcular tanto la medida de la base como la de la altura, donde el área resultó:

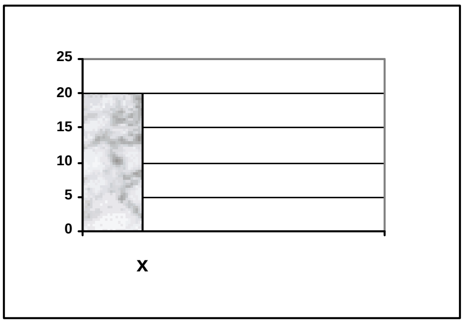
$$S = (16 - 10) \cdot (25 - 5) = \\ = 6 \cdot 20 = 120\ cm^2$$



Finalmente se propuso calcular la superficie de una figura de base desconocida **x** y **se concluyó que la misma depende de la medida x de la base** (**EE**).

Con lo cual se obtiene que

$S(x) = x \cdot 20 = 20\,x \quad \rightarrow$ *Polinomio de grado 1*



Este último es un caso genérico pero no contempla todas las posibilidades. Sirve sólo para generalizar el primero que se presentó, tomando bases de distintas medidas, apareciendo la noción de variable o indeterminada.

En la siguiente situación planteada, se despega el gráfico de los ejes para analizar una situación más amplia (**EE**) eliminándose la restricción sobre la altura de la tarjeta.
Aquí la variable adquiere un rol predominante. Se ubicó estratégicamente la figura centrada verticalmente entre 0 y 30 y a una distancia x de los ejes

Para calcular la superficie debieron determinarse las medidas de los lados, que dependían ambos del valor de x.

Así se obtuvo la *expresión entera en x*:

$$\mathbf{S(x) = (15 - x) \,.\, (30 - 2 \,.\, x)}$$

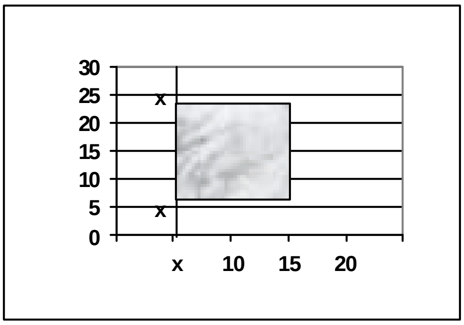
que al desarrollarla dió como resultado:

$15 \,.\, 30 - 15 \,.\, 2 \,.\, x - x \,.\, 30 + x \,.\, 2. \, x =$

$450 - 30\, x - 30\, x + 2\, x^2 =$

Es decir: $\mathbf{S(x) = 2\, x^2 - 60\, x + 450}$

$\rightarrow$ *Polinomio de grado dos*



A modo de cierre de la introducción se analizó el proceso realizado repasando las distintas situaciones con el fin de extraer conclusiones y generalidades.

- Se enfatizó que en las expresiones de los ejemplos **x** es una indeterminada.
- Las expresiones halladas establecían la dependencia de la superficie de las figuras con respecto a la variable **x**.
- La relación establecida entre la superficie S(x) y la indeterminada x se denomina función. Por la expresión que ésta adopta, se la denomina función polinómica.
- Cuando **x** toma un valor dado el área asumirá un valor numérico determinado, entonces el valor del área es un caso particular de la expresión genérica hallada: es el valor numérico de la función polinómica.

Por ejemplo en la última situación, si la base es 5 cm., como

$$S(x) = 2x^2 - 60x + 450$$

$$S(5) = 2 \cdot 5^2 - 60 \cdot 5 + 450$$

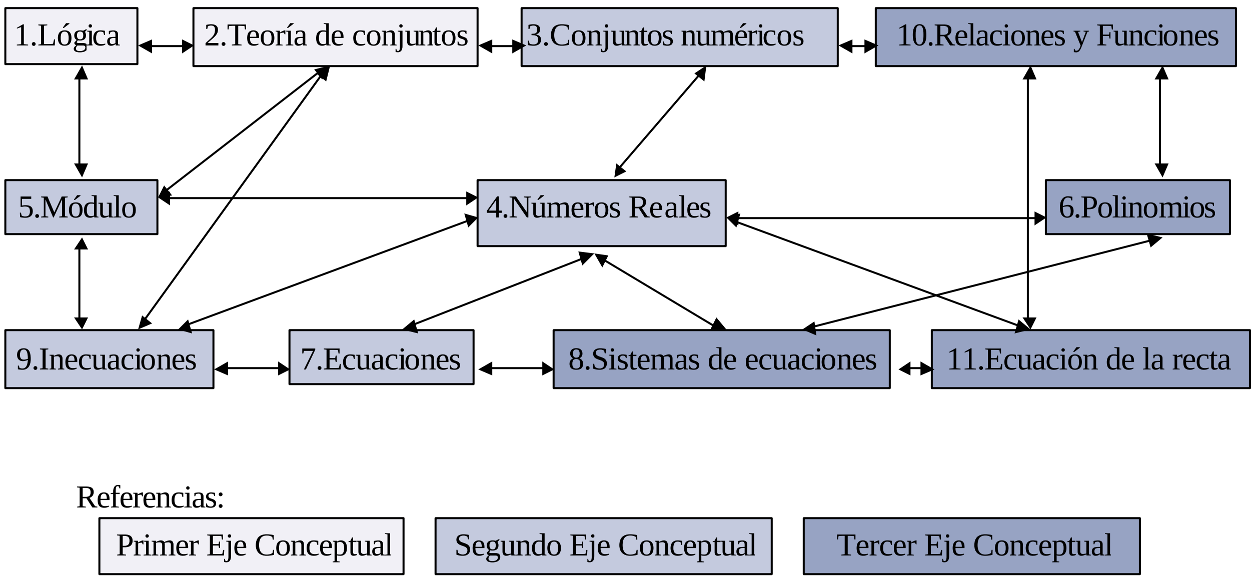
$S(5) = 50 - 300 + 450 = 200\ cm^2$ ® *Valor numérico del polinomio*

La siguiente etapa se centró en el estudio de diferentes funciones polinómicas (**EE**) llegando a generalizar este concepto.

Luego se realizaron actividades que trataban la operatoria con polinomios como estructura algebraica y sus propiedades (**EP** y **ER**).

Los últimos temas abordados fueron las funciones en sentido amplio como caso particular de relación entre conjuntos numéricos, estudiando especialmente la función lineal y su aplicación en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

A modo de conclusión de la labor realizada, a continuación se identifican en el esquema conceptual inicial los temas incluídos en los distintos ejes conceptuales:



Elaboración de los instrumentos

Con la finalidad de efectivizar el objetivo general de esta investigación, se confeccionaron instrumentos a aplicar a los alumnos y que cumplieran con:

- la descripción de las características y opinión.
- la evaluación permanente.

Encuesta

Se diseñó una encuesta anónima para realizar un diagnóstico global -no inicial- y que permitiera esbozar algunas pautas acerca de la experiencia de estar realizando este curso.

De esta manera se planteó llegar a una descripción básica del grupo de alumnos sobre la marcha.

En el siguiente cuadro se explicitan las variables de interés que se incluyeron en el diseño de la encuesta:

Variables de caracterización	**Variables de opinión**
Edad	Motivo para la elección de la carrera.
Tipo de escuela de procedencia.	Impresión sobre la materia.
Año de egreso de la escuela.	Temas de mayor dificultad.
Modalidad de la escuela.	Temas nunca estudiados.
Localidad de residencia.	Cualificación de las evaluaciones.
Realización previa del curso.	Observaciones

A continuación se transcribe la encuesta elaborada donde los primeros ítems consultados respondieron al interés de realizar un estudio descriptivo y exploratorio del grupo de alumnos seleccionado. A partir del octavo punto, el objetivo de éstos se centró en analizar las opiniones tanto positivas como negativas del proceso de enseñanza y aprendizaje como factor de retroalimentación del mismo.

Por favor responder todas las preguntas de esta encuesta.

1- Edad ....

2- Tipo de escuela: • Pública • Privada

3- Año de egreso: ....

4- Modalidad de la escuela: • Bachiller • Comercial • Industrial • Otra

5- Localidad donde vive ....

6- ¿Por qué motivo eligió la carrera?.

....

....

7- ¿Realizó este curso con anterioridad? • Si • No Año:..............

8- ¿Cómo le resultó la materia?

€ muy fácil € fácil € ni fácil ni difícil € difícil € muy difícil

9- ¿Qué tema le costó más?

€ Lógica € Teoría de conjuntos € Conjuntos numéricos € Nros Reales

€ Módulo € Polinomios € Ecuaciones € Sistemas de ecuaciones

€ Inecuaciones € Ecuación de la recta € Relaciones y Funciones

10- ¿Qué tema de los tratados no estudió nunca en la escuela?

....

....

11- Las evaluaciones realizadas le resultaron

€ muy fáciles € fáciles € normales € difíciles € muy difíciles

12 Utilice este espacio para realizar las observaciones que crea conveniente.

....

....

Muchas Gracias

Instrumentos de evaluación.

Se elaboraron instrumentos de evaluación que permitieran realizar:

- diagnóstico informal de conocimientos previos.
- diagnóstico de seguimiento: evaluaciones formales e informales.

El **diagnóstico de los conocimientos previos** se programó realizarlo en las dos comisiones asignadas. Este diagnóstico estuvo referido básicamente al manejo de la operatoria y al nivel de conceptualización presente y disponible para ser tomados como puntos de partida a la hora de abordar cada tema a desarrollar. En general, y de ahí su carácter informal, se establecieron una serie de actividades elementales que requerían reflotar contenidos pertenecientes al currículo escolar en toda su extensión. Esta práctica permanente hizo posible detectar falencias para ser superadas a lo largo del curso.

El diseño de estas tareas se realizó en coherencia con el empleo de estrategias de motivación y previas al proceso de aprendizaje.

Se propusieron **evaluaciones formales** como seguimiento del aprendizaje. Las mismas se implementaron posteriormente al tratamiento de los temas en el aula, a modo de cierre.

Además de lo anterior, en ambas comisiones, se diagramaron **evaluaciones informales** como elemento disparador o cierre del desarrollo de cada uno de los temas. Estas consistieron en que el alumno resolviera un solo ejercicio en forma individual, efectuara la autocorrección del mismo y finalmente realizara la comparación con la o las posibles formas de resolución correcta. En algunos casos, podían ser entregadas al docente para su posterior análisis.

En resumen, tanto las evaluaciones formales como las informales sirvieron para que los docentes pudieran detectar las dificultades en el aprendizaje de cada tema y observaran la necesidad de una ejercitación de afianzamiento cuidando de no retrasar al grupo respecto al cronograma previsto.

Evaluación diagnóstica

Esta evaluación se implementó a los alumnos del curso febrero-marzo. Para conocer la situación del nuevo grupo de alumnos y desde dónde se debía partir en la profundización de los conceptos involucrados en la currícula se decidió tomar como diagnóstico ejercicios trabajados en septiembre-noviembre.

Se solicitó a los alumnos que resolvieran los siguientes ejercicios:

1.-Hallar el conjunto solución de la ecuación**:**

$$\sqrt{(2+x)^2+16} = 5$$

2.- Calcular el resultado del ejercicio combinado:

$$-\frac{\dfrac{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}}{(-\frac{3}{2}).(1-\frac{2}{5})}}{\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}}-(\tfrac{3}{4})^{-2}:(-\tfrac{1}{4})$$

3.- Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 4 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

Evaluaciones formales

Las **evaluaciones formales** de seguimiento del aprendizaje fueron individuales y escritas, se implementaron al comienzo de la primer clase posterior a la finalización del tratamiento del tema correspondiente. Las mismas se refirieron a “Lógica” y “Polinomios”. El motivo de la selección de estos temas se sustentó en los resultados obtenidos en la instancia previa, donde se habían indicado como los más dificultosos.

Tema: **LÓGICA**

1.-Indicar la única opción correcta:[8]

1a.– Para probar que es falso que: " ***x P(x)*** basta ver que:

š $ ***x* – *P(x)***   • ∀ *x* – *P(x)*   • ∃ *x P(x)*

1b.– Para probar que es falso que: $ ***x P(x)*** basta ver que:

š ∃ *x* – *P(x)*   • " ***x* – *P(x)***   • ∃ *x P(x)*

2.- Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:[9]

2a.– Si p ∧ q es V entonces p es V y q es V.

2b.– Si p ∨ q es F entonces p es F y q es F.

2c.– Si p → q es F entonces p es V y q es F.

Tema: **POLINOMIOS**

Ejercicio:

Hallar ***a*** para que los restos de las divisiones de $\boldsymbol{y^2 + ay + 2}$ por ***y*+1** y por ***y*-1** coincidan.

Evaluaciones informales

Las **evaluaciones informales** se realizaron en ambos cursos como elemento disparador o cierre.

Un ejemplo de este tipo de evaluación trató sobre operatoria con números reales y consistió en la resolución de un ejercicio -muy parecido al incluído en el diagnóstico inicial- seleccionado de la guía y no resuelto anteriormente en clase, para que los alumnos se

[8] La respuesta correcta se encuentra diferenciada en negrita.

[9] Las tres afirmaciones son verdaderas.

autoevaluaran y confrontaran su trabajo con las formas correctas de resolución para detectar y corregir posibles errores. Luego de la autocorrección los alumnos entregaron las pruebas al docente para su análisis.

El ejercicio seleccionado fue el 12 b)

$$\frac{2/3 + 2^{-1}}{1/2 + \sqrt{9/16}} - \frac{1/2 - 3/4}{\dfrac{(-2/3).(1 - 1/2)}{\sqrt[3]{-8/27}}} - 2^2 : (-2) =$$

Implementación de las herramientas y sus resultados

Descripción del grupo de alumnos

Primera encuesta informal.

Durante la primera instancia del curso se comprobó en el grupo piloto, que el dictado de la materia se hacía muy lento, no se podía avanzar de acuerdo al cronograma previsto por los coordinadores del curso. Se solicitó, sólo a los alumnos de este grupo, que en la hoja de firma de la asistencia colocaran su edad y el año de egreso del secundario.

