

# El ciclo económico

*por Domingo Mazza  
Marcelo Labbozzetta*

## Abstract

Uno de los problemas fundamentales de la macroeconomía es comprender los ciclos económicos. Los economistas apenas comprendían las causas de los ciclos económicos hasta los años treinta. Según la economía keynesiana, las variaciones de la demanda agregada puede influir poderosamente en el nivel global de producción, empleo y precios a corto plazo. El ciclo económico consiste en fluctuaciones de la producción total o PBI acompañadas de fluctuaciones de la mayoría de las variables económicas, entre las que cabe destacar el nivel de desempleo y la tasa de inflación. En una descripción simplificada, los elementos comunes que se encuentran en todo el ciclo son los siguientes: depresión o fondo, recuperación o expansión; auge o cima, y recesión. Las teorías internas buscan mecanismos dentro del propio sistema económico que dan lugar a ciclos económicos que se autogeneran. Un importante caso es la teoría del acelerador y el multiplicador. Según el principio del acelerador, un rápido crecimiento de la producción estimula la inversión. Las modernas teorías del siglo lo definen como las desviaciones del producto agregado real respecto de su tendencia (Lucas, 1977; Kydland y Prescott, 1990): se centran pues, en una variable representativa, y abandonan la consideración detallada de las fases del ciclo y la posible interconexión entre ellas.

“Desde un punto de vista técnico —escribe Lucas (1977)— los movimientos en torno de la tendencia del producto nacional bruto de cualquier país pueden ser perfectamente descritos por una ecuación en diferencias finitas de muy bajo orden afectadas estocásticamente.

## Palabras claves

Ciclo económico / Oferta / Demanda / Producto Bruto Interno / Nivel de precios / Empleo / Desempleo / Tasa de crecimiento / Depresión / Expansión / Cima / Depresión / Perturbaciones reales

## Presentación

Uno de los problemas fundamentales de la macroeconomía es comprender los ciclos económicos. Queremos comprender sus características más destacadas y sus causas y saber cómo puede reducirse su virulencia por medio de la política económica. Los economistas apenas comprendían las causas de los ciclos económicos hasta los años treinta. Entonces las revolucionarias teorías macroeconómicas de John Maynard Keynes señalaron la importancia de las fuerzas de la demanda agregada en la determinación de las fluctuaciones cíclicas. Según la economía keynesiana, las variaciones de la demanda agregada pueden influir poderosamente en el nivel global de producción, empleo y precios a corto plazo.

## El ciclo económico

Toda economía de mercado experimenta fluctuaciones en el nivel de la actividad económica, que se suelen denominar ciclos.

Definiciones:

- El ciclo económico consiste en fluctuaciones de la producción total o PBI acompañadas de fluctuaciones de la mayoría de las variables económicas, entre las que cabe destacar el nivel de desempleo y la tasa de inflación.
- Podemos definir el ciclo económico como una oscilación de la producción, la renta y el empleo de todo el país, que suele durar entre 2 y 10 años y que se caracteriza por una expansión o contracción general de la mayoría de los sectores de la economía.
- El ciclo económico es la secuencia más o menos regular de recuperaciones y recesiones de la producción real en torno de la senda de largo plazo de crecimiento de la economía.

El PBI potencial es el nivel que alcanzaría la producción si todos los recursos productivos estuviesen empleados.

La producción efectiva es inferior al nivel potencial durante las recesiones. Por el contrario, durante las fases de expansión cuando, recurriendo a horas extraordinarias, los factores de producción trabajan más de lo normal, forzando al máximo la utilización de la capacidad de los equipos instalados, la producción efectiva será superior a la potencial.

## Características del ciclo económico

El patrón cíclico es irregular. No existen dos ciclos económicos exactamente iguales. Para predecir su duración y su evolución, no es posible utilizar una fórmula exacta, como la que podría aplicarse a las revoluciones de los planetas o de un péndulo.

## Desarrollo

### *El ciclo: sus fases*

Aunque las fluctuaciones económicas presentan irregularidades que a primera vista parecen erráticas, pueden ser descompuestas en movimientos oscilatorios susceptibles de interpretación económica.

