GENERALIDADES DEL DESCUENTO

En lo referente a la actividad financiera, se denomina descuento al valor o importe reducido que se obtiene sobre una obligación por el hecho de abonarla antes de su vencimiento.

Consideramos al descuento como la función inversa al interés, dado que el monto obtenido como resultado de la inversión está representado por el valor nominal en la operación de descuento, y el capital a invertir está representado por el valor actual de la misma operación.

Dicha obligación se documenta en un papel de negocio, generalmente denominado comercialmente "pagaré" donde constan los siguientes datos:

1. Suma escrita en números y letras que denominamos **valor nominal,** que representa el valor futuro del capital que generalmente está representado por un documento y al que se lo denomina también valor escritural.

2. Fecha en que debe cancelarse dicho documento que llamamos **fecha de vencimiento,** y que representa el momento en que deba hacerse efectiva la obligación.

3. Firma del responsable o deudor aceptando la obligación y comprometiéndose legalmente a hacerla efectiva a su vencimiento.

En una operación documentada nos interesará conocer:

1. El importe que se deduce si deseamos cancelarlo anticipadamente, que se denomina **descuento.**

2. El importe a abonar anticipadamente, que es la diferencia entre el valor nominal y el descuento, y que representa el **valor actual,** al que se lo puede llamar también valor presente o efectivo y que está dado por un capital obtenido en cualquier momento anterior a la fecha en que dicho capital será exigible.

3. La tasa unitaria de interés que fuera utilizada denomina **i.**

4. La tasa unitaria de descuento utilizada en la operación denominada **d.**

Cabe aclarar que en la práctica a otro tipo de operaciones vinculadas, como la presentación de estas obligaciones a un prestamista o entidad financiera para recibir en forma anticipada al momento de su vencimiento una suma determinada (de menor cuantía al valor escrito), también se las denomina "descuento".
Asimismo, a partir de la creación del instrumento denominado "cheque de pago diferido" en la legislación argentina este ha venido a reemplazar la utilización de los "pagarés", al punto que su empleo se ve circunscrito a la formalización de las transacciones crediticias en la banca oficial, habiendo caído rápidamente en desuso en la actividad comercial. Independientemente de ello, y hecha esta aclaración, la ejercitación propuesta hace referencia indistinta a cualquiera de ellos al momento de desarrollar los enunciados propuestos.

DESCUENTO SIMPLE

De acuerdo con la Ley financiera del descuento simple donde se observa la sustitución de un capital futuro por otro equivalente con vencimiento en el presente, nos encontramos ahora con una operación que resulta ser inversa a la de capitalización simple.

Los intereses (descuento) no resultan acumulativos (o productivos) por lo que a medida que se generan no se deducen del capital inicial para así calcular intereses (descuento) del nuevo periodo, sino que *todos* serán calculados *siempre* a partir del capital que les dio origen.

Las variables que intervienen en las operaciones de descuento simple son las mismas, independientemente de la tasa que se habrá de emplear, y resultan análogas a las referidas previamente al indicar las reglas financieras de las operaciones de interés simple, donde:

```
  C                    I                    M
 _!____________________!____________________ !
  i                    i                     i
  V                    D                     N
```

Válida la analogía entre el capital original y el valor presente, entre el interés y el descuento, y el monto y el valor nominal. Mientras que en el proceso de capitalización simple, el capital original era un valor temporalmente anterior al monto (como valor futuro), en el proceso de actualización o descuento resulta lo propio entre el valor actual y el valor nominal.

Asimismo, considerado el interés como la diferencia entre el monto y el capital original, y siendo:

D= descuento

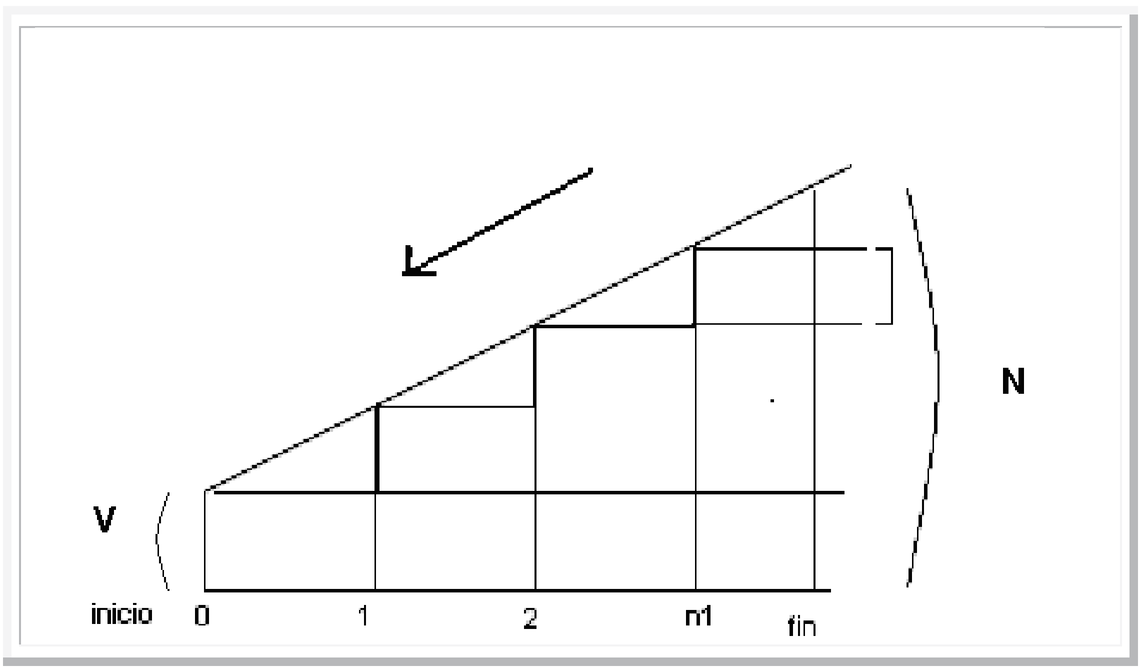
V= valor actual

N= valor nominal

Surge que el descuento proviene de la diferencia entre el valor nominal contra el valor actual:

$$\boxed{D = N - V}$$

El gráfico siguiente muestra cómo se “aminoran los intereses” a partir de un cierto valor futuro y se obtiene un valor actual por efecto de la anticipación a una cierta tasa de descuento.