En la siguiente tabla se vuelca la información obtenida respecto al año en que finalizaron el secundario:

Año de egreso	Cant. de alumnos	%	% acumulado
1977	1	1.10	1.10
1982	1	1.10	2.20
1986	2	2.20	4.40
1987	1	1.10	5.50
1988	3	3.30	8.80
1989	1	1.10	9.90
1991	5	5.49	15.39
1992	2	2.20	17.59
1993	4	4.40	21.99
1994	4	4.40	26.39
1995	6	6.59	32.98
1996	8	8.79	41.77
1997	8	8.79	50.56
1998	14	15.38	65.94
1999	16	17.58	83.52
2000	11	12.08	95.60
2001	4	4.40	100.00
Total	91	100	

Se encontró que el 25 % de los alumnos habían terminado el secundario hacía 7 años o más y que el 50 % lo habían hecho al menos hacía 4 años.

De los resultados surgió que:

El problema de aprendizaje detectado podría radicar en el tiempo transcurrido desde el egreso del nivel medio y la realización del curso de ingreso a la universidad acompañado de una débil o incompleta conceptualización.

La precariedad de los conocimientos previos que dificultaba el dictado de la materia, podía ser consecuencia del olvido de los temas vistos en la escuela y de una débil o incompleta conceptualización de los mismos por parte de los alumnos.

Aclaración:

- Si bien los alumnos de más edad se correspondían con los que hacía más tiempo que habían terminado los estudios secundarios, se encontraron algunas excepciones como por ejemplo: dos alumnos que respondieron que finalizaron el secundario en el 2001 tenían 38 y 41 años respectivamente.

- A causa de la deserción o ausentismo, no todos los alumnos de este grupo llegaron a participar de la segunda encuesta.

- La encuesta sólo la respondieron los alumnos que estuvieron presentes el día que se cumplimentó.

Análisis de la encuesta elaborada

El grupo de alumnos encuestado fue seleccionado aleatoriamente el día de la segunda evaluación parcial, ya que se aplicó en las aulas donde cada uno rindió la prueba, no perteneciendo todos a la misma comisión . Es decir, que abarcó un grupo heterogéneo respecto a la modalidad de trabajo que habían practicado hasta ese momento.

Se encuestaron en total 216 alumnos de los 930 inscriptos.

Resultados de la encuesta

-por turno y totales-

Edad de los postulantes al ingreso

	T.M	T.T	Total	% tot	F% tot
17	3	33	36	16.7	16.7
18	6	45	51	23.6	40.3
19	23	9	32	14.8	55.1
20	26	12	38	17.6	72.7
21	17	4	21	9.7	82.4
22	6	2	8	3.7	86.1
23	4	1	5	2.3	88.4
24	5	0	5	2.3	90.7
25	1	0	1	0.5	91.2
26	3	0	3	1.3	92.5
27	1	1	2	0.9	93.4
28	0	1	1	0.5	93.9
29	1	0	1	0.5	94.4
30	1	2	3	1.3	95.7
31	1	1	2	0.9	96.6
32	0	1	1	0.5	97.1
33	2	0	2	0.9	98.0
40	0	1	1	0.5	98.5
41	1	0	1	0.5	99.0
42	1	0	1	0.5	99.5
48	1	0	1	0.5	100.0
	103	113	216	100.0	

<u>Turno mañana:</u>

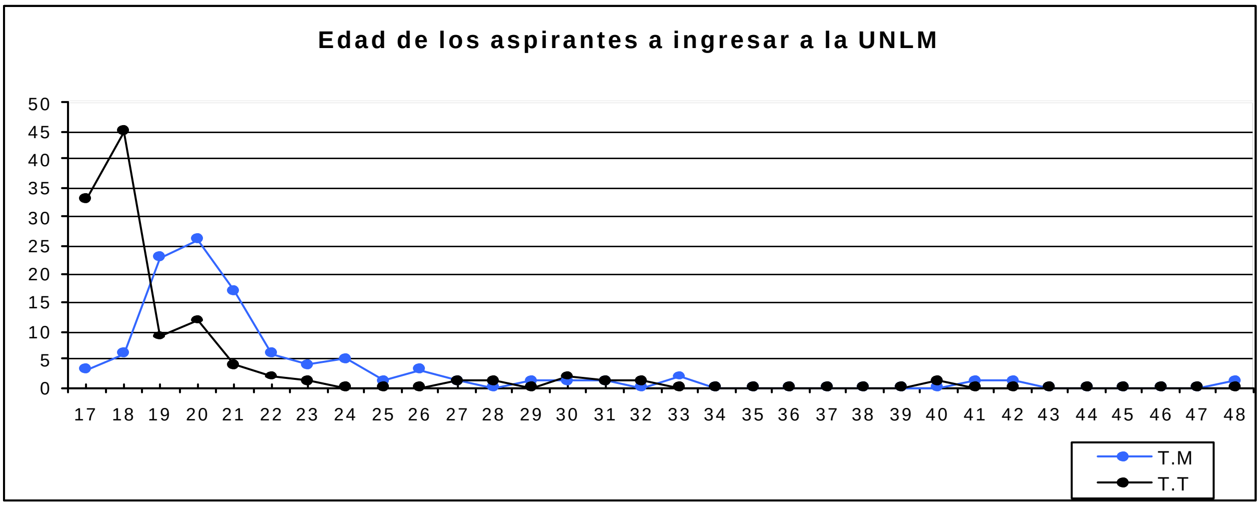
X promedio = 21.69 s = 4.91

<u>Turno tarde:</u>

X promedio = 19.04 s = 3.51

<u>Ambos turnos</u> (total):

X promedio = 20.30 s = 4.43



Se encontró que los alumnos del turno mañana tenían una edad promedio de aproximadamente 22 años con un coeficiente de variación del 22,64 %, mientras que los del turno tarde tenían, en promedio, 19 años con una variación relativa del 17,29%, es decir que el grupo de alumnos del turno tarde era más homogéneo respecto a la edad. Los siguientes porcentajes aclaran el concepto anterior: el 72,8 % de los alumnos de la mañana tenían hasta 21 años de edad y el 69 % de los de la tarde, entre 17 y 18 años con un 87,6 % de a lo sumo 20 años.

Si se considera al grupo de alumnos en forma independiente del turno de la cursada, se tiene que la edad promedio fue de 20,3 años y que el 82 % de ellos con una edad máxima de 21 años.

Teniendo en cuenta la edad cronológica según los turnos, se concluyó que los alumnos no provenían de la misma población. Al turno mañana concurrió un grupo de alumnos de mayor edad que al de la tarde.

Se creyó conveniente relacionar este hecho con los años transcurridos entre la finalización de los estudios secundarios y la realización del Curso de Admisión.

En la siguiente tabla se observa la cantidad de alumnos según año de egreso de la escuela, teniendo en cuenta la cantidad de años transcurridos.

Año de egreso	X[10]	T.M.	T.T	TOTAL
2001	**0**	9	71	80
2000	**1**	23	19	42
1999	**2**	28	9	37
1998	**3**	11	1	12
1997	**4**	12	7	19
1996	**5**	4	0	4
1995	**6**	2	0	2
1994	**7**	4	1	5
1992	**9**	2	2	4
1991	**10**	1	0	1
1990	**11**	1	0	1
1989	**12**	0	1	1
1988	**13**	1	2	3
1987	**14**	1	0	1
1986	**15**	1	0	1
1982	**19**	1	0	1
1979	**22**	1	0	1
1977	**24**	1	0	1
TOTAL		103	113	216

Turno mañana:

X promedio = 3.55 s = 4.30

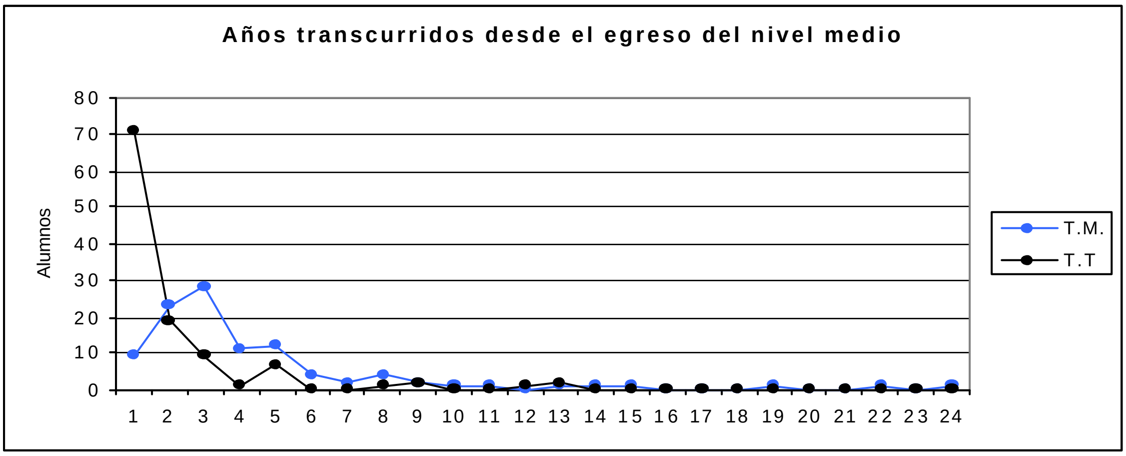
Turno tarde:

X promedio = 1.16 s = 2.53

Ambos turnos:

X promedio = 2.30 s = 3.68

[10] Redefinición del tiempo, ***X***: Años transcurridos desde la finalización del secundario.

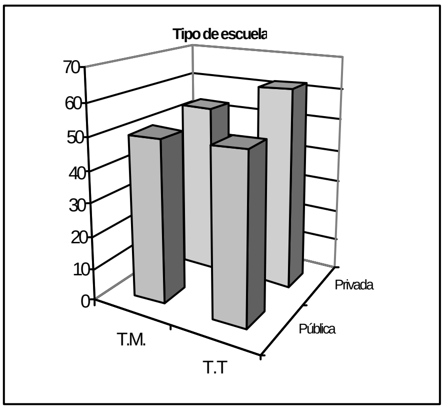


Para los alumnos del turno mañana, han pasado en promedio prácticamente 4 años entre la finalización del secundario y la realización del Curso de Admisión mientras que para los del turno tarde el promedio fue de aproximadamente un año.

El tiempo transcurrido entre el año de egreso del nivel medio y el de la cursada de matemática del Curso de Admisión para los alumnos del turno mañana fue mayor que para los del turno tarde.

Tipo de escuela de la que provienen

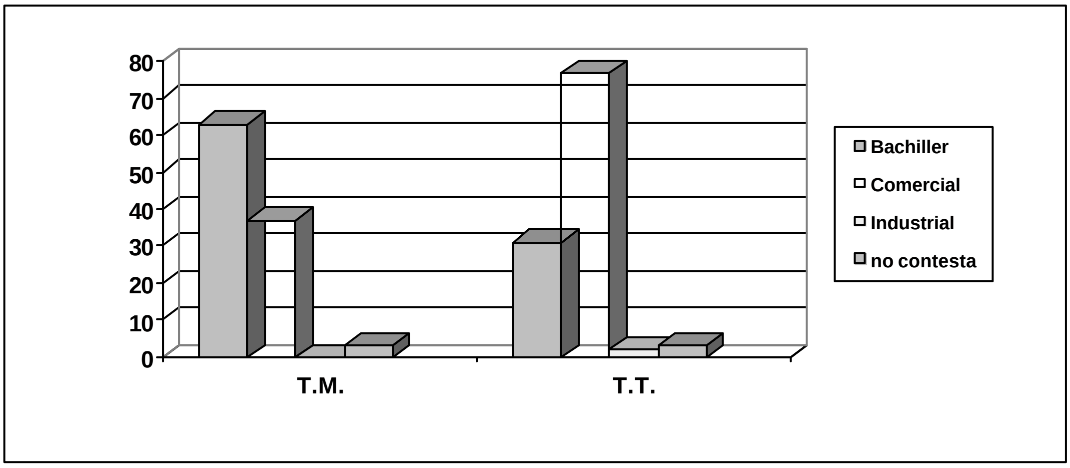
	T.M.	T.T	total
Pública	50	51	101
Privada	53	62	115
Total	103	113	216



Con respecto al tipo de escuela se puede decir que en el turno tarde se encontró una pequeña diferencia entre los alumnos que asistieron a escuelas públicas –45,13%- y los que lo hicieron en escuelas privadas – 54,87%-, en el turno mañana prácticamente no hubo diferencias.

Modalidad de la escuela de procedencia

	T.M.	T.T.	Total
Bachiller	63	31	94
Comercial	37	77	114
Industrial	0	2	2
No contesta	3	3	6
Total	103	113	216



Otra característica que marcó la diferencia entre ambos grupos de alumnos, según cursaron en uno u otro turno- se encuentra en la modalidad de la escuela de origen, lo más frecuente fue que los alumnos que se anotaron en el turno mañana fueran bachilleres y que los del turno tarde provinieran de secundarios con orientación comercial.