En una descripción simplificada, los elementos comunes que se encuentran en todo el ciclo son los siguientes:

- depresión o fondo,
- recuperación o expansión,
- auge o cima, y
- recesión,
- depresión o fondo

La depresión es el punto más bajo del ciclo. La presencia de esta capacidad productiva no empleada coaccionará desempleo de los recursos productivos y se dispondrá de grandes cantidades de stocks. En esta fase del ciclo algunos precios descenderán y otros permanecerán invariables y serán pocos los que experimenten subidas. Las empresas verán reducir sus beneficios, por lo que los empresarios estarán pocos dispuestos a arriesgarse a realizar nuevas inversiones.

### *Recuperación o expansión*

La recuperación es la fase ascendente del ciclo. El paso de la depresión a la recuperación se explica en parte porque el envejecimiento del capital, que suele producirse durante la depresión, hará que éste tenga en algún momento que empezar a reemplazarse. Esta renovación del capital tiene efectos multiplicadores sobre la actividad económica de forma que el ingreso y el gasto de los consumidores comenzarán a crecer.

La inversión se animará, dado que el riesgo se ha reducido, y las posibilidades de ahorro habrán aumentado con el mayor ingreso. En la recuperación, al haber un nivel de demanda inferior a la capacidad disponible, los precios permanecerán relativamente estables o aumentarán lenta y continuamente.

### *Auge o cima*

El auge es el punto máximo del ciclo. A este máximo se llega porque en los últimos momentos de la fase anterior aparecerán rigideces, pues la capacidad instalada estará a plena utilización. Una vez alcanzado el pleno empleo, la producción únicamente podrá crecer al mismo ritmo que aumenta la capacidad producida mediante nuevas inversiones que eleven la productividad de la mano de obra ya empleada.

### *Recesión*

La recesión es la fase descendente del ciclo. La recesión puede producirse de forma suave o abrupta, considerándose en este caso que se trata de una crisis. Las inversiones dejarán de ser rentables, al disminuir las ventas, los costos financieros se convertirán en una carga pesada. Las empresas acumularán excesivas cantidades de stocks, por lo que la inversión se reducirá y algunas empezarán a quebrar. La producción y el empleo descenderán, y en consecuencia los ingresos y el gasto disminuirán, determinando que nuevas empresas empiecen a tener dificultades. La inversión se reducirá de forma apreciable. Esta dinámica de recesión conducirá a un período de depresión generalizada, que fue la fase con la que iniciamos este análisis.

Resumiendo podemos decir que algunas de las características habituales de las recesiones son:

Las compras de los consumidores suelen disminuir acusadamente, mientras que las existencias de los automóviles y de otros bienes duraderos que tienen las empresas aumentan de manera imprevista. Al reaccionar éstas reduciendo la produc-

ción, el PBI real disminuye. Poco después, también se reduce la inversión empresarial en planta y equipo.

Disminuye la demanda de trabajo, lo cual se manifiesta primero en una reducción de la semana laboral media y después en despidos y en un incremento del desempleo.

Al disminuir la producción, también disminuye la inflación.

Al descender la demanda de materias primas, sus precios caen.

Los beneficios de las empresas disminuyen considerablemente en las recesiones. Adelantándose a esta reducción, las cotizaciones bursátiles suelen caer al oírse los inversores la proximidad de una recesión. Sin embargo, como desciende la demanda de crédito, en esta fase también suelen bajar los tipos de interés.

### *El PBI potencial*

El PBI potencial es el nivel que alcanzaría la producción si todos los recursos productivos estuviesen empleados.

La producción efectiva es inferior al nivel potencial durante las recesiones. Por el contrario, durante las fases de expansión cuando, recurriendo a horas extraordinarias, los factores de producción trabajan más de lo normal, forzando al máximo la utilización de la capacidad de los equipos instalados, la producción efectiva será superior a la potencial.

## **Teorías internas**

Las teorías internas buscan mecanismos dentro del propio sistema económico que dan lugar a ciclos económicos que se autogeneran.

Un importante caso es la teoría del acelerador y el multiplicador. Según el principio del acelerador, un rápido crecimiento de la producción estimula la inversión. Una elevada inversión estimula a su vez el crecimiento de la producción y el proceso continúa hasta que se alcanza la capacidad de la economía, momento en el que la tasa de crecimiento económico disminuye.

Esta teoría interna del ciclo económico muestra un mecanismo, como el movimiento de un péndulo, en el que una perturbación externa tiende a propagarse a través de la economía en una forma cíclica.

