INTERÉS SIMPLE

Reconocemos de este modo a la operación financiera que se genera a partir de un capital original (Co) disponible por un cierto lapso de tiempo. La posibilidad de ser valuado a una cierta tasa le permite al inversor retirar, una vez concluida, una suma de dinero llamada monto cuyo importe resultara superior a la cuantía inicialmente depositada.

El beneficio originado por dicha diferencia se reconoce como interés. El objetivo de la operación será pues sustituir un capital presente por otro equivalente con vencimiento futuro, atendiendo a la Ley financiera del Régimen Simple.

CAPITALIZACIÓN SIMPLE

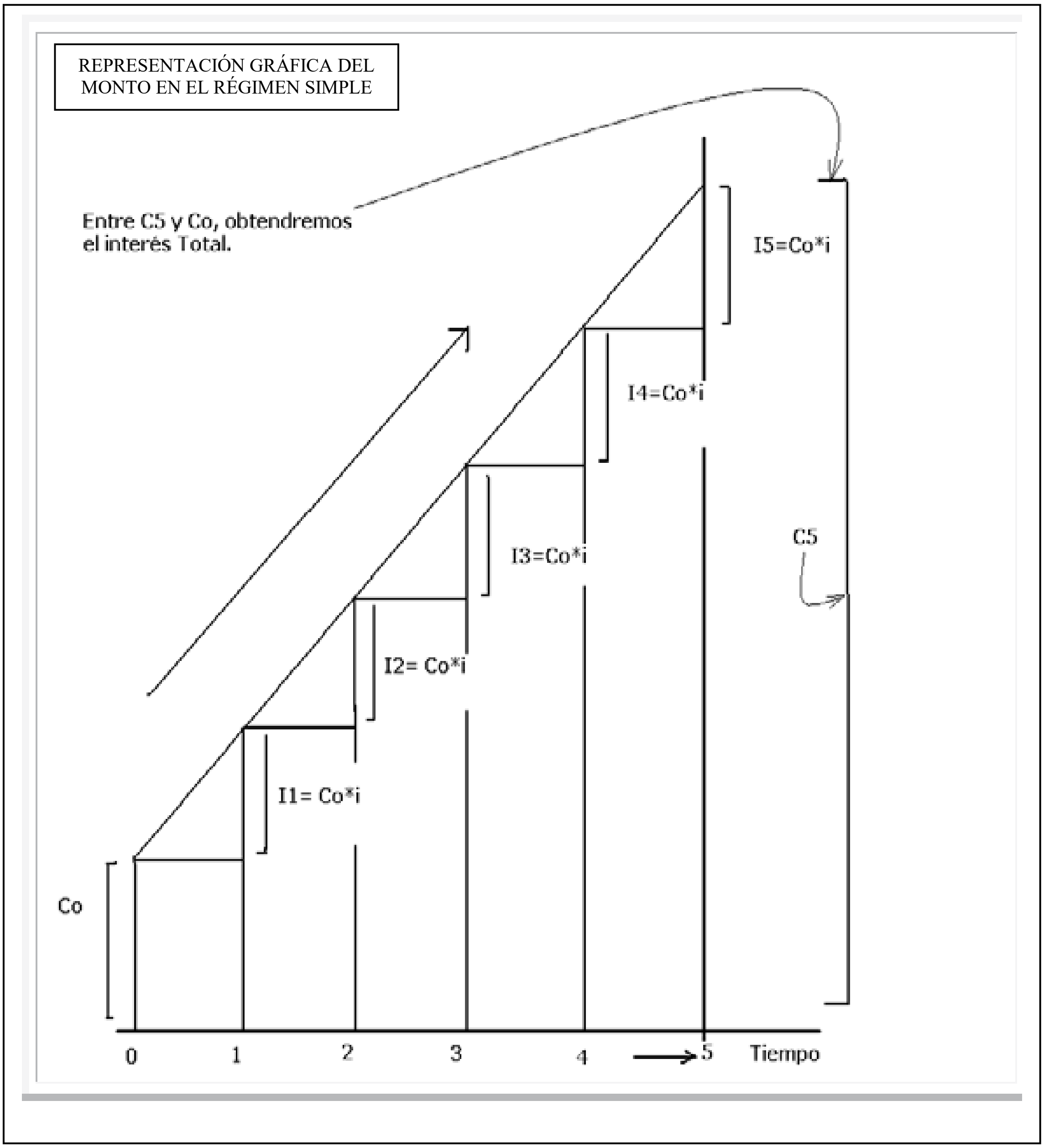
Dada la posibilidad que el capital Co permanezca colocado un determinado tiempo, independientemente del periodo que abarca la unidad de tiempo (ut) de la tasa pactada, para que podamos definir la operación dentro de los límites de un régimen simple.