Localidad de residencia:

	T.M.	T.T.	Total
San Justo	**22**	13	35
Ramos Mejía	16	**28**	**44**
Ciudadela	0	1	1
Morón	1	1	2
Haedo	1	0	1
Lomas del Mirador	3	17	20
Gregorio de Laferrere	9	7	16
Isidro Casanova	15	19	34
Rafael Castillo	5	3	8
Virrey del Pino	1	0	1
Villa Luzuriaga	2	4	6
Villa Celina	0	2	2
González Catán	6	1	7
Hurlinghan	0	1	1
La Tablada	5	7	12
Ciudad Evita	6	4	10
Villa Sarmiento	1	1	2
Villa Madero	3	1	4
Las Antenas	1	0	1
Aldo Bonzi	1	0	1
Caseros	0	1	1
La Matanza	1	0	1
Capital federal	2	1	3
No contesta	2	1	3
TOTAL	**103**	**113**	**216**

Turno mañana:

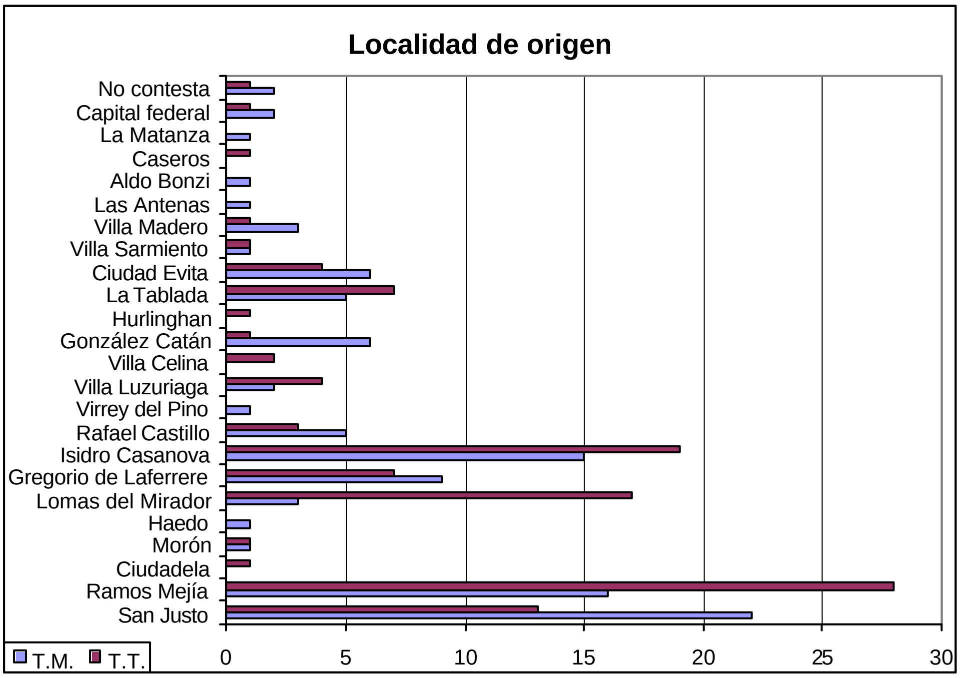
El 21.36% de los aspirantes a ingresar a la universidad vivía en la localidad de **San Justo**; el 51.46 % en las localidades de **San Justo, Isidro Casanova y Ramos Mejía** y el 71.84% en las localidades de **San Justo, Isidro Casanova, Ramos Mejía, Gregorio de Laferrere, González Catán y Ciudad Evita .**

Turno tarde:

De las localidades de **San Justo** y de **Lomas del Mirador** provenían el 11.50 % y el 15.04 % de los alumnos y de **Isidro Casanova** el 16.8% ; el 24.78% de la localidad de **Ramos Mejía** y el 80.53% de las localidades: **Ramos Mejía, San Justo , Lomas del Mirador, Isidro Casanova, Gregorio de Laferrere y La Tablada.**

Total de alumnos

El 52.31% procedían de las localidades de **Ramos Mejía, San Justo e Isidro Casanova**



La mayor parte de los alumnos pertenecían a la zona de influencia de la UNLM.

Motivo por el que eligió la carrera

	T.M.	T.T.	Total	%
Vocación (le gusta más)	55	75	130	60.1
Le gusta más y salida laboral	17	21	38	17.6
Por salida laboral, pensar en el futuro	16	5	21	9.7
Cercanía de la Universidad	3	6	9	4.2
No contesta	11	6	17	7.9
No sabe	1	0	1	0.5
Total	103	113	216	100.0

Si bien un 9,7% eligió la carrera buscando sólo una salida laboral, a pesar que su vocación era otra, la medicina por ejemplo (según un alumno), el 77.7% lo hizo por vocación y pensando en la salida laboral.

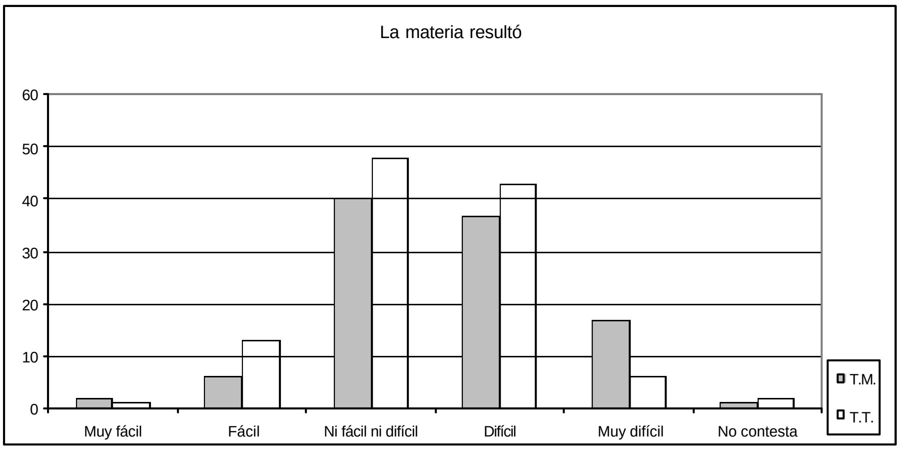
Acerca de si realizó este curso con anterioridad

	Año	T.M.	T.T.	TOTAL
No		80	95	175
Si	1996	1	0	1
	1997	1	0	1
	1998	1	2	3
	1999	1	1	2
	2000	2	3	5
	2001	11	9	20
	No indica año	6	3	9
Total		103	113	216

El 81% de los alumnos realizaba el Curso de Admisión a la UNLM por primera vez. Este hecho reforzó la hipótesis del olvido de ciertos temas por parte de los alumnos.

Dificultad de la materia

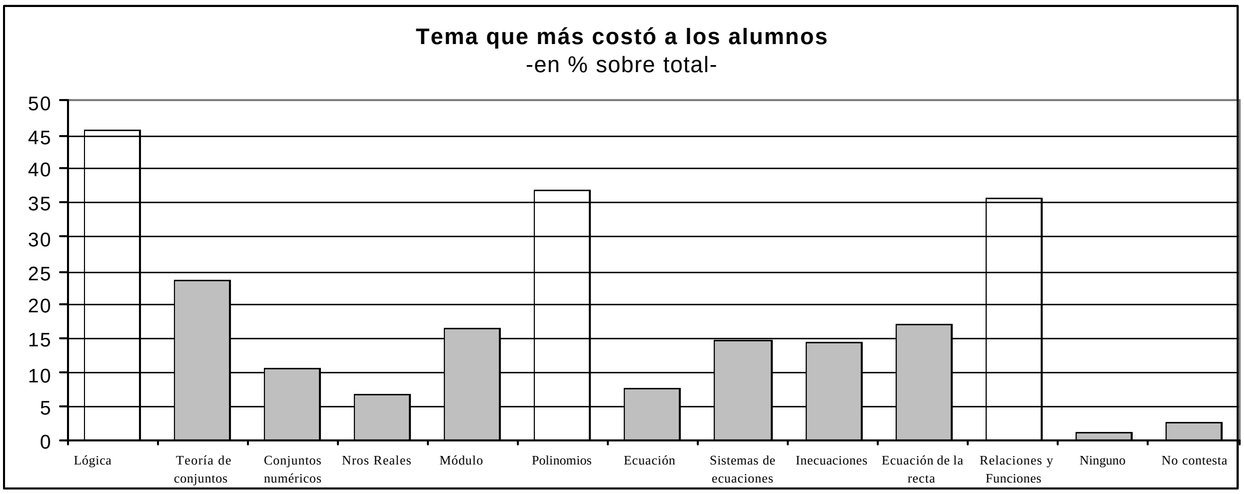
	T.M.	T.T.	Total	%
Muy fácil	2	1	3	1.4
Fácil	6	13	19	8.8
Ni fácil ni difícil	40	48	88	40.7
Difícil	37	43	80	37.0
Muy difícil	17	6	23	10.7
No contesta	1	2	3	1.4
Total	**103**	**113**	**216**	**100.0**



El 40,7 % de los alumnos dijeron que la materia les resultó ***ni fácil ni difícil***, mirando por turno se tiene que el 38,83 % de los alumnos de la mañana y el 42,48% del turno tarde contestaron respectivamente **ni fácil ni difícil,** es decir que para esta respuesta no hubo diferencia significativa según los turnos, mientras que para el resto de las respuestas si las hubo pues el 16,5 % de la mañana respondió que le resultó **muy difícil** y el 11,5 % de la tarde que le resultó **fácil.**

Tema que más costó

Hubo quienes eligieron mas de un tema	T.M.	T.T.	Total	%
Lógica	53	46	99	45.83
Teoría de conjuntos	24	27	51	23.61
Conjuntos numéricos	12	11	23	10.65
Nros Reales	9	6	15	6.94
Módulo	20	16	36	16.67
Polinomios	42	38	80	37.04
Ecuación	7	10	17	7.87
Sistemas de ecuaciones	16	16	32	14.81
Inecuaciones	17	14	31	14.35
Ecuación de la recta	27	10	37	17.13
Relaciones y Funciones	40	37	77	35.65
Ninguno	2	1	3	1.34
No contesta	3	3	6	2.78



Sobresalieron en dificultad los temas referidos a Lógica -45,83%-, Polinomios –37,04%- y Relaciones y Funciones -35,65%- como los que más les costó. Teniendo en cuenta el turno se dieron los siguientes porcentajes: TM.: 51,46%, 40,78% y 38,835 , T.T.: 40,71%, 33,64% y 32,74% respectivamente.

Tema de los tratados no estudiados nunca en la escuela

	T.M.	T.T.	Total	%
Lógica	77	78	155	71.76
Teoría de conjuntos	10	12	22	10.19
Conjuntos numéricos	4	6	10	4.63
Nros Reales	3	3	6	2.78
Módulo	26	13	39	18.6
Polinomios	8	7	15	6.94
Ecuación	3	3	6	2.78
Sistemas de ecuaciones	4	2	6	2.78
Inecuaciones	10	5	15	6.94
Ecuación de la recta	15	9	24	11.11
Relaciones y Funciones	19	11	30	13.89
Vi todos los temas	7	19	26	12.04
No contesta	7	9	16	7.4

Se puede observar que habiendo un 72% de alumnos que nunca vio el tema Lógica sólo el 45,83% dijo que es uno de los temas que más le costó; en las respuestas vertidas en observaciones un alumno contestó que le gustó mucho aprender temas de lógica que nunca había visto.

Llamó la atención que muchos alumnos dijeran que nunca habían visto *"Relaciones y Funciones"* , más aún, algunos (3 alumnos) colocaron que no habían visto ninguno de los temas del currículo porque el profesor de matemática era el director de la escuela y faltaba siempre, si esto fuera cierto sería de uno sólo de los 5 o 6 años que dura el secundario, se refuerza la hipótesis de que el lapso de tiempo transcurrido entre la finalización del secundario y la realización del curso de ingreso a la universidad puede ser el responsable del olvido de los temas vistos en la escuela.

Dificultad de las evaluaciones realizadas

	T.M.	T.T.	Total
Muy fáciles	1	1	2
Fáciles	13	13	26
Normales	**61**	**69**	**130**
Difíciles	23	22	45
Muy difíciles	5	8	13
Total	103	113	216

Tanto en el total de alumnos como en la discriminación por turnos predominaron los que consideraban que las evaluaciones eran normales.

Respuestas dadas por los alumnos en las observaciones:

- Respecto de la materia, la observación que más se destacó se refiere a la poca carga horaria en relación a la magnitud de temas contemplados.

- Respecto a las clases de apoyo, las opiniones sobresalientes fueron:
  - Tendrían que haber más clases de apoyo, ya que la materia es la más difícil del curso de admisión y además son muchos temas a desarrollar y pocas clases para b-grarlo.
  - Resultaron muy buenas, ya que sirvieron para quitar algunas inquietudes. Gracias a las clases extras pude entender mucho más.

- Respecto a los profesores, predominaron los alumnos que consideraban muy buena la relación profesor- alumno.

- Respecto a los parciales, casi todas las opiniones hicieron referencia a quejas por la revisión, el no permitir el uso de la calculadora y el tipo de temas considerados.

- Respecto a la guía de ejercicios, en general los alumnos pedían más cantidad de ejercicios para resolver.

Si bien a los alumnos se les aclaró que la encuesta era sólo para la materia Matemática muchos aprovecharon para hablar del curso en general.

Análisis del rendimiento de los alumnos. Curso Sep – Nov

Este análisis se efectuó en base a los resultados obtenidos en los dos exámenes parciales.

De los 930 alumnos que se inscribieron para realizar el curso, 757 rindieron el primer parcial y 637 el segundo parcial, en ambas instancias lo hicieron 636. Es decir que el 31,61% resultó “ausente”.

Sólo 74 alumnos del grupo piloto rindieron ambos parciales, para poder comparar el rendimiento de estos alumnos se separaron los puntajes que obtuvieron los alumnos participantes de la experiencia del obtenido por el resto de los aspirantes a ingresar a la UNLM.

A continuación se tabulan los resultados obtenidos.

Total de alumnos

Puntaje	Cant. de alumnos	F%
1	12	1,89
1,5	19	4,88
2	10	6,45
2,5	11	8,18
3	14	10,38
3,5	17	13,05
4	22	16,51
4,5	30	21,23
5	37	27,08
5,5	52	35,23
6	54	43,72
6,5	45	50,80
7	60	60,23
7,5	64	70,29
8	58	79,41
8,5	51	87,43
9	47	94,82
9,5	17	97,49
10	16	100,00
Total	636	
MODA	7,5	
MEDIANA	6,5	
PROMEDIO	6,36	

Grupo testigo

Puntaje	Cant. de alumnos	F%
1	10	1,78
1,5	18	4,99
2	9	6,59
2,5	7	7,84
3	13	10,14
3,5	15	12,81
4	18	16,02
4,5	25	20,47
5	32	26,16
5,5	48	34,71
6	45	42,72
6,5	34	48,71
7	57	58,91
7,5	53	68,34
8	55	78,13
8,5	46	86,30
9	45	94,30
9,5	16	97,15
10	16	100,00
Total	562	
MODA	7	
MEDIANA	7	
PROMEDIO	6,42	

Grupo piloto

Puntaje	Cant. de alumnos	F%
1	2	2,7
1.5	1	4,05
2	1	5,40
2,5	4	10,81
3	1	12,17
3,5	2	14,87
4	4	20,28
4,5	5	27,04
5	5	33,80
5,5	4	39,21
6	9	51,37
6,5	11	66,23
7	3	70,28
7,5	11	85,14
8	3	89,19
8,5	5	95,95
9	2	98,65
9,5	1	100,00
10	0	100,00
Total	74	
MODA	6,5 y 7.5	
MEDIANA	6.5	
PROMEDIO	6	

Sobre el total de alumnos el 25,81% obtuvo entre 4 y 6,5 puntos, el 33,65% un puntaje de 7 o más puntos y el 8,9% resultó aplazado.

Sobre el total de los presentes el 37,75% obtuvo entre 4 y 6,5 puntos, el 49,20% un puntaje de 7 o más puntos y el 13,05% resultó aplazado.