### *Ciclos inducidos por la demanda*

Las fluctuaciones cíclicas de la producción, el empleo y los precios suelen deberse a desplazamientos de la demanda agregada, que

se producen cuando los consumidores, las empresas o el Estado alteran el gasto total en relación con la capacidad productiva de la economía. Cuando estos desplazamientos de la demanda agregada provocan bruscas caídas de la actividad económica, la economía sufre recesiones e incluso depresiones. Una brusca recuperación de la actividad económica puede provocar inflación.

### *Qué hay detrás de las curvas OA y DA*

Para comprender los ciclos económicos hay que ver qué hay detrás de las curvas de oferta y demanda. He aquí algunas de las teorías más importantes de los ciclos económicos, así como sus defensores:

- 1) Las teorías monetarias atribuyen el ciclo económico a la expansión y la contracción del dinero y el crédito (M. Friedman). Según este enfoque, los factores monetarios son la causa principal de las fluctuaciones de la demanda agregada. Por ejemplo, la recesión de 1981-1982 registrada en Estados Unidos se desencadenó cuando la reserva federal subió los tipos de interés nominales a un 18 por ciento para luchar contra la inflación.
- 2) El modelo de multiplicador y el acelerador, antes descrito, propone que las perturbaciones externas se propagan por medio del mecanismo del multiplicador que examinamos en el siguiente capítulo junto con el principio del acelerador del capítulo anterior (P. Samuelson). Esta teoría muestra que la interacción del multiplicador y el acelerador puede provocar ciclos regulares de la demanda agregada; son unos de los pocos modelos que generan ciclos internos.
- 3) Las teorías políticas de los ciclos económicos atribuyen las fluctuaciones a los políticos que manipulan la política fiscal y monetaria para ser reelegidos (W. Nordhaus, E. Tufte). Históricamente, las elecciones presidenciales han sido sensibles a la situación económica existente durante el año anterior a las elecciones. Por lo tanto, si los presidentes pudieran elegir, la mayoría preferiría seguir el ejemplo de Ronald Reagan. Aunque la economía de Estados Unidos atravesó una profunda recesión al principio de su mandato, pero cuando se presentó para la reelección en 1984, la economía estaba creciendo rápidamente, lo que contribuyó a su reelección por mayoría aplastante.
- 4) Las teorías de los ciclos económicos de equilibrio sostienen que las percepciones erróneas de las variaciones de los precios y los salarios llevan a los individuos a ofrecer demasiado tra-

bajo o excesivamente poco, lo que origina ciclos de la producción y del empleo (R. Lucas, R. Barro, T. Sargent). Según una versión de estas teorías, el desempleo aumenta en las recesiones porque los trabajadores siguen pidiendo unos salarios demasiado altos.

- 5) Los defensores de los ciclos económicos reales sostienen que las innovaciones o las perturbaciones de la productividad de un sector pueden difundirse al resto de la economía y provocar fluctuaciones (J. Schumpeter a principios de este siglo y E. Prescott, P. Long, C. Plosser en los últimos años). En este enfoque clásico, los ciclos son causados principalmente por perturbaciones de la oferta agregada y la demanda agregada no es importante para los ciclos económicos.
- 6) Se producen perturbaciones de la oferta cuando los ciclos económicos son provocados por desplazamientos de la oferta agregada (R. J. Gordon). Los ejemplos clásicos son la crisis del petróleo en los años setenta, período en el que las bruscas subidas de los precios del petróleo contrajeron la oferta agregada, aumentaron la inflación y redujeron la producción y el empleo. Algunos economistas piensan que la baja inflación y el rápido crecimiento de la economía norteamericana registrados en el período 1994- 1997 se deben a las perturbaciones favorables de la oferta. Durante este período, los costes crecieron lentamente debido a que la subida del tipo de cambio del dólar redujo los costes de las importaciones, al tiempo que la reorganización del sector sanitario redujo los costes laborales de las empresas al reducir el crecimiento de las compensaciones extrasalariales

¿Cuál de estas teorías explica mejor los hechos de los ciclos económicos? En realidad, cada una de las teorías rivales tiene algo de cierto, pero ninguna es válida en todas las épocas y en todos los países. La clave de la sabiduría macroeconómica reside en comprender las diferentes teorías y en saber dónde y cuándo deben aplicarse.