Existen dos métodos para el cálculo del descuento en base a operaciones donde la tasa actúa de manera simple.

1. El descuento calculado en base al interés simple aplicado sobre el valor nominal del documento por el plazo de anticipación, al que se lo denomina

descuento comercial o descuento simple o descuento bancario o descuento a tasa adelantada o descuento a tasa de descuento.

2. El descuento calculado en base al interés simple aplicado sobre el valor actual del documento por el plazo de anticipación, al que se lo denomina descuento racional o descuento matemático o descuento a tasa vencida o descuento a tasa de interés o método de intereses cargados o intereses incluidos.

DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA DEL DESCUENTO SIMPLE EN BASE A TASA “d”

El descuento comercial es el interés simple calculado sobre el valor nominal. A partir de las conclusiones precedentes, estamos en condiciones de definir al descuento en base a tasa “d”, también conocido como “descuento adelantado”, “descuento comercial” o “descuento bancario”, como el producto del valor nominal por la tasa de descuento aplicada, por el plazo de anticipación:

$$\boxed{D_d = N \times d \times n}$$

Al vincular ambas fórmulas, podemos deducir algunas otras que resultan útiles.

Siendo:

$$N - V = N \times d \times n$$

$$V = N - N \times d \times n$$

$$\boxed{V = N(1 - d \times n)}$$

$$\boxed{N = V(1 - d \times n)^{-1}}$$

Para averiguar el plazo de anticipación:

$$\frac{V}{N} = 1 - d \times n$$

$$d \times n = 1 - \frac{V}{N}$$

$$n = \frac{1 - \frac{V}{N}}{d}$$

Para averiguar la tasa:

$$d = \frac{1 - \frac{V}{N}}{n}$$

Ejemplo:

Se descuenta en el día de la fecha un pagaré que fuera suscripto hace 50 días, cuyo vencimiento fue pactado a tres meses de plazo por valor de $18.000. El Banco nos ofrece una tasa del 2,5 % mensual. Calcular el importe que nos habrá de acreditar en la cuenta.

$$\leftarrow\text{----------------}x$$

0_________________50_____________90

V=?   N=18.000

Nótese que el plazo de anticipación se sitúa 40 días antes del vencimiento del documento. Los 50 días previos no son calculados puesto que el Banco solo percibirá su descuento en relación al tiempo faltante para su efectivo vencimiento, y solo desde el momento en donde se lo cedemos.

$$V = 18000 \times \left(1 - 0.025 \times \frac{40}{30} \right)$$

Rta.: el valor actual sería de $17.400.

La denominación "descuento bancario" obviamente hace referencia a su uso frecuente por estas instituciones financieras, pero su empleo se ve restringido a condiciones "normales" puesto que en ciertas circunstancias con alta inflación y por ende alto costo del capital, lo que trae como consecuencia directa un aumento excesivo en las tasas empleadas, su uso se vuelve impracticable, lo que deriva en un “absurdo financiero”. En la fórmula se pueden observar dos cuestiones:

1. Si el producto **d. n = 1** el resultado es cero, por lo tanto el valor actual del documento es igual a cero, lo que significaría que el descuento es igual al valor nominal, situación irreal. Esto significa que con motivo del transcurso del tiempo, el importe del descuento igualaría al valor nominal.

2. Si el producto **d. n > 1** el resultado sería negativo o significaría que el valor actual fuera negativo, por lo que implica que debería abonarse el importe obtenido además de pagar el documento a su vencimiento, situación por lo más ilógica. Este aspecto negativo de la aplicación deriva en lo que se ha dado en llamar “un absurdo financiero”, por lo que también se lo denomina descuento abusivo. Esta situación generalmente se puede dar en épocas de tasas elevadas.

Dada esta situación, se lo emplea en operaciones comerciales, especialmente las bancarias de corto plazo, y se estable por normas específicas del sector bancario, hasta un plazo máximo de 180 días.

Ejemplo:

Descontando un pagaré de $10.000 seis meses antes de su vencimiento se deduce un cierto valor. Si la tasa convenida resultará del 20 % mensual adelantado, calcular dicho importe.

Siendo:

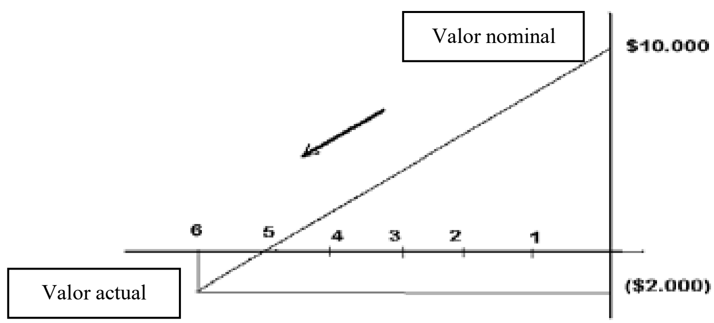
$$D = N \times d \times n$$

$$D = 10.000 \times 0.20 \times 6$$

De donde $D = \$12.000$.

El caso precedente resulta un absurdo financiero, dado que el importe del descuento supera en \$2.000 el del valor nominal, o dicho de otro modo, significa que el importe a recibir sería negativo, esto es que no solo no recibiríamos suma alguna, sino que por el contrario nos veríamos en la obligación de entregar además del documento \$2.000.

Gráficamente:



ABSURDO FINANCIERO

Anticipando una operación financiera por un amplio plazo a una elevada tasa adelantada.

Otro aspecto a considerar para el cálculo del valor a recibir es el agregado de una serie de gastos que pueden afectar dicha operación financiera y que se calculan sobre el valor nominal del documento, como ser: gastos de sellados, gastos administrativos, comisiones varias, etc. En tal caso, denominamos **G** al total de estos, por lo cual la ecuación quedaría así:

$$V = N - D - G$$

DESCUENTO RACIONAL

También conocido como "descuento matemático" o "descuento a interés vencido" o "intereses cargados". Se denomina descuento racional a aquel en que se calcula el interés simple sobre el capital representado por el valor actual del documento, a diferencia del descuento comercial, donde este se calcula sobre el valor nominal.