Con respecto a los alumnos de los grupos testigo y piloto se tuvieron los siguientes resultados:

	Grupo Testigo %	**Grupo Piloto %**
Entre 4 y 6,5 puntos	35,90	51,36
7 o más puntos	51,29	33,77
Aplazados	12,81	14,87

De los resultados finales se obtuvo que:

El nivel de aplazados de los alumnos del grupo piloto fue ligeramente mayor –un 16% más.

La distribución de los alumnos aprobados para el grupo testigo presentó mayor concentración en los puntajes más altos y del que participó de la experiencia en los comprendidos entre 4 y 6,5 puntos.

A partir del seguimiento realizado a los alumnos que formaron parte de las comisiones designadas para trabajar se comprobó que hubo un avance en el rendimiento alcanzado. De la comparación del Primer Parcial con el Segundo Parcial se puede observar que estos alumnos lograron un puntaje final bastante parejo al alcanzado por el resto de los aspirantes -como se detalló en la tabla- a continuación se muestra este hecho.

Rendimiento de los alumnos que cursaron matemática con dos de las investigadoras del equipo comparado con el resto de alumnos:

Resultados del Primer Parcial

Total de alumnos

Puntaje	Cant. de alumnos	F%
1	82	10,83
2	118	26,46
3	23	29,46
4	105	43,33
5	92	55,48
6	102	68,95
7	85	80,19
8	91	92,21
9	31	96,31
10	28	100,00
Total	757	
MODA	2	
MEDIANA	5	
PROMEDIO	4,97	

Grupo testigo

Puntaje	Cant. de alumnos	F%
1	65	9,79
2	103	25,30
3	20	28,31
4	90	41,86
5	78	53,61
6	87	66,72
7	79	78,62
8	85	91,42
9	31	96,09
10	26	100,00
Total	664	
MODA	2	
MEDIANA	5	
PROMEDIO	5,08	

Grupo Piloto

Puntaje	Cant. de alumnos	F%
1	17	18,28
2	15	34,40
3	3	37,63
4	15	53,76
5	14	68,81
6	15	84,94
7	6	91,39
8	6	97,84
9	0	97,84
10	2	100,00
Total	93	
MODA	1	
MEDIANA	4	
PROMEDIO	4,15	

Comparación de los resultados

- La proporción de alumnos ausentes fue similar.
- El promedio del puntaje obtenido resultó de 5,08 en el grupo testigo y el de la experiencia de 4,15 puntos
- La mitad de los alumnos del primer grupo tuvo a lo sumo 5 puntos mientras que en el otro el máximo puntaje obtenido por el 50% de los alumnos fue de 4 puntos.
- El 37,63 % de los alumnos del grupo piloto no aprobó el primer parcial mientras que sólo el 12,17% del resto no lo aprobó.
- Entre 4 y 6 puntos obtuvo el 47,31 % de los alumnos seleccionados y del resto el 38,41%.
- Con 7 o más puntos aprobó el 15,06% del grupo piloto en contraposición al 33,28% de los alumnos de las otras comisiones.

Existen diferencias entre ambos grupos que se lograron disminuir para la segunda instancia de evaluación.

Resultados del Segundo Parcial

Total de alumnos

Puntaje	Cant. de alumnos	F%
1	34	5,34
2	36	10,99
3	6	11,93
4	29	16,48
5	27	20,72
6	56	29,51
7	90	43,64
8	105	60,12
9	96	75,19
10	158	100,00
Total general	637	
MODA	10	
MEDIANA	8	
PROMEDIO	7,26	

Grupo Testigo

Puntaje	Cant. de alumnos	F%
1	29	5,15
2	35	11,37
3	4	12,08
4	26	16,70
5	24	20,96
6	49	29,66
7	75	42,98
8	95	59,85
9	84	74,77
10	142	100,00
Total general	563	
MODA	10	
MEDIANA	8	
PROMEDIO	7,26	

Grupo Piloto

Puntaje	Cant. de alumnos	F%
1	5	6,76
2	1	8,11
3	2	10,81
4	3	14,87
5	3	18,92
6	7	28,38
7	15	48,65
8	10	62,16
9	12	78,38
10	16	100,00
Total general	74	
MODA	10	
MEDIANA	8	
PROMEDIO	7,23	

Comparación de los resultados

Los puntajes obtenidos por los alumnos de ambos grupos fueron muy parejos, los siguientes porcentajes así lo indican:

- El promedio de las notas obtenidas por los alumnos del grupo testigo fue de 7,26 puntos y los del grupo piloto fue de 7,23 puntos.
- La mitad de los alumnos, en ambos grupos, obtuvo a lo sumo 8 puntos.
- El 10,81 % de los alumnos del grupo piloto no aprobó el segundo parcial mientras que en el resto no lo hizo el 12,08%.
- Prácticamente el mismo porcentaje de alumnos obtuvo entre 4 y 6 puntos -el 17,57% de los seleccionados y el 17,58% del otro grupo.
- Con 7 o más puntos aprobó el 71,62% del grupo piloto y el 70,34% de los alumnos de las otras comisiones.

Observación

Si bien los alumnos de las comisiones asignadas para utilizar la metodología propuesta por las investigadoras alcanzaron y superaron ligeramente el rendimiento final de los demás alumnos, las notas obtenidas en el primer examen parcial influyeron en los puntajes finales de dichos alumnos.

Instrumentos de evaluación

Evaluación diagnóstica.

De la prueba diagnóstica inicial participaron 67 alumnos del turno mañana y 63 del turno noche, los presentes el primer día de clase a las comisiones asignadas en la segunda instancia del curso -los días 4 y 6 de febrero de 2002-.

Para el análisis de esta evaluación se realizó un estudio cuali-cuantitativo de las resoluciones efectuadas por los mismos.

Análisis de los resultados

Ejercicio Nº 1

Hallar el conjunto solución de la ecuación:

$$\sqrt{(2+x)^2+16}=5$$

Este ejercicio sólo fue resuelto correctamente por dos (2) alumnos (1,54%). Del resto, 29 (22,31%) sólo encontraron una de las dos soluciones de la ecuación, 90 (69,24%) lo resolvieron mal y 9 (6,92%) no hicieron ningún tipo de desarrollo.

De los que resolvieron mal se tuvo que: 10 alumnos (11,11%) no concluyeron deteniéndose al llegar a la ecuación cuadrática y 63 alumnos (70,00 %) distribuyeron la raíz y/o la potencia con respecto a la suma indicada de números enteros y 17 (18,89%) cometieron en varios tipos de errores algebraicos.

Algunos ejemplos de errores encontrados fueron:

Partiendo de $\sqrt{(2+x)^2+16}=5$ arribar a:

a) $\cancel{\sqrt{\ }}4+\cancel{x^2}+16=5$ b) $\sqrt{(2+x)^2}+\sqrt{16}=5$ c) $(2+x)^2+16=5^2$

$2+x+16=\sqrt{25}$

Observaciones*:*

- ✓ De los 130 alumnos que efectuaron el diagnóstico inicial sólo 41 (31,54%) abordaron la ecuación operando sin algún tipo de error de despeje. Ningún alumno verificó el resultado hallado para la ecuación.
- ✓ Por tratarse de una ecuación cuadrática, aparece la posibilidad de obtener dos resultados, que es analizada solo por dos alumnos. Muchos se quedaron con la única solución hallada sin atender una de las características principales de estas ecuaciones.

Ejercicio Nº 2:

Calcular el resultado del ejercicio combinado:

$$-\frac{\dfrac{3/4-2/3}{(-3/2).(1-2/5)}}{\sqrt[3]{-27/8}}-(3/4)^{-2}:(-1/4)$$

Sólo 2 alumnos (1,54%) lo resolvieron correctamente -que no son los que resolvieron bien el ejercicio anterior- 38 (29,23%) no lo hicieron y 90 (69,24%) lo resolvieron mal. De los que resolvieron mal, 6 alumnos (6,67%) cometieron un solo error al operar con números racionales, 10 (11,11%) sólo un error de signo y 74 (82,22%) dos o más tipos de errores.

Entre los alumnos que resuelven correctamente y los que tienen un solo error suman en total 18 (13,84 % del total) representando un proporción preocupante ya que serían quienes se hallaban en condiciones de utilizar la operatoria con números racionales como herramienta. Es preciso notar que se permitió la utilización de calculadoras.

Ejercicio Nº 3:

Resolver el sistema de ecuaciones:

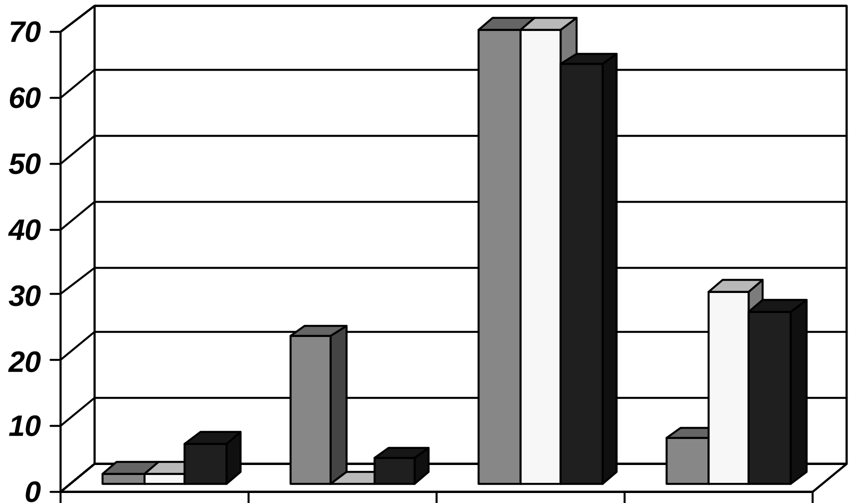
$$\begin{cases} 3x + 4y = 4 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

En este ejercicio, 34 alumnos (26,15%) no realizaron ningún tipo de planteo o principio de resolución, 8 (6,15%) lo resolvieron en forma correcta y 5 (3,85%) sólo calcularon una de las dos coordenadas del punto solución del sistema. El resto, 83 alumnos (63,85%), lo resolvió mal.

Ninguno de los alumnos verificó de la solución encontrada.

Resumen

En el siguiente cuadro se sintetizan los resultados anteriores expresados en porcentajes.



	Correcto	Incompleto	Incorrecto	No resuelve
Ej. 1	1,54	22,31	69,24	6,92
Ej. 2	1,54	0	69,24	29,23
Ej. 3	6,15	3,85	63,85	26,15

Es muy alto el porcentaje de alumnos que resolvieron incorrectamente cada ejercicio.

La diferencia que se observa entre la cantidad de alumnos que resolvieron correctamente el tercer ejercicio respecto de los dos primeros, lo distingue pero hay que tener en cuenta que para resolver sistemas de ecuaciones –que es un tema que siempre se incluye en los contenidos de la escuela media- están habituados a utilizar un método o técnica mecánica de resolución.

Sin embargo, en los dos primeros no están pautados previamente los pasos a seguir para obtener una resolución correcta, sino que debe analizarse luego de cada operación la estructura que va presentándose para continuar el desarrollo. La decisión acerca de cómo seguir adelante está en manos del alumno. De ahí la gran proporción de ejercicios incompletos –no saber cómo seguir- incorrectos –suponer que se sabe cómo proceder- y no resueltos –no saber por donde empezar-.

Evaluaciones formales

La elección de los temas de Lógica y Polinomios para estas evaluaciónes se sustentó en los resultados obtenidos del análisis de la encuesta tomada en la instancia previa

Tema: **LÓGICA**

Esta evaluación la llevaron a cabo 57 alumnos del T.M., los presentes en la clase del 21 de febrero. La misma consistió en la realización de dos ejercicios integradores, del tipo de los de la guía de trabajos prácticos.

Análisis de los resultados.

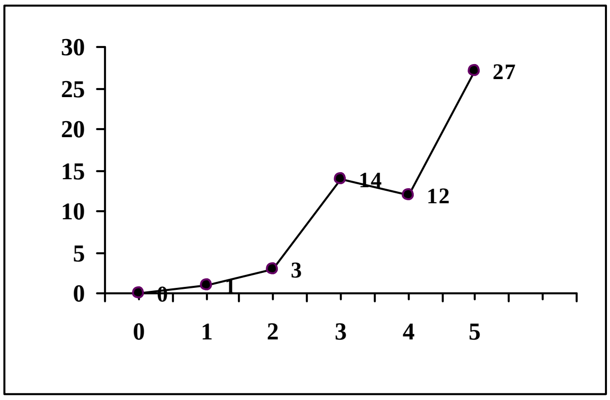
A continuación se presentan los resultados de la corrección, por alumno y por ítem, respetando la siguiente consigna: 1 si el ejercicio estaba bien y 0 en caso contrario.

Nº ORDEN	1a	1b	2a	2b	2c	PUNTAJE
1	1	1	1	0	1	4
2	1	1	1	1	1	5
3	1	1	1	1	1	5
4	1	1	1	1	1	5
5	1	1	1	1	1	5
6	1	1	1	1	1	5
7	1	1	1	1	1	5
8	1	0	1	1	1	4
9	1	1	1	1	1	5
10	1	1	1	1	1	5
11	0	0	1	1	0	2
12	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	0	4
14	1	0	1	1	0	3
15	1	0	1	1	1	4
16	1	1	1	1	1	5
17	0	1	1	1	1	4
18	1	1	1	1	1	5
19	0	0	1	1	1	3
20	1	1	1	1	1	5
21	1	1	1	1	1	5
22	1	1	1	1	1	5
23	0	0	1	1	1	3
24	1	1	1	1	1	5
25	0	0	1	1	1	3
26	1	1	1	0	1	4
27	0	0	1	1	1	3
28	0	0	1	1	1	3

29	0	0	1	1	1	3
30	1	0	1	1	1	4
31	0	0	1	1	0	2
32	1	1	1	0	1	4
33	0	0	1	1	1	3
34	0	0	1	1	1	3
35	0	0	1	1	1	3
36	1	0	1	1	1	4
37	1	1	1	1	1	5
38	1	1	1	1	1	5
39	1	1	1	1	1	5
40	0	0	1	1	1	3
41	1	1	1	1	1	5
42	1	1	1	1	1	5
43	1	1	1	1	1	5
44	1	1	1	1	1	5
45	1	1	1	1	1	5
46	0	0	1	1	1	3
47	1	1	1	1	1	5
48	1	0	1	1	1	4
49	0	0	1	1	0	2
50	0	0	1	1	1	3
51	1	0	1	1	1	4
52	1	1	1	1	1	5
53	1	1	1	1	0	4
54	0	0	1	1	1	3
55	1	1	1	1	1	5
56	1	1	1	1	1	5
57	1	1	1	1	1	5

Distribución de los puntajes.