Una forma más de analizar los ciclos es a través de su concepción tradicional y moderna.

## La concepción tradicional del ciclo

“Los ciclos económicos son un tipo de fluctuación que se encuentra en la actividad agregada de las economías que organizan su trabajo principalmente mediante empresas.

En la duración, los ciclos varían de más de un año a diez o doce años” (Burns y Mitchell, 1946, pág. 3).

En el tratamiento temporal de las series macroeconómicas se suelen distinguir cuatro movimientos:

- 1) *La tendencia secular*, que recoge la evolución regular de las series a largo plazo.
- 2) *Los ciclos económicos*, es decir, las desviaciones recurrentes respecto de la tendencia, con la duración variable, superior a un año.
- 3) *Las variaciones estacionales*, también recurrentes, con duración más o menos fija e inferior del año.  
A menudo se considera como simple “ruido” en las series, que conviene eliminar y olvidar cuanto antes.
- 4) *Las variaciones aleatorias* (más, en su caso, los cambios estructurales, de naturaleza discontinua y no estocástica).

El ciclo resulta ser un movimiento de duración superior al año, recurrente (oscilatorio), no uniforme por su *periodicidad o longitud* (medida por el tiempo transcurrido de un ciclo al siguiente) ni por su intensidad o *amplitud* (diferencia en el valor de una variable de referencia entre un máximo o pico y su sima o mínimo consecutivo, o mejor entre el valor medio y su pico), que se presenta aproximadamente al mismo tiempo en un gran número de series económicas (sin que sea posible reducirlas a un solo agregado), lo que lleva a suponer que esos cambios entre variables no son casuales, sino que están relacionados entre sí.

Estas fases no son simétricas, sino que las expansiones suelen ser más largas que las contracciones (y esta tendencia se ha reforzado después de la Segunda Guerra Mundial).

Finalmente, no es posible identificar claramente en qué momento cambia la fase, y es probable que los caracteres de una fase se vean influidos por los de la fase anterior.

## La concepción moderna del ciclo

Las modernas teorías del siglo lo definen como las desviaciones del producto agregado real respecto de su tendencia (Lucas, 1977; Kydland y Prescott, 1990): se centran, pues, en una variable representativa, y abandonan la consideración detallada de las fases del ciclo y la posible interconexión entre ellas.

“Desde un punto de vista técnico —escribe Lucas (1977)— los movimientos en torno de la tendencia del producto nacional bruto de cualquier país pueden ser perfectamente descritos por una ecuación en diferencias finitas de muy bajo orden afectadas estocásticamente.”

La ecuación

$$Y_t = a + by_{t-1} + e_t$$

En que  $e_t$  es una perturbación aleatoria de media cero, basta para generar un movimiento cíclico en  $y_t$  (que será más marcado cuanto menor inercia tenga la serie, es decir, cuanto menor sea el valor de  $b$ ).

Teniendo en cuenta que el ciclo no es una construcción teórica, sino un fenómeno empírico (Zarnowitz, 1992), que se da en todos los países a partir de una cierta etapa de desarrollo económico, La clave en su estudio es la constatación de una serie de “hechos” referentes al comportamiento dinámico de las series temporales de un amplio conjunto de variables. Esos “hechos” no son sino las propiedades estadísticas de los comovimientos de las desviaciones de un conjunto de series temporales de agregados económicos respecto de sus tendencias, en comparación con las desviaciones del producto real que, como hemos visto, definen el ciclo, y esas regularidades se repiten en todos los países, y en muy diversas circunstancias. Algunas de las más notables son:

- 1) Las variaciones de la producción en sectores ampliamente definidos tienen lugar conjuntamente, con un alto grado de coherencia.
- 2) La producción de bienes de inversión y de consumo duradero presenta mayor amplitud que la de los no duraderos.
- 3) La producción y los precios de los productos agrícolas y de los recursos naturales presentan menor conformidad o coherencia con las demás series agregadas de producción.
- 4) Los beneficios de las empresas presentan una elevada coherencia y mayor variación.
- 5) Los tipos de interés a corto plazo son procíclicos, pero los tipos a largo apenas lo son.
- 6) Los agregados monetarios y la velocidad de la circulación del dinero suelen ser procíclicos.
- 7) La inversión y el uso de la capacidad productiva son procíclicos.
- 8) El desempleo es contracíclico.
- 9) Los salarios reales y la población activa (tamaño de la fuerza

de trabajo) suelen ser procíclicos, pero guardan una relación muy débil con las variaciones de la producción; por tanto, una teoría aceptable del ciclo debe mostrar:

- 1) cómo unos acontecimientos (*impulsos o perturbaciones*) no cíclicos, endógenos o no, pueden generar fluctuaciones cíclicas en las variables reales;
- 2) cómo se propagan esas perturbaciones a otras variables (*mecanismos de propagación*)
- 3) consiguientemente, cómo se producen comovimientos entre esas variables;
- 4) cómo los efectos de los shocks son duraderos en el tiempo (correlación serial), aunque los shocks mismos no lo sean, y
- 5) cómo tiene lugar todo esto con diferentes amplitudes y cronología (Walsh, 1986; García Mila, 1991).

La clave del fenómeno empírico que llamamos ciclo radica, pues, en los comovimientos entre series (habitualmente entre cada serie y la de referencia, que es el producto interior bruto en términos reales, o mejor, las desviaciones del producto respecto de su tendencia). Esos comovimientos presentan cuatro rasgos:

- 1) Una variable puede ser procíclica o contracíclica (o anticíclica),
- 2) Rara vez una variable se mueve en perfecta sincronía con la variable de referencia; de ahí que debemos considerar su adelanto (*lead*) o retardo (*lag*) respecto de ella.
- 3) La amplitud o volatilidad de un ciclo es, como ya se indicó, la diferencia entre el valor medio de la variable y su pico o valle consecutivo. También se usa la varianza de la serie como medida de su volatilidad.
- 4) Decimos que dos series presentan un alto grado de conformidad o coherencia cuando los movimientos señalados se mantienen estables para toda la muestra observada. De hecho algunos modernos teóricos del ciclo no buscan la explicación causal del ciclo, sino que tratan de explicar qué proporción de la varianza del producto tendría lugar si ocurriesen determinadas perturbaciones estocásticas en una variable exógena. Se trata, por tanto, de modelos específicos, elaborados de acuerdo con la perturbación elegida, en los que se busca sobre todo que sean manejables y computables, pero no para llevar a cabo un ajuste econométrico, sino simplemente como un ejercicio de verosimilitud, que empieza con el calibrado del modelo (dentro a los parámetros valores calculados fuera del mismo), para luego llevar a cabo una simulación, a partir de los shocks postulados.

## Análisis de los comovimientos

Para analizar los comovimientos entre series se emplea la correlación cruzada. El coeficiente de correlación cruzada,  $r_{x,y(s)}$ , entre los ciclos de dos variables  $(x, y)$ .

## Modelos de ciclo real

### *La segunda generación de modelos de ciclo de equilibrio*

En el desarrollo de la teoría del *ciclo real* (Kydland y Prescott, 1982; Long y Plosser, 1983) concurren varias fuerzas. De un lado, la continuación de la línea de investigación del ciclo de equilibrio iniciada por Lucas, pero ahora basada sobre perturbaciones reales.

La nueva teoría es interesante, primero, como explicación del ciclo; segundo, como referencia tanto para los estudios del proceso de sustitución intemporal (sin la complicación del dinero), como, sobre todo, para los modelos dinámicos de equilibrio, y tercero, como enlace con la teoría del crecimiento.

### *Los supuestos del modelo*

Se supone un elevado número de agentes (familias-empresas) idénticos, que son a la vez oferentes de trabajo, productores y consumidores; su vida es finita o infinita, según los modelos. Su función de preferencia se construye sobre los niveles de consumo y ocio a lo largo de la vida (ciclo de vida o renta permanente).

Los agentes toman sus decisiones sobre variables reales (ausencia de ilusión monetaria), son optimizadores consistentes (dada la información disponible y tienen expectativas racionales).

Los agentes tienen conjuntos de información comunes, y toman decisiones sobre la asignación de su tiempo entre trabajo y ocio, y de su renta entre consumo y ahorro (inversión).

Los mercados se vacían continuamente; todos los precios son flexibles, y no hay fracciones.