Las sucesivas incorporaciones de interés resultarán constantes, dado que serán calculadas sobre el capital disponible en el instante inicial (Co), siendo siempre la única fuente generadora de nuevos intereses. Las variables que afectan directamente el beneficio del inversor (considerando solo aquellos relacionados directamente con aspectos matemáticos) serán el tiempo (n=t/ut) y la tasa de interés (i).

Los intereses que se obtienen de esta manera, por aplicación del régimen simple, irán formando el monto final en la medida en que todos se adicionen y recuperen en el futuro.
Como consecuencia directa se dice que los “intereses” no son productivos, es decir:

1) No se cargan al capital inicial para producir nuevos intereses.

2) El valor de Co determina asimismo el interés para cada periodo en particular.



FÓRMULA DEL INTERÉS SIMPLE

Resulta ser que el interés simple es proporcional al tiempo (*plazo de exposición*) y a la tasa (*razón de acrecentamiento*). La fórmula general muy difundida relaciona estas variables entre sí:

$$I = \frac{C \times R \times t}{100 \times ut}$$

Podemos asimismo, vincular aún más estos elementos al transformar la razón (porcentual) en tasa unitaria al dividirla por cien.

Por otra parte, al vincular "t" como "plazo de exposición" de la variable (o tiempo al que permanecerá colocado el capital) con la ut (unidad de tiempo en que opera la tasa pactada) encontramos a "n" como cantidad de periodos al que quedará expuesto el capital, en función de la tasa específicamente acordada.

Es decir:

$$I = C \times \left(\frac{R}{100}\right) \times \left(\frac{t}{ut}\right)$$

De acuerdo a lo expuesto:

$$\left(\frac{R}{100}\right) = i(tasa \cdot unitaria)$$

$$\left(\frac{t}{ut}\right) = \boxed{\textbf{\textit{n (períodos)}}}$$

Por lo que:

$$\boxed{I = C \times i \times n}$$

Definiendo así la fórmula más simplificada.

Ejemplo:

Dada la posibilidad de depositar $20.000 en una institución financiera durante siete meses de plazo al 3 % mensual simple de interés, determinar el beneficio final esperado.

Aplicando la expresión del interés:

I=20.000x0.03x7

I= $4.200

Rta.: el resultado esperado es de $4.200

Recordando que el interés es el resultado de la comparación de los capitales en dos momentos distintos, llamando a uno capital (C) y al otro monto (M):

$$\boxed{I = M - C}$$

Esta expresión puede dar lugar al conocimiento del monto a partir de añadirle intereses al capital disponible:

$$M = C + I$$

siendo:

$$M = C + C \times i \times n$$

$$\boxed{M = C \times (1 + i \times n)}$$

Ejemplo:

Se realiza una inversión temporaria por un plazo de 75 días depositando $28.000 al 4 % mensual simple. Calcular la suma que podremos retirar una vez finalizada la operación, por todo concepto.

$$M = 28000 \times \left(1 + 0{,}04 \times \frac{75}{30}\right)$$

$$M = \$30.800.-$$

Rta.: el monto que reuniríamos sería de $30.800.