Puntaje	**Cantidad de alumnos**
0	0
1	1
2	3
3	14
4	12
5	27



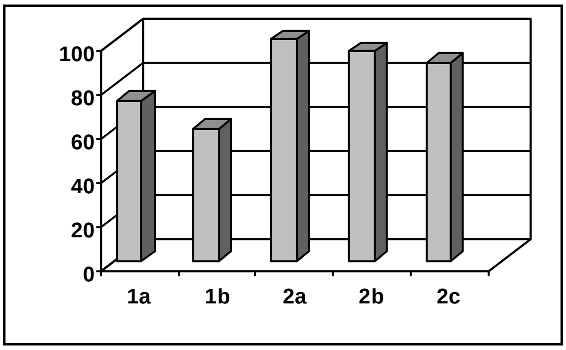
Conclusiones

- Todos los alumnos resolvieron bien algún ítem.
- Predominaron los alumnos que obtuvieron 5 puntos sobre 5.

- El 93% resolvió correctamente 3 o más puntos.
- La nota promedio fue de 4,07 puntos sobre 5

El porcentaje de respuestas correctas por ítem fue el siguiente:

Ejercicio	
1a	70,2% (40/57)
1b	59,7% (34/57)
2a	100% (57/57)
2b	94,7% (54/57)
2c	89,5% (51/57)



Tema: **POLINOMIOS**

Esta evaluación la realizaron 33 alumnos, los presentes a clase el 5 de marzo. La misma consistió en la resolución de un solo ejercicio extraído de la guía y no resuelto anteriormente.

Ejercicio

Hallar $\boldsymbol{a}$ para que los restos de las divisiones de $\boldsymbol{y^2 + ay + 2}$ por $\boldsymbol{y+1}$ y por $\boldsymbol{y-1}$ coincidan.

Análisis de los resultados.

Para el análisis de la corrección del ejercicio se tuvo en cuenta que el alumno cumpliera con los siguientes objetivos:

A- Empleo de la teoría: Teorema del Resto-Ruffini

B- Cálculo: Trabajo con números enteros

C- Planteo de condición: Igualación de restos

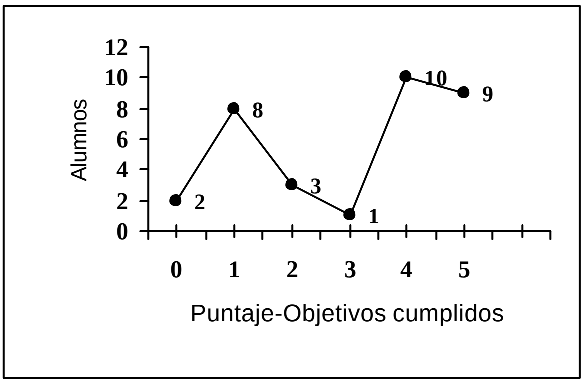
D- Resolución de la ecuación

E- Verificación de la solución obtenida

En la tabla siguiente se presentan los resultados de la corrección, por alumno y por objetivo, respetando la siguiente consigna: 1 si se cumplió correctamente y 0 en caso contrario. De esta manera el puntaje es equivalente al número de objetivos cumplidos.

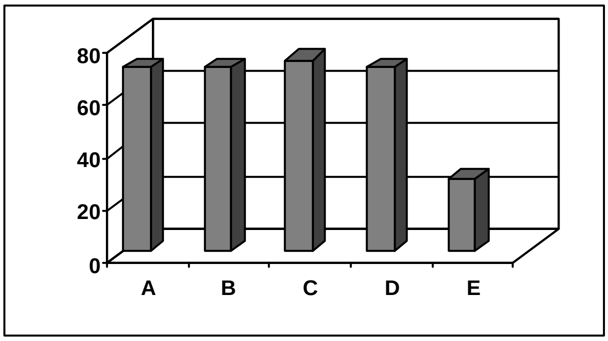
Nº ORDEN	A	B	C	D	E	PUNTAJE
1	1	1	1	1	1	5
2	1	1	1	1	1	5
3	1	1	1	1	1	5
4	1	1	1	1	1	5
5	1	1	1	1	1	5
6	1	0	0	0	0	1
7	1	0	0	0	0	1
8	0	1	0	0	0	1
9	1	1	1	1	1	5
10	1	1	1	1	1	5
11	1	1	1	1	1	5
12	1	0	0	0	0	1
13	0	0	0	0	0	0
14	1	0	0	0	0	1
15	1	1	1	1	0	4
16	0	0	1	1	0	2
17	0	0	1	0	0	1
18	0	0	1	1	0	2
19	0	0	1	1	0	2
20	1	1	1	1	0	4
21	0	1	0	0	0	1
22	0	1	0	0	0	1
23	0	0	0	0	0	0
24	1	1	1	1	0	4
25	0	1	1	1	0	3
26	1	1	1	1	0	4
27	1	1	1	1	0	4
28	1	1	1	1	0	4
29	1	1	1	1	1	5
30	1	1	1	1	0	4
31	1	1	1	1	0	4
32	1	1	1	1	0	4
33	1	1	1	1	0	4

Puntaje	Cantidad de alumnos
0	2
1	8
2	3
3	1
4	10
5	9



El cumplimiento de los objetivos, en porcentajes fue el siguiente:

A	69,7%	(23/33)
B	69,7%	(23/33)
C	72,7%	(24/33)
D	69,7%	(23/33)
E	27,3%	(9/33)



La nota promedio obtenida por los alumnos fue de 3,1 sobre 5 puntos.

Por otro lado, se observó que:

- El 27,3% de los alumnos resolvieron correctamente el ejercicio (incluída la verificación).
- El 30,3% lo resolvieron correctamente sin verificar.

En síntesis, el 57,6% de los alumnos lo resolvieron correctamente (con o sin verificación).

Si bien el objetivo menos cumplido fue el de la verificación de la solución obtenida, cabe destacar que:

La cantidad de alumnos que utilizaron la verificación, como herramienta de validación de resultados, aumentó (del 0% al 27%) con respecto al diagnóstico inicial.

Evaluaciones informales

Esta evaluación se tomó a 55 alumnos en el turno noche el 20 de febrero de 2002.

El ejercicio seleccionado fue el 12 b) de la guía de ejercicios:

$$\frac{\frac{2}{3}+2^{-1}}{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{9}{16}}}-\frac{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}{\frac{(-\frac{2}{3}).(1-\frac{1}{2})}{\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}}}-2^{2}:(-2)=$$

El mismo fue resuelto por 53 de los 55 alumnos presentes, los dos alumnos restantes resolvieron otro similar porque éste ya lo habían hecho.

Como algunos alumnos corrigieron el desarrollo realizado ocultando de esta manera los pasos incorrectos sólo se analizaron los distintos tipos de errores sin dar porcentajes de los mismos.

Observaciones.

Comparando con los resultados de la prueba de diagnóstico (donde el segundo ejercicio era similar), se notó una mejora en la potenciación, la radicación y la identificación de la estructura algebraica del ejercicio. Sin embargo siguieron presentándose dificultades en relación con la operatoria algebraica con números racionales.

Conclusiones finales

Conclusiones

En el desarrollo de la investigación, que se expuso anteriormente, pudo observarse que los instrumentos implementados dependieron de la instancia en que se dictó el curso de admisión, aunque la metodología estratégica se utilizó en todo momento.

Las actividades realizadas en el aula y la resolución reflexiva de situaciones problemáticas, complementadas con la realización en el pizarrón de distintas alternativas de resolución que llevaran a un mismo resultado y su posterior debate, posibilitaron que los alumnos participaran activamente en el proceso de enseñanza aprendizaje; pudiendo plantear dudas, discutir sobre las distintas posibilidades de resolución, identificar errores para su corrección, reforzar conceptos y propiedades involucrados y descubrir que: formular dudas forma parte del aprendizaje, pueden convertirse en grupales las inquietudes individuales y el hecho de cometer errores no es indicador de falta de capacidad.

El trabajar con un grupo piloto en la primera instancia (primer grupo) y comparar los resultados obtenidos con el resto de los alumnos, permitió evaluar el trabajo realizado en el aula y posteriormente ajustarlo a través de las evaluaciones periódicas implementadas en la segunda instancia (con el segundo grupo piloto).

El primer grupo de trabajo presentó diferencias significativas respecto al resto de los alumnos. Esta situación era esperable debido a que el mismo no fue seleccionado utilizando algún criterio determinado de representatividad sino que fue asignado a las investigadoras; la no representatividad se ve reflejada –entre otras cosas- en el hecho de que las dos comisiones que lo conformaban eran del turno mañana habiendo dos turnos de cursada.

Las diferencias que este grupo presentó se hicieron evidentes desde los comienzos del dictado de la materia, éstas se evidenciaban porque el desarrollo de los temas se hacía muy lento no pudiéndose avanzar de acuerdo al cronograma previsto.

En este grupo se comprobó que el 25 % de los alumnos habían terminado el secundario hacía 7 años o más y que el 50 % lo había hecho al menos hacía 4 años. Para el resto de los alumnos era menor el tiempo transcurrido desde que habían finalizado el secundario, en particular para los del turno tarde que hacía -en promedio- un año.

Además, al comparar los turnos mañana y tarde se observó que los alumnos del turno mañana tenían una edad promedio mayor y menos homogénea.

La precariedad de los conocimientos previos que dificultaba el dictado de la materia, podía ser consecuencia del olvido de los temas vistos en la escuela y de una débil o incompleta conceptualización de los mismos por parte de los alumnos.

Otra característica que marca la diferencia entre ambos grupos de alumnos y que pudo haber influido en el desarrollo del curso, se encuentra en la modalidad de la escuela de origen, lo más frecuente fue que los alumnos que se anotaron en el turno mañana fueran bachilleres y que los del turno tarde provinieran de secundarios con orientación comercial.

El seguimiento del rendimiento de este grupo se realizó con el análisis comparativo de las dos evaluaciones parciales. Este análisis se efectuó en base a los resultados obtenidos por los alumnos que rindieron las evaluaciones porque la proporción de ausentes fue similar en ambas evaluaciones y para ambos grupos.

	Primer parcial % de alumnos			**Segundo parcial** % de alumnos		
Puntajes	**Grupo testigo**	**Grupo piloto**	**Diferencia**	**Grupo testigo**	**Grupo piloto**	**Diferencia**
Entre 4 y 6,5	38,41	**47,31**	+ 8,9	17,58	17,57	- 0,01
7 o más	**33,28**	15,06	- 18,22	70,34	**71,62**	**+ 1,28**
Aplazados	28,31	**37,63**	+ 9,32	**12,08**	10,81	**- 1,27**

De la comparación realizada se destaca que el porcentaje final de aplazados resultó inferior y el de 7 o más puntos, superior.

El grupo piloto tuvo un avance notable en el rendimiento alcanzado, logrando zanjar las diferencias iniciales hasta igualar o incluso superar levemente el rendimiento final del resto de los alumnos.

El proceso de enseñanza abordado con el objetivo de producir un aprendizaje conceptual no otorgó resultados satisfactorios inmediatamente ya que no es una tarea sencilla, pero su aplicación logró, al finalizar el curso, un saldo altamente positivo teniendo en cuenta las condiciones en que se encontraban los estudiantes al iniciarlo.

Dadas las características del grupo piloto, los resultados finales obtenidos en las evaluaciones demuestran la efectividad de la metodología empleada en el aula. Finalmente, se puede afirmar que el factor superador de las dificultades de aprendizaje iniciales radicó en el empleo de las estrategias diseñadas.

En el segundo grupo cambiaron las condiciones de trabajo, el escenario fue diferente, ya que la duración del curso disminuyó, siendo éste más intensivo, y se contó sólo con un examen final.

La falta de exámenes parciales hizo necesario la implementación de evaluaciones de diagnóstico y de seguimiento diseñadas para tal fin con el objetivo de revisar y ajustar las estrategias a implementar. Los temas elegidos para las evaluaciones de seguimiento, Lógica y Polinomios, se seleccionaron de aquellos que los alumnos consideraron como más dificultosos en el primer grupo de trabajo. La evaluación diagnóstica posibilitó detectar las dificultades en la operatoria con números reales y como complemento, las evaluaciones informales sirvieron para testear las estrategias de trabajo utilizadas en el desarrollo de los distintos temas.

Resultados de las evaluaciones			
Diagnóstico inicial	**Lógica**	**Polinomios**	**Números reales**
Ningún alumno realiza verificación de la solución hallada.		El 27,3% resolvió correctamente y verificó la solución hallada.	Mejoró, respecto al diagnóstico inicial, la potenciación, la radicación y la identificación de la estructura algebraica del ejercicio. Permanecen las dificultades en la operatoria algebraica con números racionales.
Resuelven correctamente 1,54% el ejercicio 1 1,54% el ejercicio 2 y 6,15% el ejercicio 3.	El 93% resolvió correctamente 3 o más puntos, de los 5. La nota promedio fue de 4,07 puntos sobre 5. Predominan los alumnos que obtuvieron 5 puntos sobre 5.	El 57,6% resolvió correctamente. La nota promedio obtenida por los alumnos fue de 3,1 sobre 5 puntos	
Cada ejercicio no es resuelto aproximadamente por el 20%.	Todos los alumnos resolvieron bien algún ítem habiéndolos abordado a todos.	Sólo el 6% no resolvió el ejercicio.	Todos abordaron el ejercicio.

En esta instancia no se contó con los resultados del examen final para comparar el rendimiento del grupo piloto con el resto. Sólo se pudo realizar el análisis de la evolución del grupo.

En el análisis de las evaluaciones implementadas pudo observarse cómo mejoró el rendimiento de los alumnos en la resolución de los diversos ejercicios y además cabe destacar: el cambio de actitud frente al trabajo y la adquisición de habilidades en el uso de herramientas.

En esta etapa pudo evaluarse, a través de los instrumentos utilizados, el grado de conceptualización logrado por los alumnos, ya que el diseño de las herramientas se basó en la necesidad de poder medir las habilidades relacionadas con la adquisición de conceptos, la utilización de recursos metodológicos para la resolución de las situaciones planteadas y el grado de superación de las dificultades iniciales que habían sido analizadas desde el comienzo del trabajo áulico.