Esta aplicación tiene en cuenta que el interés que se calcula surge del capital recibido y no sobre el importe escrito en el documento, que representa el total bruto (capital más interés).

El descuento en este caso se calculará a partir del valor actual (tal como se cargaban los intereses al capital para obtener el monto en capitalización simple).

Siendo:

$$\boxed{D_i = V \times i \times n}$$

Y recordando que:

$$D = N - V$$

$$V \times i \times n = N - V$$

$$N = V + V \times i \times n$$

$$\boxed{N = V(1 + i \times n)}$$

Otras fórmulas útiles:

$$V = N(1 + 1 \times n)^{-1}$$

$$\frac{N}{V} = 1 + i \times n$$

$$i \times n = \frac{N}{V} - 1$$

$$i = \frac{\frac{N}{V} - 1}{n}$$

El descuento racional o a tasa de interés simple nunca puede superar al valor nominal, por lo tanto no se pueden dar las situaciones expuestas en el descuento bancario o comercial.

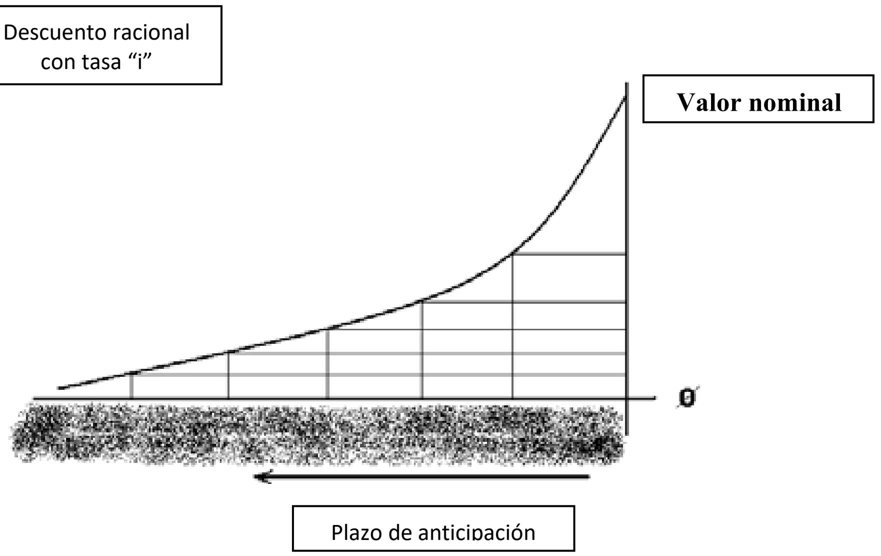
En consecuencia, como el descuento es el interés del valor actual y como este es mayor que cero, el descuento es mayor que cero pero más pequeño porque es un porcentaje del valor actual.

Si el valor actual es cero, entonces el descuento es igual al valor nominal y no se produciría transacción financiera alguna.

Podría ocurrir también que, si el valor actual es mayor que cero siendo el descuento cero, entonces el valor actual es igual al valor nominal, pero no habría operación financiera porque no se suponen operaciones gratuitas.

Matemáticamente, podría ocurrir que el valor actual tienda a cero cuando la expresión "1 + i n" tienda a infinito, y para que ello ocurra tendría la tasa de interés que tender a infinito, lo cual sería también un absurdo porque no existe ninguna tasa tan grande que tienda a infinito.

Gráficamente, se puede efectivamente observar que el descuento racional o matemático nunca devuelve un valor mayor de descuento que el propio valor actual, es decir que nunca traspasa el eje de las abscisas donde reflejamos el tiempo; cualquiera sea su plazo de anticipación obtendremos un valor positivo como valor actual:



La zona grisada representa la escala de valores monetarios negativos por las que no "transita" el descuento racional.

Ejemplo:

Resolver el ejercicio anterior, considerando que se emplea como tasa el 20 % mensual simple y vencido:

En este caso:

$$V = \frac{10000}{1 + 0.20 \times 6}$$

$$V = \$4.545{,}45.-$$

$$D_i = V \times i \times n$$

$$D_i = 4545.45 \times 0.20 \times 6$$

$$D_i = \$5.454.54$$

O bien:

$$D_i = N - V$$

$$D_i = 10000 - 4545,54$$

Rta.: el descuento racional aplicado a la operación sería de $5.454,54.

A diferencia del descuento bancario, el descuento racional permite obtener un valor actual válido cualquiera resulte la tasa o su plazo de anticipación.

RELACIÓN ENTRE EL DESCUENTO MATEMÁTICO Y EL BANCARIO

Si se verifica coincidencia entre los valores adoptados por la tasa de interés (descuento matemático, racional o tasa vencida) y la tasa de descuento (descuento bancario, comercial o tasa adelantada) no existiría coincidencia entre los resultados, puesto que mientras uno opera sobre el valor actual (V), el restante lo hace sobre el nominal (N), esto significa que ambos trabajan sobre capitales diferentes.

Esta diferencia presupone que siempre el descuento comercial o bancario resultará mayor que el descuento racional.

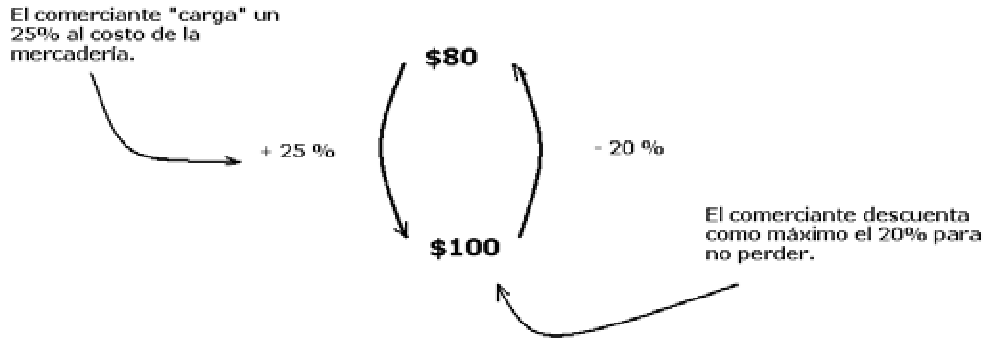
$$D_c > D_r$$

Donde Dc es el descuento comercial o bancario y Dr es el descuento racional o matemático. Resulta simple entender esta diferencia si lo comparamos con un ejemplo partiendo de una relación de márgenes de comercialización.