Ejemplo:

Para un capital de \$16.000 depositado durante un cierto tiempo, se logra un beneficio neto de \$1.320 por aplicación de una tasa mensual simple del 0,025. Calcular por cuánto tiempo se mantuvo depositado el capital.

Debemos encontrar el plazo "t" que cumple la condición referida:

$$1320 = 16000 \times 0.025 \times \frac{t}{30}$$

t=99

Rta.: el capital permaneció colocado durante 99 días.

APLICACIÓN DE MÚLTIPLES TASAS A UN CAPITAL

Considerando la posibilidad que un cierto capital se encuentre afectado por una serie de tasas consecutivas utilizadas en la misma operación financiera, será necesario asociar los sucesivos plazos parciales junto a cada tasa correspondiente:

$$M = C \times (1 + i1 \times n1 + i2 \times n2 + ... + in \times nn)$$

Al desarrollar la expresión precedente aplicando la propiedad distributiva, observamos que, para alcanzar el monto final, recuperamos el capital original íntegramente, luego cada término se conformará por el producto de Co por la tasa utilizada en ese tramo en particular, por el plazo propio en que se empleó cada tasa.

La secuencia se repite tantas veces como cambios de tasa se observen en el transcurso de la operación, para luego sumar algebraicamente el beneficio total así acumulado.

Ejemplo:

Un capital de $8.000 se deposita en una cuenta durante 90 días, en cuyo transcurso se pactaron dos tasas mensuales consecutivas del 0,06 y 0,07, la primera de ellas vigente durante los primeros 44 días. Calcular el monto final conseguido.

SOLUCIÓN

$$M = 8000 \times \left(1 + 0.06 \times \frac{44}{30} + 0.07 \times \frac{46}{30} \right)$$

$$M = \$9.562.67$$

Rta.: el monto final reunido será de $9.562,67.

CONCEPTO DE CAPITALIZACIÓN DE INTERESES

El proceso conocido como capitalización de intereses se sustenta en la idea de la incorporación de los intereses devengados en una cierta etapa de una operación financiera dada al capital preexistente, lo que permitirá realizar el cálculo de los futuros intereses, no ya a partir del capital original sino del capital acrecentado por los intereses hasta allí conseguidos.

Esto genera una consecuencia directa: los beneficios se ven igualmente incrementados en la cuantía del crecimiento de los intereses (se obtienen intereses por sobre los intereses).

La expresión antes vista resultará transformada:

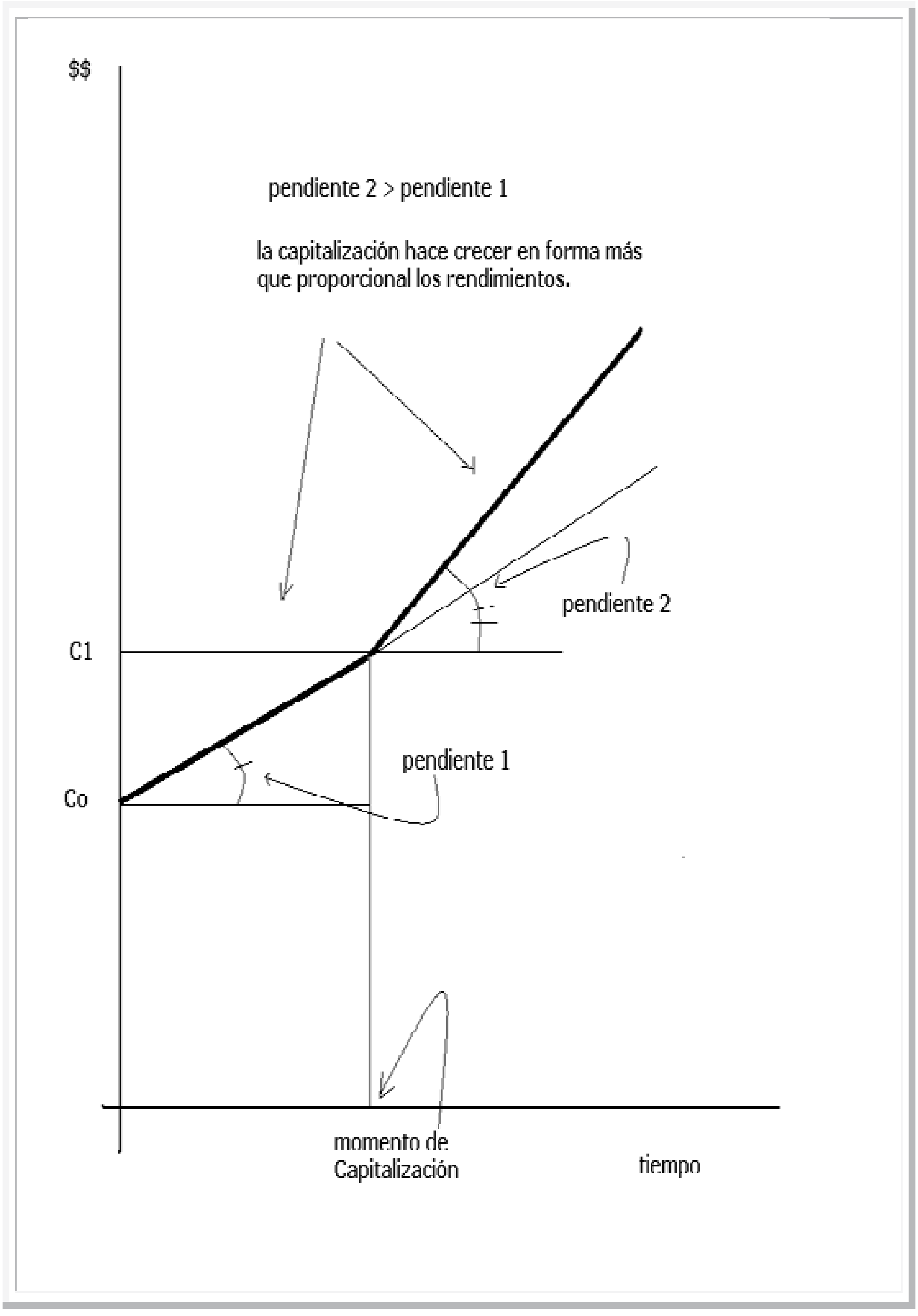
$$M_t = \left[C_0 \times \left(1 + i \times n_1\right)\right] \times (1 + i \times n_2)$$

de donde **M_t** = monto total luego del proceso de capitalización, **i=** tasa pactada en la operación, **n1**= cantidad de periodos iniciales, **n2**= cantidad de periodos posteriores a la capitalización hasta alcanzar su finalización.

Observemos en la ecuación que el producto de Co por el factor de evolución $(1 + i \times n)$ permite conocer un monto (C1) (capital más intereses). Luego, este nuevo valor dará lugar a conocer el resultado siguiente por su propio plazo de exposición.

El gráfico de la siguiente página ilustra la operación.

Esquema del proceso de capitalización de intereses



MÉTODOS ABREVIADOS PARA EL CÁLCULO DE INTERESES

El uso de calculadoras y hojas de cálculo en programas de *software* ha simplificado la reiteración de cálculos manuales, especialmente en el manejo de grandes cantidades de información como ocurre en la administración de ciertas cuentas corrientes comerciales y bancarias.

La repetición de movimientos (ingresos y egresos) financieros, a partir de una tasa previamente conocida y una fecha de referencia (por ejemplo, el momento en que se produce una capitalización de intereses) posibilita utilizar alguno de los métodos que simplifican estos procesos.