Los resultados observados en este grupo reafirman la efectividad de la metodología de trabajo implementada, fundamentalmente en la utilización de las estrategias de motivación, organización, elaboración y recuperación.

Palabras finales

Esperamos, como investigadoras, que uno de los aportes que este trabajo pudiera brindar a la enseñanza de la matemática, sea el de motivar a un cambio de actitud en la actividad docente, provocando la posibilidad de reflexionar sobre el propio quehacer en el aula para promover la búsqueda constante de nuevos caminos que permitan mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.

Si bien en todo proceso de enseñanza aprendizaje deben existir las estrategias previas al aprendizaje, las de motivación, organización, elaboración y recuperación, la selección dentro de cada una de estas categorías no es un modelo cerrado, cambia en cada situación aúlica y es el propio docente quien tiene que buscar las adecuadas para luego implementarlas.

Por tal motivo pensamos que las estrategias incluídas en cada uno de los grupos no se pueden copiar estáticamente, no existe receta que asegure el buen aprendizaje. Es el propio docente quien tiene que re-elaborarlas y esa elaboración depende fundamentalmente del conocimiento de los conceptos que él posee de la ciencia que enseña y de las características del grupo de alumnos al que van dirigidas.

Bibliografía

Bibliografía

- Ángel, María Eugenia y Fernández Graciela (1991): *Análisis del rendimiento de los alumnos inscriptos en Ciencias Económicas***.** UNLM
- Ángel, María Eugenia y Sara Elizondo: *Actualización, formación y capacitación docente para la Educación Matemática.* Programa de Incentivos 1997-1998. UNLM.
- Ángel, María Eugenia (2000): *¿Leo, Traduzco, Resuelvo?* Ed. C&C. San Justo. Bs.As.
- Antonijevic, N. y Chadwick, C. (1981/1982): *Estrategias Cognitivas y Metacognición.* Revista de Tecnología Educativa, 7(4), 307-321.
- Bortolotto, Mónica Alejandra; Fernández, Graciela; Polola, Laura (2000): *Análisis y Resolución de Situaciones problemáticas.* Ed. C&C. San Justo. Bs.As.
- Cano, Daniel (1984): *La Educación Superior en la Argentina*. Editado por FLACSO-Grupo Editor Latinoamericano. Bs. As.
- Carretero M (1997): *Introducción a la psicología cognitiva.* Ed. Aique Bs. As.
- Coll César (1987): *Psicología y curriculum*. Ed. Paidós. Bs. As.- Barcelona - México.
- Flavell J (1985): *Cognitive development*. Segunda edición. Englewood N.J. Prentice Hall.
- Fuenmayor, C. y Mantilla de G., M. (1988): *Necesidad de Logro asociada con Estrategias Cognitivas y Motivacionales de Estudio.* Memorias EVEMO 2, Sección Necesidad de Logro, pp 31-41.
- Gimeno Sacristán y Pérez Gómez Angel (1994): *Comprender y transformar la enseñanza*. Ediciones Morata S.L. España.
- Gil Daniel, Pessoa Anna y otros (1994): *Formación del profesorado de las ciencias y la Matemática: tendencias y experiencias innovadoras*. Ministerio de Cultura y Educ. - OEI. Ed. Popular, España.
- Godino, J. D. & Batanero, C. (1994): *Significado personal e institucional de los objetos matemáticos.* Recherches en Didactique des Mathématiques, 14 (3): 325-355.
- Godino, J. D. & Batanero, C. (1996): *Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education.* In: A. Sierpinska (Ed.), What is Re-

search in Mathematics Education, and What Are its Results? Dordrecht: Kluwer A. P. (in press).

- Guzmán, Miguel (1993): *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática.* OEI- Ed. Popular, España.
- Hernández Fernández H. y Delgado Rubí J. y otros (1998): *Cuestiones de didáctica de la matemática.* Serie Educación. Ed. Homo Sapiens. Rosario.
- Kasner, Edward; Newman, James (1985): *Matemáticas e imaginación.* Hyspamérica Ediciones. Colección Jorge Luis Borges – Biblioteca personal. Bs. As.
- Kilpatrick, Jeremy; Rico, Luis; Sierra, Modesto (1992*): Educación Matemática e Investigación* Editorial Síntesis S.A. España.1992.
- Lakatos, Imre (1986): *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático.* Alianza Editorial. 3ª Edición (en castellano).
- Novack. J. y Gowin D. (1988): *Aprendiendo a aprender.* Martínez Roca. Barcelona.
- Polola, Laura y Ecalle, Miriam: *El papel del razonamiento lógico en la educación matemática universitaria.* Programa de Incentivos 1997-1998. UNLM.
- Polya G. (1995): *Como plantear y resolver problemas***.** Ed. Trilla. México. Decimonovena impresión.
- Pozo, José I. (1993): *Comprender y transformar la enseñanza.* Ed. Morata. Madrid.
- Santaló Luis A. y colaboradores (1994): *Enfoques. Hacia una didáctica humanística de la matemática.* Ed. Troquel, educación.
- Santaló, Luis A. Varela, Leopoldo, Guasco, María y otros (1994): *Matemática: Metodología de la Enseñanza.* ProCiencia Conicet. Programa de perfeccionamiento Docente. Argentina.
- Santos Guerra, Miguel Angel (1993): *Evaluar es Comprender*, Ed Magisterio del Río de La Plata. Buenos Aires.
- Schoenfeld, Alan H. (1985): *Ideas y Tendencias en la Resolución de Problemas.* Publicado por la Olimpíada Matemática Argentina. Separata del libro “La enseñanza de la matemática a debate”, publicado por el Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.
- Skemp, Richard (1993): *Psicología del aprendizaje de las matemáticas.* Ed. Morata. Madrid.

Proyecto original

Diseño de la investigación

1. PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Título del proyecto:

"APRENDIENDO MATEMÁTICA DESDE LOS CONCEPTOS"

Unidad Ejecutora: Univ. Nac. de La Matanza Departamento: Ciencias Económicas
Instituto, Carrera, Cátedra, etc.: Estadística
Grupo de Investigación:
Dirección: Florencio Varela 1900 San Justo Cód.Postal: 1754 Tel.: 4651 - 9577

Investigadores Miembros del Equipo:

Nombre y Apellido: Laura Polola
Nombre y Apellido: Graciela Fernández
Nombre y Apellido: Miriam Ecalle
Nombre y Apellido: Mónica Bortolotto

Director/es:
Nombre y Apellido: María Eugenia Ángel
Título: Profesora de Matemática Legajo UNLM: 511
Categoría Docente: Profesor Titular Dedicación: Exclusiva
Dirección Particular: Av. Rivadavia 13230 Ramos Mejía Tel.: 4658 - 2286

RESUMEN:

Aprendiendo Matemática desde los conceptos, es un trabajo de investigación que se llevará a cabo en la Universidad de la Matanza, centrándose en los alumnos ingresantes a las carreras del Departamento de Ciencias Económicas, continuando el trabajo "Estrategias para aprender a aprender en Matemática" recién finalizado.
A través de esta investigación se pretende delinear e implementar actividades adecuadas que conduzcan, a los alumnos, a una conceptualización correcta e integral de contenidos matemáticos de uso permanente y elemental en la carrera a la que aspiran.
En base a la experiencia y a los resultados obtenidos en los cursos de admisión, se ha observado la dificultad y falta de entrenamiento que tienen los alumnos para reconocer y clasificar situaciones problemáticas para así decidir cómo resolverlas.
Los mecanismos a utilizar tenderán a lograr en los alumnos la autonomía en el aprendizaje –como en la investigación anterior-, autonomía orientada al uso consciente de aprendizajes previos correctamente internalizados, como así también al acceso a éstos mediante el empleo de estrategias ejercitadas de manera continua y organizada durante el período de aprendizaje con guía del docente, que sirvan como modelo de trabajo para las actividades futuras dentro –y fuera- de la disciplina aplicada en la profesión. **La esencia vuelve siempre a ser el hacer consciente al alumno de su manera de aprender y comprender, de sus propios recursos cognitivos y de la utilización de los mismos.**

PLAN DE INVESTIGACIÓN

Reflexiones e interrogantes que motivaron la investigación

En base al trabajo anterior, donde la principal preocupación fue la posibilidad de transferir conceptos matemáticos, surgió como principal interés el analizar exhaustivamente la forma en que fueron adquiridos estos conceptos.

Frecuentemente se observa en los alumnos una conceptualización precaria o errónea lo cual conlleva a la necesidad de encontrar actividades que tiendan a revertir la situación. En esta investigación, se toma como unidad de análisis principal al alumno ingresante a las carreras del Departamento de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Matanza.

Es en la instancia de ingreso, el comienzo de la formación profesional, donde el alumno debe construir las bases o pilares del aprendizaje efectivo, para luego poder abordar temáticas de mayor complejidad.

Debería ser natural identificar el aprendizaje real y efectivo de la Matemática con la conceptualización de los contenidos que supera ampliamente el frecuente tratamiento mecanicista de los mismos, dado que es incompleto como aprendizaje, el mero uso de habilidades adquiridas en forma mecánica.

Abocados a lograr dicha conceptualización, se trata de estudiar el desarrollo de actividades factibles que tiendan a ello. El aprendizaje conceptual, es uno de los factores principales que permite descubrir conscientemente el por qué, para qué y el significado de un problema en relación al o los conceptos presentes en él, para así encontrar la estrategia de resolverlo efectivamente (el cómo).

De las reflexiones surgen los siguientes interrogantes:

¿Sólo es la conceptualización lo que necesitan construir los alumnos?

¿Es posible revertir una mala o deficiente conceptualización? ¿Qué obstáculos debemos superar para llegar a una reconceptualización en caso de ser necesario?

¿Existen actividades adecuadas que logren inducir al alumno a encontrar el significado, el por qué y para qué como claves para resolver una situación problemática? ¿Son únicas?

La última pregunta genera otros planteos:

¿Cuáles son las características que deberían tener las actividades propuestas por el docente para que favorezcan una completa y correcta conceptualización?

¿Qué aspectos deberían estar presentes –y cuáles no- en el proceso de aprendizaje ?, es decir, ¿cómo organizar las tareas áulicas cuidando la selección de acciones positivas y reconociendo acciones negativas que deben evitarse, para lograr un buen aprendizaje?

Objetivo.
Por lo expuesto, el objetivo primordial de esta investigación es diseñar e implementar actividades que permitan lograr un aprendizaje conceptual acompañado de una evaluación permanente de estas actividades.

Objetivos operacionales.

Son varios los objetivos que se deben ir logrando para poder alcanzar la finalidad propuesta:

1 - Organizar los conceptos matemáticos a tratar respetando y resaltando la red conceptual a la que pertenecen.
2 - Obtener el perfil de los alumnos ingresantes para seleccionar los grupos de prueba piloto y de control.
3 - Adecuar el trabajo al perfil de los alumnos que formarán parte del proceso de enseñanza-aprendizaje .
4 - Elaborar las actividades de enseñanza para cada uno de los conceptos seleccionados.
5 - Seleccionar el grupo de docentes de matemática requeridos para llevar a cabo la experiencia .
6 - Implementar en el aula todos los recursos diseñados.
7 - Evaluar el trabajo realizado y extraer las conclusiones del mismo.

Proceso de Investigación.

1- Modalidad de trabajo.

Esta investigación se desarrollará en varias etapas, las mismas se encuentran totalmente relacionadas con el cumplimiento de los objetivos planteados.

Etapas de la investigación:
1- Seleccionar los contenidos matemáticos a tratar.
2- Confeccionar instrumentos que permitan evaluar el perfil de los alumnos.
3- Seleccionar grupos de prueba, piloto y de control, en base a los perfiles obtenidos.
4- Elaborar y analizar las actividades que se deban utilizar tanto para el abordaje como para el desarrollo de los distintos conceptos seleccionados en la primera etapa teniendo en cuenta los diferentes grupos de trabajo.
5- Seleccionar a los docentes que se encargarán de implementar la experiencia en el aula.
6- Elaborar el material a utilizar en el dictado de los cursos.
7- Llevar a cabo el proceso áulico .
8-Confeccionar instrumentos de evaluación.
9- Evaluar durante y al final del curso el desempeño de los alumnos.
10-Comparar los resultados obtenidos en los distintos grupos (experiencia piloto y de control)
11- Evaluar el desarrollo de las etapas anteriores y extraer las conclusiones del trabajo realizado.

2- Unidades de análisis.

Si bien la unidad de análisis más importante en esta investigación es el alumno, para el desarrollo de la misma, intervendrán otras como ser los docentes, o aquellas que surjan como necesarias en el transcurso del trabajo.

Para cada una de las unidades de análisis consideradas, se seleccionarán las variables a estudiar con sus respectivos indicadores.

Cronograma de actividades:

El siguiente es un cronograma del tiempo estimado para las distintas actividades o etapas a realizar:

Actividad	Tiempo estimado en meses
1-Selección de contenidos	2
2-Confección de instrumentos para perfil	2
3- Selección de grupos	1
4- Elaboración de actividades	4
5- Selección de los docentes	1
6- Elaboración del material a utilizar	3
7- Dictado de cursos	7
8-Confección de instrumentos de evaluación	1
9- Evaluación del curso	7
10- Comparar resultados	4
11- Evaluación de etapas	12
12- Conclusiones	15

DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN A TRAVÉS DEL TIEMPO (EN MESES)

ACTIVIDAD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1- Selección contenidos																								
2-Conf. inst. Perfil																								
3-Selección de grupos																								
4-Elaboración de activ.																								
5- Selecc. docentes																								
6- Elaborac. material																								
7- Dictado de cursos																								
8-Conf. inst.evaluación																								
9- Evaluación curso.																								
10-Comp. resultados																								
8- Evaluac. de etapas																								
9- Conclusiones																								

Transferencias

Transferencia de los resultados

RELME 15

La siguiente síntesis del trabajo **"Estrategias para aprender a aprender en matemática"** se publicó como Reporte de Investigación, RI-062, en los Resúmenes y Actas de la Decimoquinta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, RELME 15, realizada del 23 al 27 de julio de 2001 en Buenos Aires, Argentina.

Este Reunión fue convocada principalmente por el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, CLAME, y por la Universidad Nacional de General San Martín.