Supongamos que un comerciante adquiere un bien en $80 y decide venderlo al público en $100. ¿Cuál sería el margen de rentabilidad que obtendría? ¿Cuál sería el máximo descuento que podría otorgar sin incurrir en quebranto, es decir, sin perder dinero?

Las respuestas nos llevan a valores distintos:

COMPARACIÓN ENTRE UNA TASA ADELANTADA Y OTRA VENCIDA PARA UN CÁLCULO DE MARGEN DE RENTABILIDAD COMERCIAL



En este ejemplo podemos observar que si el comerciante ofreciera un descuento igual al 25 % estaría vendiendo su bien por debajo del costo en $5, dado que el valor de venta sería de $75.

Si nuestro objetivo fuera encontrarnos con valores idénticos, es decir, obtener magnitudes (monetarias) absolutas iguales, debemos relacionar ambas tasas para que el resultado sea indiferente al aplicar una u otra modalidad. Esta relación la podemos hallar a partir de la igualación de ambos descuentos:

$$D_c = D_r$$

Siendo

$$D_c = N \times d \times n \quad \text{y} \quad D_r = V \times i \times n$$

$$N \times d \times n = V \times i \times n$$

Para

$$V=\frac{N}{1+i\times n}$$

$$N\times d\times n=\frac{N\times i\times n}{(1+i\times n)}$$

Simplificando

$$d=\frac{i}{1+i\times n}$$

La tasa de descuento equivalente a partir de la tasa de interés.

Y para $$N=\frac{V}{1-d\times n}$$

$$\frac{V\times d\times n}{1-d\times n}=V\times i\times n$$

Simplificando

$$i=\frac{d}{1-d\times n}$$

La tasa de interés equivalente a partir de la tasa de descuento.

También debemos aclarar que la equivalencia entre la tasa de interés y la tasa de descuento en el régimen simple es una función temporal, es decir que solo se encuentra un valor válido para una operación financiera cuya duración común es "n".

Ejemplo:

Calcular cuál será la tasa de interés que se aplicó al descontar un documento firmado oportunamente por $12.000 negociado en una institución bancaria al 11 % mensual simple, cuarenta y cinco días antes de su vencimiento.

SOLUCIÓN:

Utilizamos la fórmula correspondiente para averiguar la tasa vencida a partir del conocimiento de la tasa adelantada:

$$i = \frac{d}{(1 - d \times n)}$$

$$i = \frac{0.11}{1 - 0.11 \times \frac{45}{30}}$$

$$i_{mensual} = 0.1317$$

La tasa simple vencida (interés racional) que se corresponde para un plazo de 45 días al 11 % adelantado resultaría del 13,17 %.
Esto significa que tanto si pudiéramos elegir entre una u otra, llegaríamos al mismo resultado final.

EQUIVALENCIA FINANCIERA DE CAPITALES

Al momento de comparar diversos capitales entre sí distribuidos en diferentes momentos nos conduce a preguntarnos cuál de todos podría ser el mejor. Este interrogante se resuelve a partir de dos condiciones:

a) La comparación de todos los capitales involucrados se debe realizar para un mismo momento, es decir que debemos elegir un instante preciso para su comparación.
b) Todos los capitales deberán valuarse (compararse) frente a una misma tasa de interés o descuento.

Dicha sustitución tiene lugar entre uno o unos capitales determinados por otro u otros capitales ubicados en momentos distintos y, por lo tanto, de diferentes valores a los anteriores.

La conjunción de todos los capitales preexistentes en un mismo momento para proceder a un reemplazo de características equivalentes se denomina época de valuación, consolidación o fecha focal.

Tanto el deudor como el acreedor, de acuerdo con proceder a la sustitución o reemplazo de los capitales, deberán acordar asimismo:

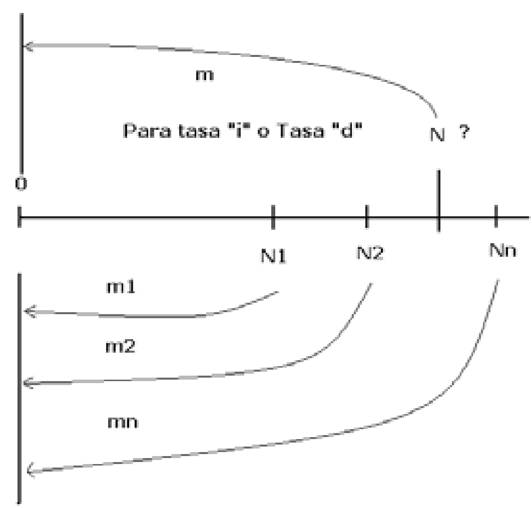
a) el momento de realización de la equivalencia,
b) el valor y la frecuencia en que operará la tasa de descuento o interés elegida.

Los problemas que desde el punto de vista financiero pueden suscitar este tipo de operaciones se centran en tres casos posibles:

a) Calcular un capital en común
b) Calcular un vencimiento común
c) Calcular un vencimiento medio

CÁLCULO DEL CAPITAL EN COMÚN

Calcular un único documento (N) con vencimiento en el instante “m” que sustituya una serie de capitales con vencimiento en el futuro (N1, N2,…Nn), respectivamente para cada uno en “m1”, “m2”, …“mn”, según el siguiente modelo:



Todos los documentos (capitales) convergen en un mismo punto (momento 0).