1) MÉTODO DE DIVISORES FIJOS

Para proceder al cálculo de intereses que se acumulan en una operación financiera acordada por el régimen simple de capitalización, recordamos la fórmula inicialmente descripta para los intereses:

$$I = \frac{C \times R \times t}{100 \times ut}$$

Reagrupándola convenientemente:

$$I = \frac{C \times t}{\dfrac{100 \times ut}{R}}$$

En tanto la tasa pactada sea anual quedará definida la ut=365 (días), pero debemos recordar que si así no lo fuera será igualmente indicada en cantidad de días, por lo que:

$$I = \frac{C \times t}{\dfrac{36500}{R}}$$

Considerando el divisor fijo:

$$\Delta = \frac{365000}{R}$$

resulta que:

$$\boxed{I = \frac{C \times t}{\Delta}}$$

El empleo del divisor fijo puede ser aplicado a una sucesión de movimientos, positivos o negativos, por lo que el interés total sería:

$$I_t = \frac{C1 \times t1 \pm C2 \times t2 \pm C3 \times t3 \pm \ldots \pm Cn \times tn}{\Delta}$$

2) REDUCCIÓN A LA TASA DIARIA

Precisamente, la relación inversa del llamado divisor fijo, representa la tasa unitaria diaria que se emplea en estas operaciones.

Con este método logramos reducir aún más las expresiones finales al utilizar igualmente el concepto de proporcionalidad y equivalencia de las tasas en el régimen simple.

A partir de la tasa convenida practicamos la proporcionalidad hasta reducirla a una frecuencia diaria, siendo:

$$I = C \times i \times n$$

ajustado a una tasa anual (i_a) pactada:

$$I = C \times \frac{i_a}{365} \times t$$

para una tasa diaria:

$$i_d = \frac{i_a}{365}$$

$$I = \left(C \times t\right) \times i_d$$

Recordamos que el producto del capital por el plazo de exposición de la variable es denominado numeral:

$$I = Numeral \times i_d$$

Ejemplo:

Según el siguiente detalle de movimientos correspondiente a la caja de ahorros n.º 15237/8, se desea conocer el total de intereses que serán acreditados al 31 de julio. La tasa empleada en esta operación se fija en el 27 % anual.

Fecha	Movimiento
02-06	+1200
14-06	+ 880
26-06	- 466
04-07	+ 965
15-07	- 241

SOLUCIÓN:

A) EMPLEANDO MÉTODO DE DIVISORES FIJOS

El divisor fijo para considerar será:

$$\Delta = \frac{36500}{27} \quad \text{es decir:} \quad \Delta = 1351.85$$

Fecha	Movimiento	Días	Numeral
02-06	1200	59	70.800
14-06	880	47	41.360
26-06	(466)	35	(16.310)
04-07	965	27	26.055
15-07	(241)	16	(3.856)
Total			**118.049**

Una vez tabulados los datos y calculada la sumatoria del numeral, resta vincularlo al divisor fijo:

Interés total = $\dfrac{118.049}{1351.85}$

Rta.: el interés total devengado hasta el 31 de Julio fue de $87.32

B) POR REDUCCIÓN A LA TASA DIARIA

La tasa diaria equivalente al 27 % anual simple será:

$$\frac{0.27}{365} = 0.00073973$$

Utilizando el mismo cuadro elaborado en el método anterior:

Fecha	Movimiento	Días	Numeral
02-06	1200	59	70.800
14-06	880	47	41.360
26-06	(466)	35	(16.310)
04-07	965	27	26.055
15-07	(241)	16	(3.856)
Total			**118.049**

Por último, multiplicamos el resultado del numeral por la tasa diaria:

Interés total = 118049 X 0.00073973

Interés total = $87.32

EJERCICIOS RESUELTOS DE INTERÉS SIMPLE

Se realiza un depósito de $1000 durante diez meses al 4 % mensual simple de interés. A los tres meses se realiza un depósito extraordinario de $400; determinar el saldo al finalizar la operación.