Todos los agentes tienen acceso a una misma tecnología, en las que se dan *perturbaciones transitorias o permanentes*, que se presentan como cambios en la productividad de los factores, los agentes no conocen el tamaño de esas perturbaciones, ni los caracteres de su autocorrelación, lo que genera un problema de extracción de señales.

### *El modelo en funcionamiento*

Supongamos que, sobre una situación de equilibrio (estado esta-

cionario), sobreviene una perturbación transitoria sectorial de la tecnología, de signo positivo, que se manifiesta en un aumento de la productividad del trabajo, y por tanto de la demanda de empleo y del salario real.

En la medida en que se considere que el cambio es transitorio, aumentará la oferta de trabajo, la renta laboral, y el consumo; esto traslada el shock a otros sectores (efecto propagación o difusión). Pero el aumento del consumo será menor que el del ingreso (habrá aumentado la renta corriente, pero no la permanente), por lo que se elevará (transitoriamente) el ahorro. Si las empresas entienden que el shock es permanente, llevarán a cabo nuevas inversiones, pero no de modo instantáneo, sino a largo tiempo, lo que alargará el proceso y generará, a su vez, la correlación serial entre las distintas variables. Si la perturbación inicial era transitoria, el shock de capital acaba siendo excesivo, por lo que las empresas reducen su inversión, el producto y el empleo, y se entra en una recesión.

La elevación temporal del salario real pondrá en marcha un proceso de *sustitución temporal de trabajo y ocio*, aumentando la oferta de trabajo (que también se comportara procíclicamente) y reduciendo el desempleo estadístico (en todo caso, en un modelo de equilibrio el desempleo es siempre voluntario).

Principales elementos del modelo:

- 1) *Un mecanismo de impulso* consiste en una perturbación (permanente o transitoria) de tecnología.
- 2) *Mecanismos de persistencia o propagación*, como los largos períodos de realización de los proyectos de inversión o la existencia de costes de ajustes.
- 3) *Mecanismos de ampliación y difusión*, como la sustitución intemporal entre trabajo y ocio, entre consumo y ahorro.

En los modelos de ciclo real las fluctuaciones de la producción agregada y del empleo, el resultado natural de una economía competitiva en equilibrio, en que individuos racionales toman decisiones óptimas de asignación intemporal de los recursos en respuesta a perturbaciones estocásticas (con incertidumbre) en la función de producción, no hay, pues, lugar para políticas estabilizadoras, que serán subóptimas, porque las asignaciones a que se llega espontáneamente, incluso con desempleo, son pareto-eficientes.

#### *Una versión simplificada del modelo de ciclo real*

A continuación presentamos un modelo sencillo de ciclo real. Todas las variables vienen dadas en términos per cápita, bajo el su-

puesto de que todos los agentes son idénticos y que la población es constante. Partimos de una función de producción Cobb-Douglas.

Se trata de una versión simplificada de Romer (1996), capítulo 4.

$$(1) Y_t = K^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}; 0 < \alpha < 1$$

En que  $Y$  es el producto,  $K$  el stock de capital,  $L$  el número de horas de trabajo (igual al producto del número de trabajadores  $N$  por el número de horas dedicadas al trabajo por cada uno,  $L$ ).  $A$  la tecnología. En términos per cápita,

$$(2) y_t = k^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}$$

En que variables en minúsculas equivalen a las variables en mayúscula divididas por  $N$ .

Suponemos que el producto se distribuye entre consumo y ahorro (siendo la propensión media al ahorro), y que el stock de capital se desprecia íntegramente en un período, de modo que  $S_t Y_t = \dot{K}_t$ .

El salario real es igual al valor de la productividad marginal del trabajo,

$$(3) w_t \equiv (1-\alpha) y_t / l_t$$

La tecnología crece a la tasa constante  $g$  (esto es lo que explica que haya crecimiento en esta economía), y experimenta perturbaciones aleatorias  $a_t$ , que siguen un proceso autorregresivo de primer orden, siendo  $e_t$  una perturbación ruido blanco (de media cero y no autocorrelacionada). Estos shocks reales serán los mecanismos de impulso del ciclo.

$$(4) A_t = A_0 e^{g t + a_t}$$

El consumidor representativo maximiza una función intemporal de utilidad.

$$(5) U = E_t \sum_{t=0}^{\infty} e^{-r t} [\ln c_t + b \ln (1-l_t)]; b > 0$$

Sujeto a:

$$(6) \sum_{t=0}^{\infty} c_t (1+r)^{-t} = \sum_{t=0}^{\infty} w_t l_t (1+r)^{-t}$$

Siendo  $E$  el operador de expectativas (condicionado a la informa-

ción disponible en cada momento), y  $P$  la tasa subjetiva de descuento. Suponemos además, que no hay riqueza inicial, ni transferencias, ni herencias.