Para poder calcular el importe del nuevo capital N se dependerá de la tasa acordada, el procedimiento a llevarse a cabo:

a) Con tasa vencida “i”

$$\frac{N1}{1+m1\times i}+\frac{N2}{1+m2\times i}+...+\frac{Nn}{1+mn\times i}=\frac{N}{1+m\times i}$$

De donde N resultará de despejarlo:

$$N=\frac{\frac{N1}{1+m1\times i}+\frac{N2}{1+m2\times i}+...+\frac{Nn}{1+mn\times i}}{1+m\times i}$$

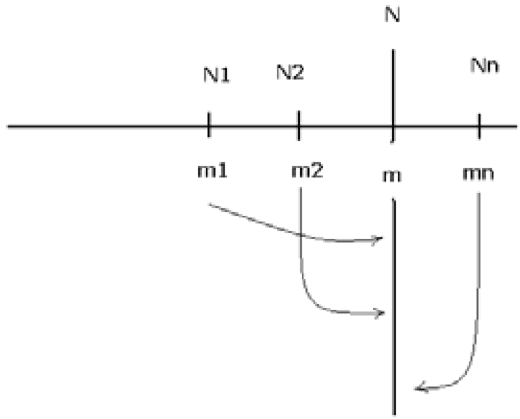
b) Con tasa adelantada “d”

$$N1(1-d\times m1)+N2(1-d\times m2)+...+Nm(1-d\times mn)=N(1-d\times m)$$

Despejando:

$$N=\frac{N1(1-d\times m1)+N2(1-d\times m2)+...+Nm(1-d\times mn)}{(1-d\times m)}$$

Modelo de vencimiento común con vencimientos anteriores y posteriores a la fecha de valuación



La valuación converge en el instante "m"

Empleando la tasa vencida "i"

$$N = N1 \times \left[1+(m-m1)i\right] + N2\left[1+(m-m2)i\right] + \ldots + \frac{Nn}{\left[1+(mn-m)i\right]}$$

Empleando la tasa adelantada "d"

$$N = \left\{ \frac{N1}{\left[1-(m-m1)d\right]} + \frac{N2}{\left[1-(m-m2)d\right]} + N\left[1-(mn-m)d\right] \right\} \times (1-md)$$

Ejemplo:

Se solicita la refinanciación de una deuda el día 20 de julio, correspondiente a tres documentos de \$3.000 cada uno, con vencimientos el 9 de agosto, 19 de agosto y 29 de agosto, respectivamente. Se conviene emplear una tasa adelantada del 4 % mensual y sustituirlos por un único documento nuevo con vencimiento el 18 de septiembre. Calcular el importe de este nuevo valor.

$$N = \left\{ \frac{3000}{1 - \frac{40}{30} \times 0.04} + \frac{3000}{1 - \frac{30}{30} \times 004} + \frac{3000}{1 - \frac{20}{30} \times 0.04} \right\} \times \left(1 - \frac{60}{30} \times 0.04 \right)$$

Rta.: el valor del único documento N que sustituye a los tres indicados será de N = \$9.392,30.

CÁLCULO DEL VENCIMIENTO EN COMÚN

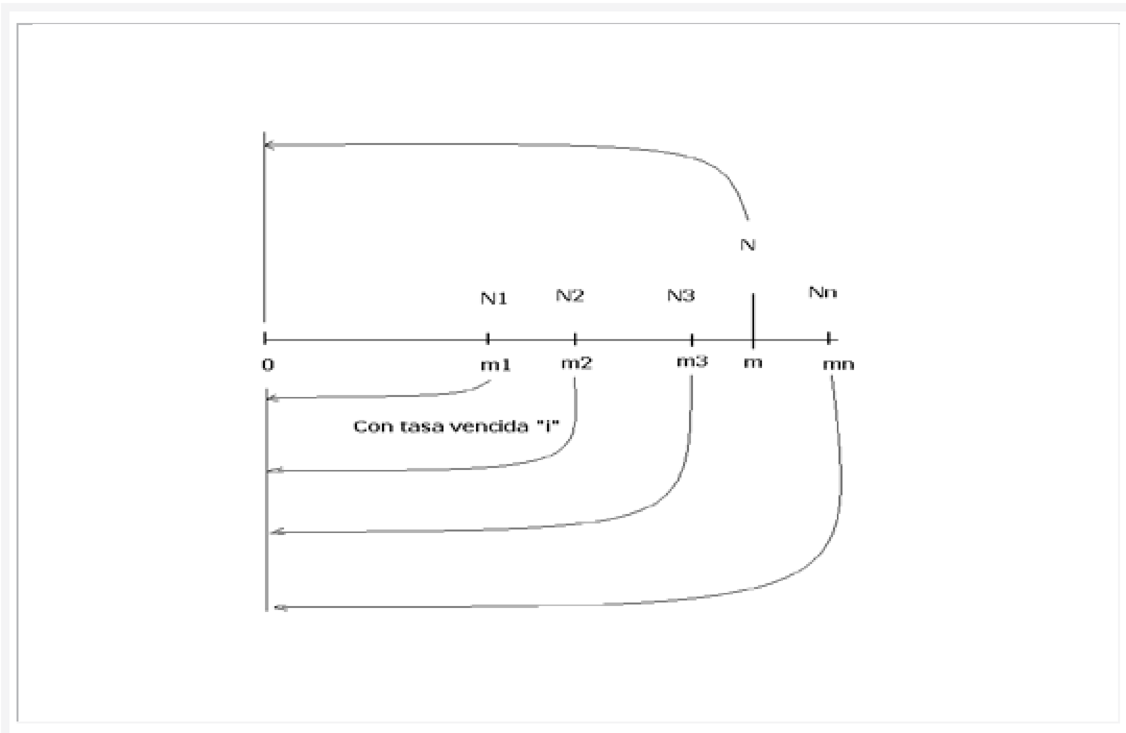
Se fija un momento en común (m) donde vence un cierto documento (N) de valor conocido que sustituirá una serie de documentos N1, N2, N3,…., Nn, con vencimientos respectivos en m1, m2, m3,…,mn.