Asistieron como ponentes las investigadoras: Angel, María Eugenia; Fernández, Graciela y Polola, Laura.

ESTRATEGIAS PARA APRENDER A APRENDER EN MATEMATICA

María Eugenia Ángel, Laura Polola, Graciela Fernández,
Mónica Bortolotto y Miriam Ecalle
Universidad Nacional de La Matanza. Argentina
mangel@unlm.edu.ar, polola@unlm.edu.ar

CAMPO DE INVESTIGACIÓN: Otro:
Resolución de situaciones problemáticas-Lenguaje y pensamiento matemático básico.
NIVEL EDUCATIVO: MedioSuperior/Superior (17 años o más)

El presente trabajo ha sido motivado por el bajo rendimiento y dificultad que presentan los jóvenes en matemática, al querer ingresar a la Universidad. Como docentes cotidianamente nos preguntamos ¿qué podemos hacer?, ¿cómo salvar esa dificultad, ¿dónde está la falla?....

Por medio de la investigación hemos querido encontrar e implementar posibles mecanismos que faciliten en los alumnos el aprendizaje de esta ciencia, dentro de un proceso en el que se vivencie el carácter intensamente dinámico y cambiante de la misma.

El accionar elegido fue modelar una propuesta concreta de trabajo en el aula, utilizando mecanismos que tiendan a lograr en los alumnos la autonomía en el aprendizaje, hecho posible sólo si éstos pueden tomar conciencia del funcionamiento de su propia manera de aprender y comprender, de los propios recursos cognitivos y la utilización de los mismos.

La propuesta de trabajo áulico que implementamos, desde setiembre de 1999, en los cursos de admisión a las carreras contables de la UNLM, se basó fundamentalmente en la resolución reflexiva de diversas situaciones problemáticas utilizando, en cada oportunidad, estrategias adecuadas.

La elección de esta modalidad de trabajo en el aula surgió de pensar que el gran desafío en la enseñanza de la matemática es poder lograr el aprendizaje efectivo de la misma, es decir no sólo la adquisición de conocimientos sino la posibilidad de su transferencia.

Los objetivos básicos en los que nos apoyamos para el desarrollo del curso de admisión fueron los de orientar y guiar al alumno: en la lectura, comprensión e interpretación de las diversas consignas presentadas en las situaciones planteadas; la relación entre el lenguaje simbólico y el coloquial para poder realizar la transferencia de uno a otro según corresponda y la selección y aplicación de las herramientas para la resolución de las distintas situaciones problemáticas pues *"no sirve de nada saber operar si no se puede decidir las operaciones que se necesitan para resolver una situación dada"*

El objetivo final de este trabajo es el de mejorar la calidad de los resultados del aprendizaje y de los procesos del quehacer académico.

BIBLIOGRAFÍA

-Ángel, María Eugenia "Matemática. ¿Leo, traduzco, resuelvo?" Editorial C&C. 2000.
-Guzmán, Miguel de. "Tendencias Innovadoras en Educación Matemática" OEI. Ed. Popular. 1993
-Novak. J. y Gowin D. "Aprendiendo a aprender" Martínez Roca. Barcelona. 1988.
-Polya G. "Como plantear y resolver problemas". Ed. Trilla. México. (19 impresión) 1995.
-Santaló Luis A. y colaboradores. "Enfoques. Hacia una didáctica humanística de la matemática": Enfoque Nº 11 de Lydia Galagovsky Kurman: "Abismo y rol docente". Ed. Troquel. 1994

Taller Docente

La siguiente síntesis se refiere al trabajo realizado en el **Taller Docente destinado a profesores de la escuela. Tema: "Dificultades de los alumnos al querer ingresar a la Universidad".** Organizado por la Universidad Nacional de La Matanza el 30 de setiembre de 2001.

TALLER DOCENTE
MATEMÁTICA CIENCIAS ECONÓMICAS

COORDINADORES
Ángel María Eugenia, Fernández Graciela y Polola Laura

Actividades desarrolladas

- **Primer tramo de 8h. a 12h.**

Se distribuyó y comentó con los profesores el siguiente material.

1. Guía de ejercicios del curso de admisión 2001
2. Informe sobre el resultado obtenido por los alumnos en Matemática durante los cursos de admisión 2000.
3. Instrumentos de medición utilizados: evaluación diagnóstica, exámenes parciales, exámenes finales y encuesta.

Se analizó y debatió sobre la problemática de la enseñanza de la matemática en la escuela.

Los docentes coordinadores entregaron a los profesores sus correos electrónicos como medio de comunicación y colaboración.

- **Segundo tramo de 13h. a 16h.**

Se trató la problemática de la no-inclusión, desde los CBC, de la enseñanza de matemática en el último año del polimodal y los profesores expusieron posibles soluciones que implementarán apoyados por las escuelas.

Se reflexionó sobre ¿qué tenemos que enseñar, muchos contenidos ó pocos contenidos?

La siguiente síntesis del trabajo **"Aprendiendo Matemática desde los conceptos"** fue presentada junto con el resumen del trabajo, como reporte de investigación, para su evaluación, a la Decimoséptima Reunión de Matemática Educativa a realizarse en Santiago de Chile del 21 al 25 de julio de 2003.

Este Reunión fue convocada principalmente por el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, CLAME y patrocinada por el Ministerio de Educación de Chile.

APRENDIENDO MATEMÁTICA DESDE LOS CONCEPTOS

María Eugenia Ángel, Laura Polola, Graciela Fernández y Mónica Bortolotto
Universidad Nacional de La Matanza. Argentina
mangel@unlm.edu.ar, pablo@argentinavip.com.ar, polola@unlm.edu.ar

CAMPO DE INVESTIGACIÓN: Razonamiento Matemático
NIVEL DE INVESTIGACIÓN: Empírico/experimental
NIVEL EDUCATIVO: MedioSuperior/Superior (17 años o más)

La problemática inductora de este tema fue el deseo de encontrar y desarrollar métodos de trabajo en el aula que permitieran facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática y resulten en una disminución de la dificultad que los alumnos cotidianamente presentan. Las unidades de análisis principales del trabajo fueron los alumnos ingresantes a las carreras del Departamento de Ciencias Económicas de la UNLM.

Debería ser natural identificar el aprendizaje real y efectivo de la Matemática con la conceptualización de los contenidos que supera ampliamente el frecuente tratamiento mecanicista de los mismos, dado que el mero uso de habilidades adquiridas en forma mecánica es incompleto como aprendizaje.

Abocados a lograr la conceptualización, se trató de estudiar el desarrollo de actividades factibles que tiendan a ello. *El aprendizaje conceptual, es uno de los factores principales que permite descubrir conscientemente el por qué, para qué y el significado de un problema en relación a los conceptos presentes en él, para así encontrar el camino para resolverlo efectivamente (el cómo).*

Al intentar analizar las dificultades que acarrea el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, surgieron varios interrogantes que motivaron el deseo de alcanzar el siguiente objetivo: ***Diseñar e implementar actividades que permitan lograr un aprendizaje conceptual acompañado de una evaluación permanente de las mismas.***

Las actividades diseñadas se basaron en **la implementación en el aula de una metodología estratégica.** Como este equipo no tuvo a su cargo la coordinación del Curso, se resolvió trabajar sólo con dos comisiones de alumnos que fueron asignadas por la nueva coordinación y en las que estarían como docentes dos integrantes del equipo.

El trabajo consistió en:

1- El análisis de los contenidos a trabajar en el aula

2- La selección y aplicación de estrategias.

3- La descripción del grupo piloto –comisiones asignadas a las investigadoras-

4- La determinación de las características de los alumnos ingresantes

5- El análisis y comparación del rendimiento del grupo piloto con respecto al resto.

Síntesis bibliográfica.

- Ángel, María Eugenia “Matemática. ¿Leo, traduzco, resuelvo?”. Ed. C&C. Bs. As. 2000.
- Bortolotto, Fernández, Polola. “Análisis y Resolución de Situaciones problemáticas”. Ed. C&C. Bs.As. 2000.
- Lakatos, Imre. “Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático”. Alianza Editorial. 3ª Edición (en castellano). 1986.
- Polya G. “Como plantear y resolver problemas”. Ed. Trilla. México. 19na impresión. 1995.
- Pozo, José I. Entrevista realizada por las Lic. Anahí Mastache y Constanza Necuzzi en el marco del II Congreso Internacional de Educación "Debates y Utopías". Julio de 2000.
- Skemp, “Psicología del aprendizaje de las matemáticas”. Ed. Morata. 1993.

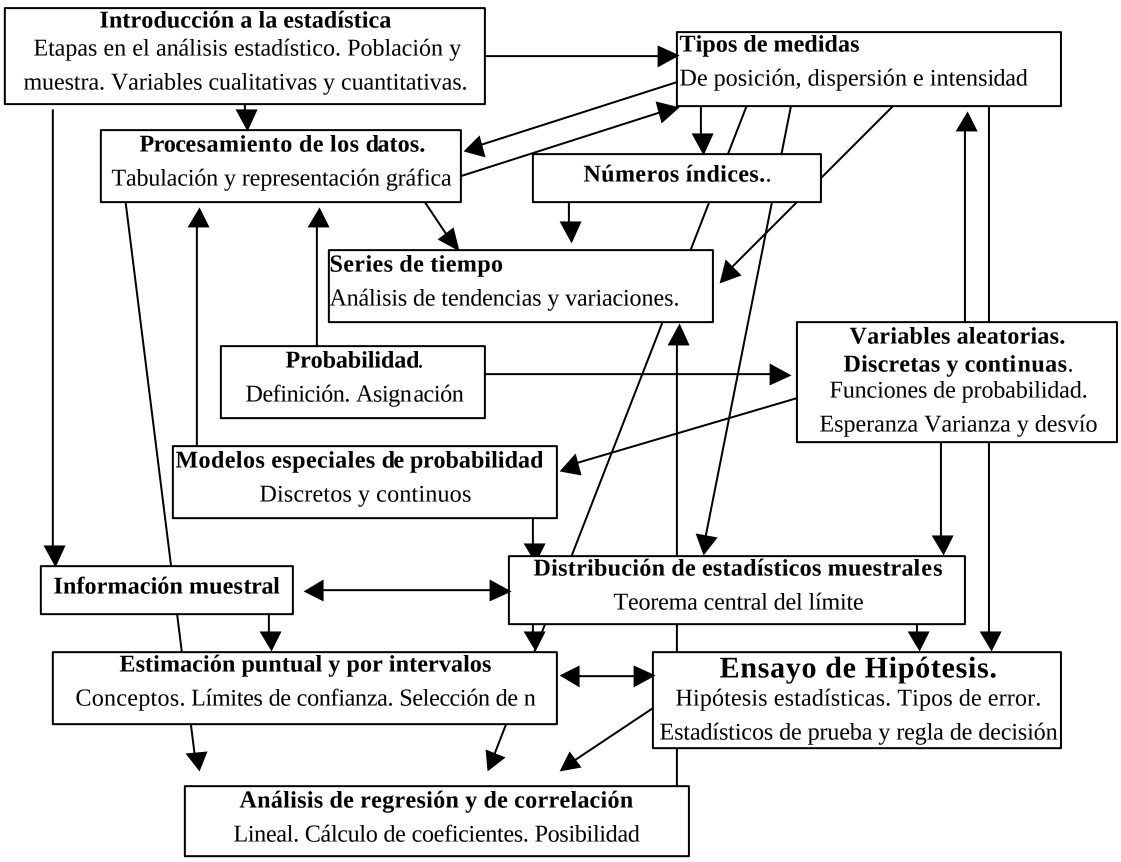
Aplicación a otras áreas

Estadística

Aplicación de la Metodología de Trabajo Estratégico expuesta y desarrollada en la investigación, en la elaboración y posterior implementación en el aula de la **Guía de Ejercicios** de la materia Estadística del Departamento de Ciencias Económicas de la Universidad de la Matanza, editada por la UNLM.

ESTADÍSTICA Guía de ejercicios
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA
M. Eugenia Ángel – Graciela Fernández – Enrique Borgna - Silvia Brunetti
Mónica G. Camus - Laura Polola - Mónica Bortolotto -Gabriela Beordi
Liliana Pagano - Alejandro Lino

RED CONCEPTUAL A LA QUE PERTENECEN LOS CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA.



SEM V

La siguiente información se refiere a la aceptación y resumen del reporte de investigación enviado para evaluar al quinto **Simposio de Educación Matemática (SEM V),** que se realizará entre los días 4 al 8 de mayo de 2003 en la ciudad de Chivilcoy, Bs. As., Argentina. Auspiciado por la Universidad Nacional de Luján.

ALEJANDRA, SILVIA y MARIA EUGENIA:

Les informo que su articulo **VSEM-A-22: "ALGUNOS POR QUE DE LOS RESULTADOS CUANTITATIVOS OBTENIDOS AL EVALUAR ECUACIONES"** fue **ACEPTADO como ARTICULO REGULAR (Paper)** y en tal instancia será publicado en las Memorias del V Simposio, cuando los autores confimen su participación con su inscripción conforme se difundió desde la Primera Convocatoria a Presentación de Artículos y por supuesto, el mismo deberá exponerse.

Su exposición será el día **Jueves 8 de Mayo, a las 08:30 horas en la Sala 6 del Centro Regional Chivilcoy** donde se realizaran todas las exposiciones. Espero que esta información resulte suficiente y ante cualquier consulta, deberán dirigirse a la dirección: simposios@edumat.com.ar.