SOLUCIÓN:

$$1000x(1+0.04x10)+400x(1+0.04x7)$$

Dado que se trata de una operación sin capitalizaciones, se acumulan los resultados a partir del momento en que se depositan o retiran distintos importes.

Resolviendo:

$$1000x1.4+400x1.28=1912$$

Rta.: el saldo disponible al final de la operación alcanza los $1.912.

Se deposita en una cuenta $12.000 durante nueve meses. En su transcurso, se emplearon dos tasas simples mensuales y consecutivas, del 0,02 la primera y del 0,03 la segunda. Conociendo que el monto final reunido totalizó la suma de $14.820, calcular cuánto tiempo permaneció colocado el capital a cada tasa.

SOLUCIÓN:

$$14820=12000\times\left(1+0.02\times\frac{t1}{30}+0.03\times\left\langle\frac{270-t1}{30}\right\rangle\right)$$

Se puede observar que, al no existir capitalización de intereses, las sucesivas tasas se aplican directamente sobre el capital original de $12.000, luego, al determinar el plazo de exposición de la segunda tasa lo vinculamos a las restantes variables temporales conocidas, es decir, por un lado la duración completa de la operación medida en días = 270 y por el otro, el plazo de exposición de la primera tasa, es decir t1, de donde:

$$t2 = 270 - t1$$

Operando en la ecuación:

$$\frac{1.482}{1.2} = 1 + 0.00066667 \times t1 + 0.27 - 0.001 \times t1$$

$$1.235 = 1.27 - 0.00033333t1$$

$$-0.035 = -0.0003333t1$$

$$t1 = \frac{0.035}{0.000333}$$

Rta.: t1, el plazo de exposición de la primera tasa empleada fue de 105 días, t2, el plazo de la segunda tasa fue de 165 días (270-105).

Se depositó un capital de $15.000 durante un año al 18 % semestral. Cuatro meses después de efectuado el depósito se capitalizaron los intereses. Determinar el beneficio adicional que recibirá el inversor por ese proceso.

SOLUCIÓN:

Averiguamos en primer lugar el monto sin capitalización:

$$M = 15.000 \times \left(1 + \frac{0.18 \times 365}{180}\right)$$

$$M = 15.000 \times 1.365$$

$$M = 20.475$$

Consideramos ahora el proceso de capitalización indicado:

$$M_{capitalizacion} = 15.000 \times \left(1 + \frac{0.18 \times 120}{180}\right) \times \left(1 + \frac{0.18 \times 245}{180}\right)$$

$$M_{capitalizacion} = 15.000 \times 1.3944$$

$$M_{capitalizacion} = 20.916$$

La diferencia entre "M" y "M capitalización" da lugar a la respuesta, en tanto, el beneficio "adicional" que se presenta por haberse capitalizado intereses resulta de $441.

Un capital de $20.000 es dividido en tres partes tales que la primera de ellas es colocada al 80 % anual, la segunda es colocada al 100 % anual, y la tercera parte es colocada al 120 % anual, todas a nueve meses de plazo. Sabiendo que las tres colocaciones dan exactamente el mismo monto final, determinar cómo se realizó la división del capital (considerar año civil).

SOLUCIÓN:

Debemos relacionar las variables conocidas, ya sea igualando o sustituyendo, hasta concentrarnos en una sola incógnita:

$$20.000 = C1 + C2 + C3$$

Además, sabemos que:

$$M1 = M2 = M3$$

$$C1x\left(1 + \frac{0.8x270}{365}\right) = C2x\left(1 + \frac{1x270}{365}\right) = C3x\left(1 + \frac{1.2x270}{365}\right)$$

$$1.5918xC1 = 1.7397xC2 = 1.88767xC3$$

$$C1 = \frac{1.7397}{1.5918}xC2 \qquad C1 = 1.092976xC2$$

$$C1 = \frac{1.88767}{1.5918}xC3 \qquad C1 = 1.18587xC3$$

Igualando en C1:

$$1.092976xC2 = 1.18587xC3$$

$$C3 = 0.9217xC2$$

Sustituyendo en la expresión inicial:

$$20.000 = 1.092976 \times C2 + C2 + 0.9217 \times C2$$

$$20.000 = 3.0146xC2$$

$\therefore$ La distribución del capital de \$20.000 fue realizada de la siguiente forma:

$$C2 = \$6.634{,}29$$
$$C1 = \$7.251{,}11$$
$$C3 = \$6.114{,}82$$

Hace cinco meses se efectuó un cierto depósito, hoy se retira el depósito inicial y luego de cinco meses se retirará por todo concepto una suma igual al triple depositado. Determinar a qué tasa mensual simple se realiza la operación.

SOLUCIÓN:

Planteamos la solución considerando un capital unitario (de \$1):

$$1\times(1+10\times i)-1\times(1+5\times i)=3$$

Observamos además, que no existe referencia en el enunciado a proceso de capitalización alguno.

$$1+10\times i-1-5\times i=3$$

$$5\times i=3$$

Rta.: la tasa simple que cumple la condición es del 0,6 (60 % mensual).

La Sra. Gianpietro efectuó un depósito en una cuenta al 0,8 % mensual simple de interés durante nueve meses para obtener un cierto monto. Sabiendo que se produjo una capitalización de intereses cuatro meses antes del retiro final, calcular qué tasa bimestral simple le hubiera permitido alcanzar el mismo monto sin capitalizaciones intermedias.

SOLUCIÓN:

Igualamos los factores de capitalización para cada tasa:

$$(1+0.008\times 5)\times(1+0.008\times 4)=\left(1+i_b\times\frac{9}{2}\right)$$

Resolvemos despejando i_b

$$i_b\times\frac{9}{2}=1.07328-1$$

$$i_b=0.01628$$

Rta.: la tasa buscada resultaría del 1,628 % bimestral.

La empresa Delta Comercial SA realiza un depósito en una cuenta especial de ahorros donde obtiene una tasa preferencial del 2 % mensual simple. Si al cabo de ocho meses obtiene un beneficio total de $5.200, calcular el importe del depósito si se conoce que se produjo una capitalización de intereses tres meses antes del retiro final.

SOLUCIÓN:

$$5200=C_0\times(1+0.02)^5\times(1+0.02)^3-C_0$$

$$5200 = C_0 \times (1.17166 - 1)$$

$$C_0 = \frac{5200}{0.17166}$$

$$C_0 = \$30.292.55$$

Rta.: el capital original de la operación fue de $30.292.55

El Sr. Henry reunió un monto de $23.040 luego de haber depositado $16.000 hace exactamente un año. Si durante la operación se pactaron dos tasas simples mensuales del 3 % y 4 % respectivamente, calcular cuánto tiempo dicho capital permaneció a cada una de las tasas indicadas.

SOLUCIÓN:

$$23040 = 16000 \times \left[1 + 0.03 \times \frac{t1}{30} + 0.04 \times \left(\frac{365 - t1}{30}\right)\right]$$

Dividimos cada tasa por 30 para calcular su tasa unitaria:

$$1.44 = 1 + 0.001 \times t1 + .001\widehat{3} \times (365 - t1)$$

$$1.44 = 1 + 0.001 \times t1 + .048\widehat{6} - 0.001\widehat{3} \times t1)$$

$$0.44 = 0.48\widehat{6} - (0.001\widehat{3} + t1)$$

$$0.000\overset{\frown}{3} \times t1 = 0.04\overset{\frown}{6}$$

despejando t1:

$$t1 = \frac{0.04\overset{\frown}{6}}{0.000\overset{\frown}{3}}$$

$$t1 \cong 140.días$$

$$\therefore t2 = 365 - t1$$

$$t2 = 365 - 140$$

$$t2 = 225.días$$

Rta.: los plazos sucesivos para alcanzar dicho monto fueron de 140 y 225 días para el 3 % y el 4 % respectivamente.