El valor de N resultará conocido, a partir de allí se buscará la fecha “m” en donde se produzca su vencimiento:

$$N \neq N1, N2, N3, \ldots, Nn$$

Del mismo modo que para el caso del capital en común, resolvemos ahora la incógnita del tiempo o momento del vencimiento de este nuevo documento teniendo en cuenta el tipo de tasa a emplearse en la operación:

a) Con tasa vencida:



$$\frac{N}{1+m\times i}=\frac{N1}{1+m1\times i}+\frac{N2}{1+m2\times i}+\frac{N3}{1+m3\times i}+\ldots+\frac{Nn}{1+mn\times i}$$

Ejemplo:

Se decide canjear tres documentos de $2.000, $5.000 y $7.000 con vencimientos respectivos dentro de cinco, seis y nueve meses por un único documento de $14.000, y se valúa la operación al 3 % mensual de interés.

SOLUCIÓN:

$$\frac{14000}{1+m\times 0.03}=\frac{2000}{1+5\times 0.03}+\frac{5000}{1+6\times 0.03}+\frac{7000}{1+9\times 0.03}$$

$$\frac{14000}{1+m\times 0.03}=\frac{2000}{1.15}+\frac{5000}{1.18}+\frac{7000}{1.27}$$

$$14000=(1793.13+4237.29+5511.81)\times(1+m\times 0.03)$$

$$\frac{14000}{11488.23}=(1+m\times 0.03)$$

$$1.21864=(1+m\times 0.03)$$

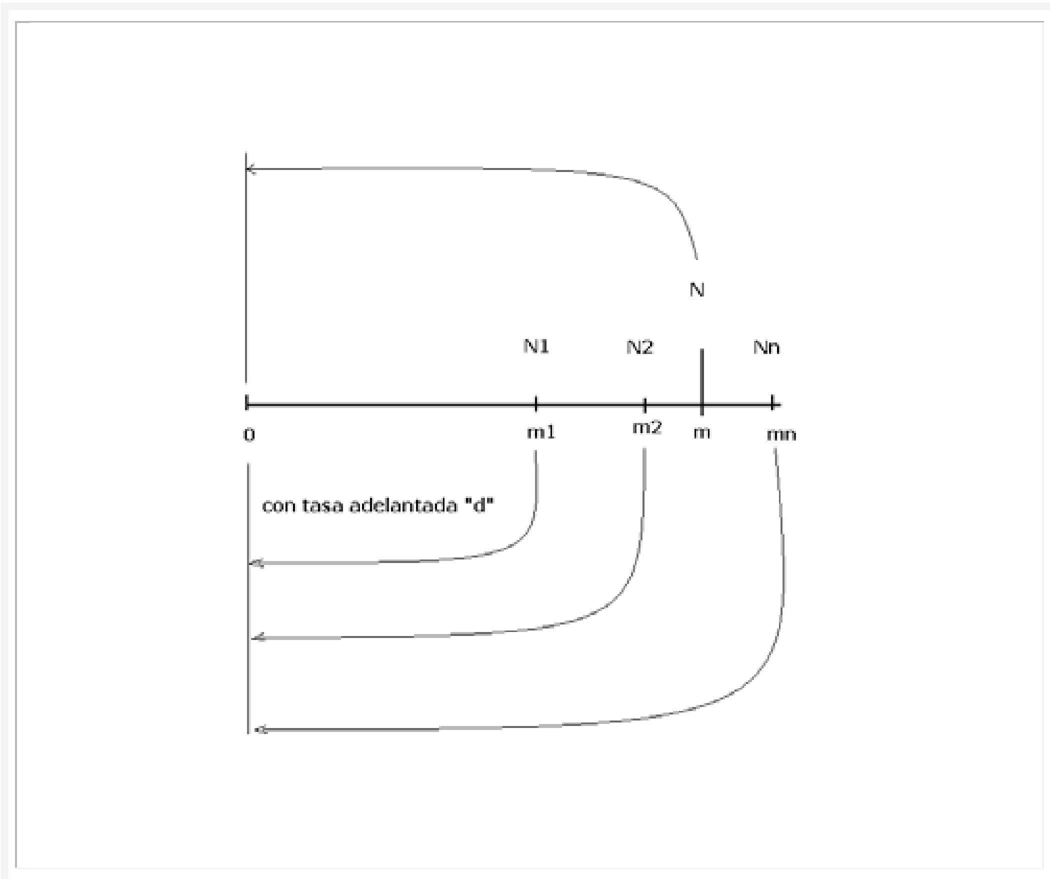
$$m\times 0.03=0.21864$$

$$m=\frac{0.21864}{0.03}$$

$$m=7.288$$

Rta.: el plazo de vencimiento del documento de valor \$14.000 será dentro de siete meses y nueve días.

b) Con tasa adelantada:



$$N(1-m\times d)=N1(1-m1\times d)+N2(1-m2\times d)+...+Nm(1-mn\times d)$$

Aplicando la propiedad distributiva, quitamos los paréntesis:

$$N-N\times m\times d=N1-N1\times m1\times d+N2-N2\times m2\times d+.+Nm-Nm\times mn\times d$$

Reordenando la expresión:

$$-N\times m\times d=N1+N2+...+Nm-d(N1\times m1+N2\times m2+.+Nm\times mn)-N$$

$$(N\times d)\times m=N-N1-N2-..-Nm+d(N1\times m1+N2\times m2+...+Nn\times mn)$$

$$m=(\frac{1}{N\times d})[N-(N1+N2+..+Nm)+d(N1\times m1+N2\times m2+...+Nn\times mn)]$$

$$m=\frac{1}{d}+\frac{\left[\left(N1\times m1+N2\times m2+...+Nm\times mn\right)d-\left(N1+N2+...+Nm\right)\right]}{N\times d}$$

Ejemplo:

Calcular el momento del vencimiento de un documento de \$14.000 que sustituye dos documentos de \$5.000 y \$8.000, cuyos vencimientos operan dentro de tres y cinco meses respectivamente, si toda la operación fue valuada al 4 % mensual adelantado.