Les mando un cordial saludo.
Jorge E. SAGULA Presidente del Comite Academico

Resumen

ALGUNOS POR QUÉ DE LOS RESULTADOS CUANTITATIVOS OBTENIDOS AL EVALUAR ECUACIONES

Alejandra Beatriz Chegoriansky, Silvia Emilce Rodríguez y María Eugenia Ángel
Universidad Nacional de Comahue – Facultad de Economía y Administración
Universidad Nacional de la Matanza

Introducción

En el marco del proyecto de investigación *"ECUACIONES: la Actividad del Profesor como Objeto de Estudio. Un Aporte Didáctico",* surgió la necesidad de llevar a cabo un plan de observaciones de clase. El mismo tuvo lugar en un curso de primer año de la escuela media de la ciudad de Neuquén y durante el período en el que se desarrolló el tema Ecuaciones. A tal fin diseñamos una herramienta que facilitara la recolección y almacenamiento de los datos empíricos proporcionados por las prácticas reales y así, posteriormente, realizar el análisis correspondiente.
En este trabajo mostraremos los aspectos relevantes de la experiencia realizada y la relación que encontramos entre éstos y algunos resultados cuantitativos obtenidos de las evaluaciones de los alumnos.
Aspectos relevantes de la experiencia
Pensamos en realizar nuestra experiencia, en algún establecimiento educativo de Nivel Medio que fuera representativo dentro de la totalidad de los colegios neuquinos; así, creímos que se debía tratar de un colegio tal, que las variables que representan sus características generales asumieran valores medios. En consecuencia, el colegio que elegimos es público, ubicado en zona urbana no demasiado cén-

trica, con una población estudiantil ni muy grande ni muy pequeña, con un nivel socio-económico medio (respecto de la sociedad neuquina) y con un nivel educativo medio. Por otro lado, se eligió un colegio con el que no tuviera relación ninguno de los observadores, dado que es recomendable no estar ligado al objeto de estudio para conservar la perspectiva crítica necesaria.

Dado que el establecimiento escolar elegido participaba habitualmente de diferentes proyectos educativos, pudimos contar, durante toda la experiencia, con el apoyo tanto de los directivos como de la docente a cargo del curso. El tipo de observación que se realizó, fue participante pasiva, con el objetivo de recabar la mayor cantidad de información posible, tanto referida al contexto como a los fenómenos que ocurrían en el aula, pero sin interferir en el desarrollo normal de las actividades. Toda la información o datos de campo fueron recopilados en registros escritos que diseñamos específicamente para esta instancia de nuestra investigación. Estos registros resultaron ser una herramienta de suma utilidad para la recolección de información en el aula, y también para soporte de información que posteriormente hizo posible reconstruir los hechos que describieron cada una de las clases desarrolladas. Las lecturas y relecturas de los documentos elaborados en la etapa de observaciones de clases, nos permitieron reconocer e identificar algunas características que explicarían los resultados obtenidos de las evaluaciones de los alumnos.

Análisis de las evaluaciones

<u>Ejercicios 1</u>: Ecuaciones

Este ejercicio se refiere a la resolución de ecuaciones y a la equivalencia posible entre ellas.

Análisis del ejercicio y sus resultados.

- Con respecto a la resolución de las ecuaciones.

En ambos temas se plantean cuatro ecuaciones. De los 29 alumnos evaluados se obtienen los siguientes datos.

Resolución	**Cantidad de alumnos**
No resuelven	3
Mal las 4 ecuaciones	**7**
Bien 1 sola ecuación	2
Bien 2 ecuaciones	3
Bien 3 ecuaciones	2
Bien las 4 ecuaciones	**12**

Se observa que el 41,4% de los alumnos resuelven correctamente esta parte del ejercicio (12 de 29), sin embargo el 34,5% no lo resuelve o resuelve mal las cuatro ecuaciones.

- Con respecto a las ecuaciones equivalentes.

Con respecto al reconocimiento de ecuaciones equivalentes, se obtiene que sólo 10 de los 29 alumnos responde bien a esta parte del ejercicio, es decir que sólo el 34,5% de los alumnos reconocen ecuaciones equivalentes. Este resultado podría ser producto de que el concepto de ecuaciones equivalentes fue presentado por primera vez a los alumnos, en la autoevaluación que resolvieron la clase anterior a la prueba y obviamente no volvieron a trabajar este contenido. Tampoco hubo una presentación formal por parte de la docente que esclareciera al alumnado este nuevo tema y en consecuencia no quedaron claras cuestiones como que cada paso de la resolución de una ecuación permite obtener una ecuación equivalente a la dada.

Se observa además que algunos alumnos (3) resuelven correctamente las cuatro ecuaciones pero no reconocen las equivalentes.

Errores cometidos por los alumnos:

1. En general, los errores más frecuentes detectados en los alumnos que resuelven mal las ecuaciones, se refieren al despeje de la incógnita.
2. El error más común que se ha encontrado, lo realizan 9 de los 29 alumnos, el 31%, se refiere a sumar términos donde figura x con términos numéricos, es decir: $\mathbf{a.x + b = (a + b)\,x}$
   Un ejemplo de esta situación es $\mathbf{9 - 6\,x = 3\,x}$

<u>Ejercicio 2</u>: Verificar soluciones de una ecuación.

En este ejercicio se da una ecuación y un valor de la incógnita para verificar si es solución. En el análisis del mismo se obtienen los siguientes datos.

Tipo de respuesta	**Cantidad de alumnos**
Verifican en la ecuación	9
Resuelven bien pero no verifican	2
Resuelven mal	**10**
No resuelven	8

Sólo 9 de 29 alumnos, el 31% resuelven bien el ejercicio. En este ejercicio se observa que muchos alumnos intentaron resolver la ecuación pero lo hicieron mal por tal motivo el valor dado no les da como solución. Los errores cometidos al resolver la ecuación son similares a los del ejercicio 1.

Los resultados podrían ser justificados, por el hecho que no se trabajó lo suficiente el concepto de verificación durante las clases (una sola clase se verificaron en el pizarrón dos o tres ecuaciones) y como ya hemos explicado anteriormente, tampoco fue puesto al alcance de los alumnos como método de autocorrección. Por tanto no debería sorprender que el método de resolución empleado por los alumnos sea intentar resolver la ecuación propuesta y luego comparar el resultado que obtuvieron con el del enunciado en lugar de reemplazar cada instancia de la incógnita por el valor sugerido y ver si es válida la igualdad o no.

Ejercicio 3: Expresar simbólicamente.

Se observa que el objetivo del ejercicio fue evaluar en los alumnos, el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico. El ejercicio consta de tres ítems, por cada uno de los dos temas que conformaron la evaluación.

- El primer ítem en ambos temas es similar:
  1. La mitad de un número **disminuido** en 10   2. La cuarta parte de un número **aumentado** en 7

La traducción correcta de ambos enunciados es: (x - 10) : 2 y (x + 7) : 4

Sin embargo, la profesora consideró como correcta las expresiones:

1. x : 2 - 10 (la mitad de un número **disminuida** en 10)
2. x : 4 + 7 (la cuarta parte de un número **aumentada** en 7)

El 62% de los alumnos (18 de los 29) lo resolvieron como lo interpretó la profesora, mal. Ningún alumno interpretó correctamente lo pedido. Esto se puede atribuir a que el tema simbolización fue trabajado en el práctico como una traducción literal según el orden operatorio del enunciado y en ningún momento se explicó en detalle la diferencia que existe entre cada expresión del lenguaje castellano y su correcta simbolización teniendo en cuenta cuestiones de género, presencia de coma, punto y coma o dos puntos, u otras. La gran mayoría de los ejercicios planteados para este contenido fueron corregidos por la docente en forma oral y no se resaltaron las sutilezas del significado gramatical de los enunciados para lograr una correcta traducción al lenguaje matemático. Ejemplo de esta situación podría ser el ejercicio 5b) del trabajo práctico: "La mitad de un número aumentado en 30 unidades da por resultado 150. ¿Cuál es dicho número?", que fue resuelto del siguiente modo: x : 2 + 30 = 150 en lugar de simbolizar (x+30) : 2 = 150.

¿Se puede considerar que el 62% de los alumnos cumplieron con el objetivo del ejercicio?

- En uno de los temas figura la siguiente expresión: El doble de un número **disminuido** en 5.

Este enunciado podría llevar a la siguiente pregunta ¿quién se encuentra disminuido en 5, el número o su doble?. En el mismo se consideró correcta la expresión: x . 2 – 5 que sigue el orden operatorio del enunciado.

Casi todos los alumnos que tenían este tema (11 de 14, más del 78%) lo resolvieron de esa manera.

Sin embargo, un alumno escribió la expresión: x – 5 . 2, la profesora corrige esta simbolización indicando que el 2 debe ir multiplicando a x, es decir: 2.x – 5 y no interpreta que el alumno pudo haber omitido el paréntesis en su intento por simbolizar el enunciado como (x - 5) . 2 que en realidad es también correcta dada la ambigüedad del enunciado.

Para evitar confusiones hubiera sido conveniente considerar alguna de las siguientes expresiones: "al doble de un número se lo disminuye en 5" ó "el doble de: un número disminuido en 5"

Las situaciones anteriores son un ejemplo de los problemas del lenguaje.

- Items correctos.

Las siguientes expresiones son las únicas enunciadas correctamente y que pueden servir para verificar el cumplimiento del objetivo del ejercicio.

1. El cociente entre el doble de un número y 2. Lo resolvieron correctamente 6 de 15 alumno (40%)
2. La cuarta parte de la suma entre 5 y un número. Lo resolvieron correctamente 5 de 15 alumnos (33%)
3. El triple del siguiente de un número. Lo resolvieron correctamente 5 de 14 alumnos (36%)

Parecería muy bajo el porcentaje de alumnos que interpreta correctamente las expresiones dadas.

Errores cometidos por los alumnos.

1. El 17% de los alumnos (5 en 29) confunden **x : a** con **a : x**. Error que se reitera en otros ejercicios, por ejemplo en la resolución de ecuaciones.
2. Casi la mitad de los alumnos (14 de 29) confunde las operaciones, multiplican por **4** en donde se pide la cuarta parte, utilizan multiplicación al pedir aumentado, etc. Es alta la cantidad de alumnos que desconocen el significado de expresiones sencillas.

Ejercicio 4: Problema

El objetivo de este ejercicio es que el alumno plantee y resuelva la ecuación, referida a un problema.

Las respuestas dadas al ejercicio son las siguientes

Resolución	Cantidad de alumnos
No resuelven	**15**
Plantean mal	2
Plantean bien y resuelven mal	2
Plantean y resuelven bien	**10**

Se observa que 12 alumnos, el 41,4%, plantean bien el problema, son capaces de expresarlo en forma de ecuación, aunque 2 de ellos no llegan a la respuesta.

Si bien la naturaleza del problema planteado en el tema 1 es totalmente diferente a la del tema 2, podemos concluir que esto no incide en las respuestas dadas pues, de los que plantean bien, 6 son del tema 1 y 6 del tema 2.

Es muy alto el porcentaje de alumnos que no pueden resolver el problema 58,6% (17 de los 29).

El planteo de este problema está relacionado con el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico, por tal motivo el porcentaje de alumnos que lo plantea correctamente (41,4%) es similar a los obtenidos en el ej. 3.

Cabe destacar que 9 de los 12 alumnos (75%) que plantean bien este ejercicio, han resuelto bien 2 o 3 de los ítems del ejercicio 3.

Ejercicio 5: Redactar un problema.

En este ejercicio se pide redactar un problema que responda a una ecuación dada. Solo 5 de los 29 alumnos (17,2%) realizaron bien el planteo pedido. Estos alumnos resolvieron bien también el problema 4.

9 alumnos (31%) intentaron realizar un planteo, la mitad de ellos resolvieron bien el problema 4.

El resto, 15 alumnos (51,8%) no plantea nada o plantea mal.

En el trabajo práctico no aparecían ejercicios de este tipo y evidentemente los alumnos no pudieron poner en juego todo lo aprendido para poder abordar una actividad inédita.

Conclusión

Parece un buen método partir de los errores cometidos por los alumnos para tratar de ver dónde están las dificultades. De este modo se podrán identificar aquellas variables susceptibles de ser transformadas e intentar producir cambios enriquecedores en las prácticas pedagógicas, como un modo de ayudar a nuestros alumnos a conseguir mayores logros. Destacamos la importancia de observar y analizar los diversos factores que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje, entre otros la tarea del docente en situación de enseñanza. También resulta destacable el rol cumplido por el instrumento de indagación utilizado como medio para registrar los datos proporcionados por las prácticas reales, que hicieron posible en esta instancia realizar el análisis que hemos presentado y que posteriormente permitirán efectuar un estudio minucioso de los aspectos cualitativos que aquí no fueron tenidos en cuenta en su totalidad.

Algunas cuestiones que creemos valiosas para destacar son:

- El trabajo práctico que la docente propuso como guía del aprendizaje, creemos es en general adecuado, salvo en los ejercicios que presentan ambigüedades lingüísticas, las que dificultan su correcta interpretación para conseguir una simbolización apropiada.
- No se habló en ningún momento de ecuaciones con infinitas soluciones ni tampoco de ecuaciones sin solución, ni siquiera se mencionó su existencia.
- Dado que es alta la cantidad de alumnos que desconocen el significado de expresiones sencillas: mitad de, doble de, tercio de, siguiente de, etcétera, es necesario trabajarlas detenidamente, para luego incorporarlas a expresiones más complejas. Podría ser esta la clave para logran una adecuada simbolización.
- Al llegar a esta instancia del aprendizaje (primer año de la escuela secundaria), los educandos, desde los primeros años de escolaridad, han resuelto expresiones matemáticas, es decir diversas expresiones simbólicas. Por tal motivo es de suponer que lo primero que podría lograrse es el pasaje del lenguaje simbólico al coloquial y una vez lograda tal traducción posiblemente será más fácil el pasaje inverso.
- Las expresiones coloquiales deben ser correctas lingüísticamente, el docente debe expresarse correctamente para lograr que el alumno comprenda los pasajes de un lenguaje a otro. Esto evitaría traducciones incorrectas.
- Si el objetivo es lograr simbolizaciones adecuadas, quizás sería más adecuado resolver y/o corregir los ejercicios correspondientes es forma escrita, en el pizarrón, y no en forma oral.

- Es de suma importancia que al trabajar con ecuaciones se inste a los alumnos a realizar siempre las verificaciones de los resultados obtenidos. Si esto se hubiera hecho, en el ejercicio 2 se habrían observado mejores resultados.
- Quizás, poner en evidencia los errores cometidos por los alumnos que resolvían en el pizarrón los ejercicios del trabajo práctico, hubiese aclarado cuestiones dudosas para varios de los alumnos sentados en sus bancos y también podría haber estimulado al alumnado a proponer diversos modos de resolución analizando la validez de los mismos.

Este trabajo nos muestra que en ningún ejercicio que formó parte de la evaluación, se alcanzó el 50% de resultado correcto, es probable que teniendo en cuenta los detalles que hemos resaltado en este análisis pueda conseguir mejores resultados tanto en lo referente a logros conseguidos por parte del alumnado, como también en optimizar la práctica docente a través de la autorreflexión.

Indice

Indice