Dada la función de utilidad (5) el valor actual descontado de la utilidad marginal del consumo es  $1/c_t$ , por lo que una reducción de consumo en cantidad reduce la utilidad descontada en  $\epsilon r^t (1/c_t)$ . Cada unidad monetaria de esa renta no gastada generará, en el período siguiente una renta igual a  $(1+r)$  que permitirá aumentar el consumo en  $(\Delta c = 1 + r_{t+1})$  unidades monetarias y, por tanto, la utilidad en

$$(7) \quad 1/c_t = e^{-\rho t} E_t[1 + r_{t+1} / c_{t+1}]$$

Nótese que la expectativa de  $r$  no es independiente de la de  $c$  porque el *trade-off* entre el consumo de un período y el de otro se ve influido no sólo por las respectivas utilidades marginales y el tipo de interés, sino por la interacción entre estas variables.

La sustitución entre consumo y oferta de trabajo se determina por el mismo procedimiento,

$$(8) \quad \text{en resumen } c_t/l_t = w_t/b$$

que resuelve el *trade-off* entre consumo y trabajo, dado el salario.

La solución del modelo gira alrededor de dos variables, que son la tasa de ahorro  $s$  y la decisión sobre las horas trabajadas,

Por ello, conviene convertir las ecuaciones anteriores en otras en que aparezcan esas variables. A partir de eso podemos comprobar que, si existe un valor constante de la propensión al ahorro, ésta será la solución del modelo para esta variable porque al final no aparece la tecnología, que es la variable exógena del modelo, de aquí que

$$(9) \quad \ln s^* = \ln \alpha - \rho$$

Así también podemos demostrar que en este modelo la oferta de trabajo es constante, porque aunque los agentes estén dispuestos a sustituir intertemporalmente el trabajo, los movimientos en la tecnología o en el capital provocarán cambios en el tipo de interés o en el salario real de cada período que anularán los efectos de aquellas variables sobre la oferta de trabajo.

Conocidos los valores (constantes) de  $s^*$  y  $l^*$ , se puede calcular el valor de equilibrio del resto de variables (lo que no es posible para formas más complejas).

## Conclusión

La dinámica del modelo viene dada por las perturbaciones tecnológicas: la economía crece a una tasa  $g$ , y experimenta las perturbaciones descritas, que se incorpora a la dinámica del stock de capital. En efecto, a partir de (2)

$$(10) y_t = (\alpha + d) y_{t-1} - \alpha y_{t-2} + (1 - \alpha) \varepsilon_t$$

Donde se comprueba que, cuando se produce una perturbación de primer orden, AR(1), en la tecnología, el producto se desvía de su trayectoria determinista siguiendo un proceso autorregresivo de segundo orden, AR (2). Como el segundo coeficiente de (A.30) es negativo, las desviaciones de  $y$  seguirán un proceso primero creciente (durante varios períodos) y luego decreciente, esto es, un ciclo, sobre todo si la perturbación es suficientemente duradera (se aproxima a 1). Además, la productividad será procíclica, como se observa en la realidad.

Como el único factor de crecimiento de este modelo es la tecnología, empezaremos llamando  $y$  y  $k$  al producto y al stock de capital per cápita por unidades de eficiencia:

$$y = y / A; k = k / A$$

De la definición de  $k$  tomamos logaritmos.

$$\ln k = \ln k - \ln A$$

Y derivamos,

$$k^* / k = k^* / k - g = sy / k - g = sy / k$$

De donde

$$k^* = s^* y - k g$$

En el modelo que estamos considerando, la tasa de crecimiento del stock de capital per cápita en unidades de eficiencia (por unidad de tecnología) es igual entre la diferencia y el ahorro (inversión) en unidades de eficiencia y el producto del stock de capital en unidades de eficiencia por la tasa del crecimiento de la tecnología (que es