SOLUCIÓN:

$$m=\frac{1}{0.04}+\frac{\left[\left(5000\times 3+8000\times 5\right)\times 0.04-(5000+8000)\right]}{14000\times 0.04}$$

m=5.71

Respuesta: el nuevo documento de \$14.000 vencerá dentro de cinco meses y veintiún días.
De otro modo, podemos usar directamente las fórmulas originales:

$$5000\times\left(1-0.04\times 3\right)+8000\times\left(1-0.04\times 5\right)=14000\times\left(1-0.04\times m\right)$$

$$1-\left(\frac{10800}{14000}\right)=0.04\times m$$

de donde

m=5.71, en coincidencia con el resultado anterior.

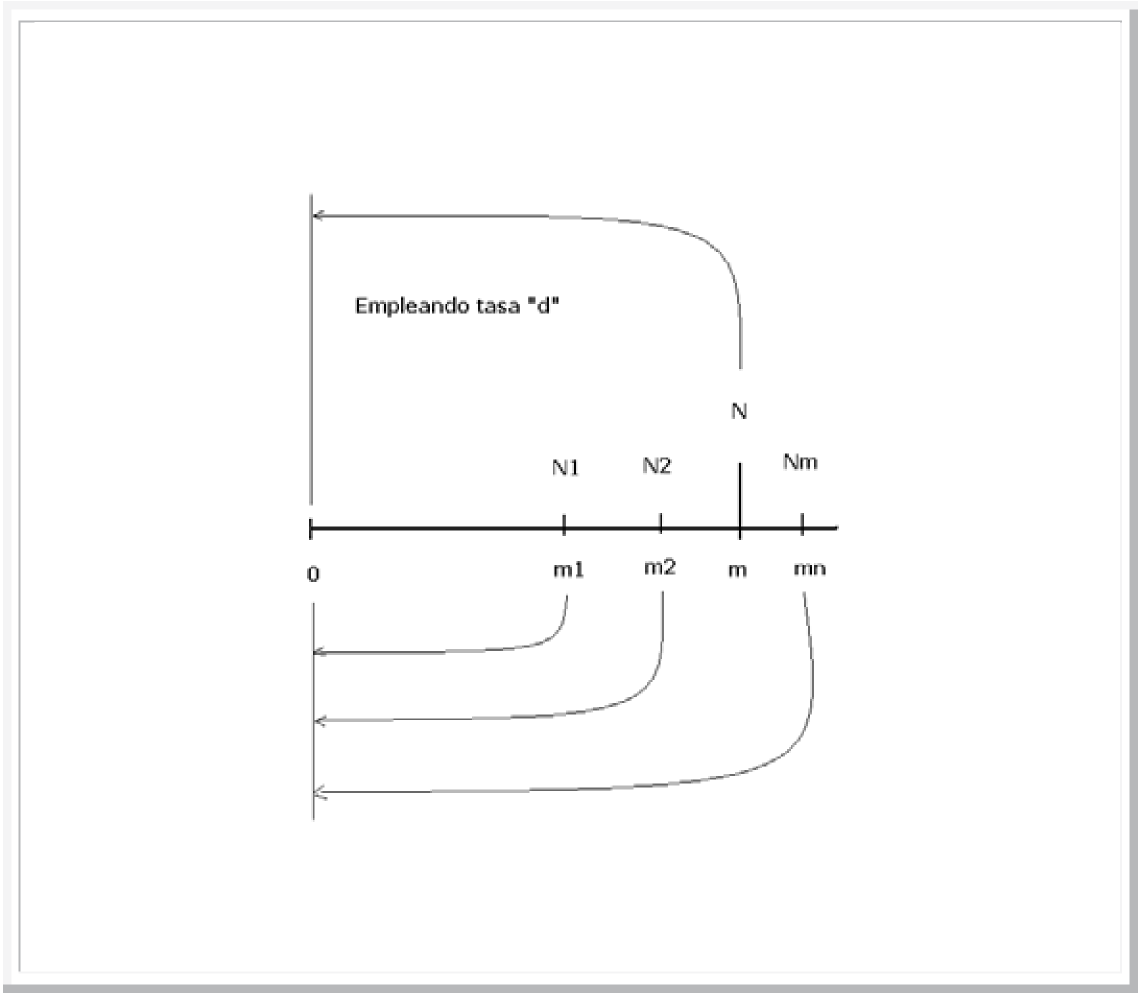
VENCIMIENTO MEDIO DE DOCUMENTOS

A diferencia del vencimiento común, en el vencimiento medio la sumatoria de los valores nominales de los documentos por sustituir deberá coincidir con el importe del nuevo documento:

$$N = N1 + N2 + \ldots + Nn \quad \textbf{\textit{(1)}}$$

Se produce en consecuencia su vencimiento en el momento m, y se sustituye una serie de documentos N1, N2, … Nn, con vencimientos en los momentos m1, m2, …,mn, respectivamente.

Al realizar la sumatoria aritmética de los documentos por sustituir hallaremos el valor del nuevo documento, por lo que, de emplearse la tasa adelantada, la expresión quedaría representada de la siguiente manera:



$$N1\times(1-m1\times d)+N2\times(1-m2\times d)+...+Nm\times(1-mn\times d)=N(1-m\times d)$$

Aplicando propiedad distributiva:

$$N1-N1\times m1\times d+N2-N2\times m2\times d+...+Nn-Nm\times mn\times d=N-N\times m\times d$$

Recordando la expresión inicial indicada como **(1)**

Ahora simplificamos:

$$-N1\times m1\times d-N2\times m2\times d-...-Nm\times mn\times d=-N\times m\times d$$

Simplificando a ambos lados de la igualdad por –d

$$m = \frac{N1 \times m1 + N2 \times m2 + ... + Nm \times mn}{N}$$

De donde se desprende que el vencimiento medio con aplicación de tasa adelantada no es función de la tasa, sino que representa tan solo una media aritmética ponderada por sus plazos de anticipación, esto es que existe independencia del valor que adopte la tasa.

Veamos un ejemplo, donde dos documentos de $5.000 y $3.000 tienen como vencimiento un plazo de dos y cinco meses respectivamente, y se los desea canjear por otro documento de $8.000. Averiguar la fecha de vencimiento en tal caso considerando dos tasas adelantadas distintas: a) 2 % mensual y b) 10 % mensual:

8000xm=5000x2+3000x5

m= 3,125

Si usamos la fórmula original para cada tasa tendremos:

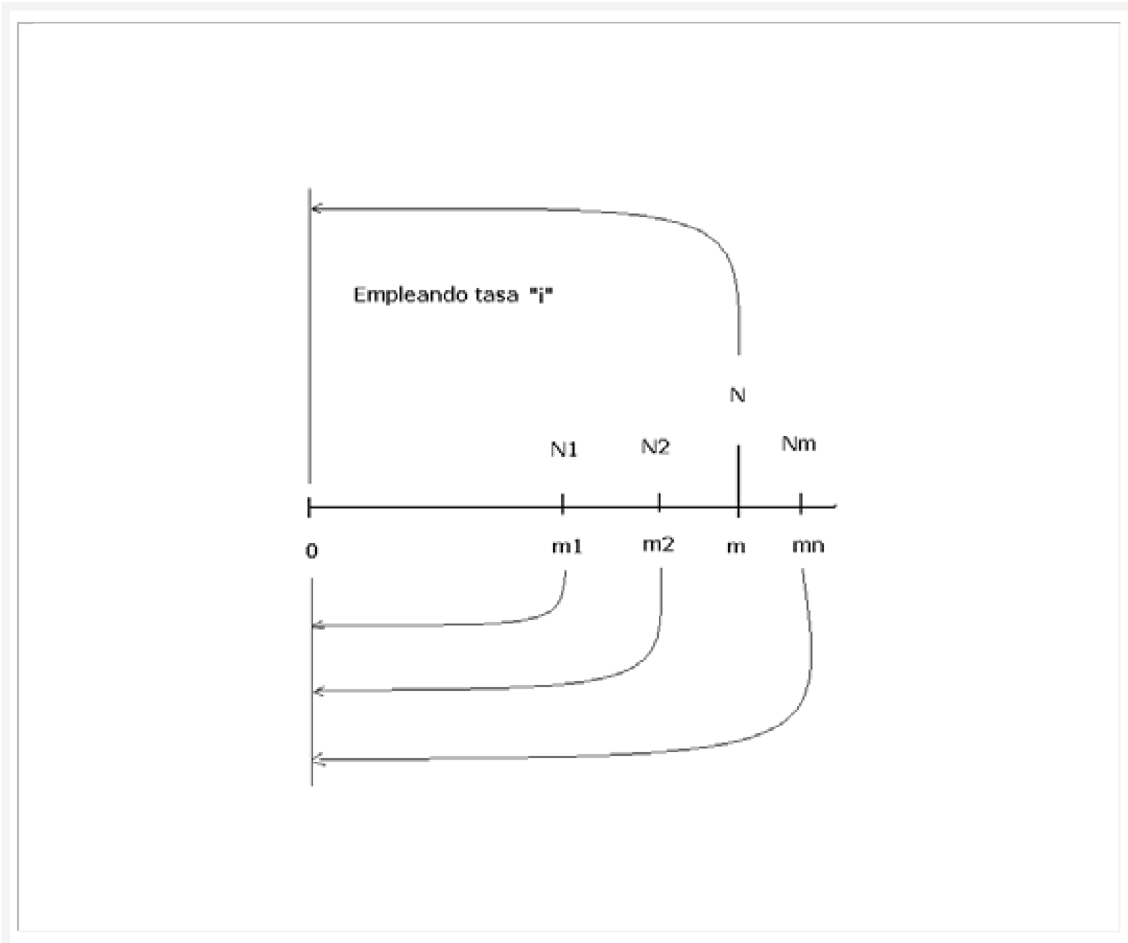
8000x(1-mx0.02)=5000x(1-2x0.02)+3000x(1-5x0.02)

de donde m=3.125

y

8000x(1-mx0.1)=5000x(1-2x0.1)+3000x(1-5x0.1)

de donde m=3.125
No ocurre lo mismo si la operación se vincula a una tasa vencida, puesto que efectivamente resulta importante considerar de qué tasa se trata:



$$\frac{N}{(1+i\times m)}=\frac{N1}{(1+i\times m1)}+\frac{N2}{(1+i\times m2)}+...+\frac{Nm}{(1+i\times mn)}$$

de donde:

$$\frac{N}{(1+i\times m)}=V1+V2+...+Vn$$

$$1+i\times m=\frac{N}{V1+V2+...+Vn}$$

$$m=\frac{\dfrac{N}{V1+V2+\ldots+Vn}-1}{i}$$

RESULTADO FINANCIERO DE LAS OPERACIONES DE DESCUENTO

A efectos de disponer de elementos de juicio objetivo en la decisión de llevar adelante una operación financiera, se presenta el concepto de resultado financiero como aquel que permite comparar el resultado obtenido al cargar intereses al valor actual en el comienzo de una operación, comparado contra aquel que surge de practicar el descuento sobre el valor nominal del documento.

Para establecer el resultado financiero de esta comparación en una operación financiera de descuento anticipado, se podrá calcular de la siguiente manera:

R.F. (positivo o negativo)= $N[1-d\times(n-m)]-V(1+i\times m)$

Donde m = la diferencia entre el plazo original al que se pactó la obligación documentada y el plazo de anticipación provocado por la operación de descuento.

Ejemplo 1:

Se vende una partida de mercaderías valuada de contado en $12.000, y se documenta contra un pagaré a 90 días de plazo cargándole un interés del 5 % mensual. Una vez recibido y transcurridos 35 días, se descuenta en un banco al 4 % mensual adelantado. Calcular el resultado financiero de la operación.

SOLUCIÓN:

Siendo:

$$V = 12.000$$
$$i_m = 0.05$$
$$n = \frac{90}{30}$$

$$N = 12000 \times (1 + 0.05 \times 3)$$
$$N = 13.800$$

$$R.Financiero = 13800 \times \left[1 - 0.04 \times \left(\frac{90-35}{30}\right)\right] - 12000 \times \left(1 + 0.05 \times \frac{35}{30}\right)$$

$$R.Financiero = 12788 - 12700$$

$$R.Financiero = \$88.-$$

Rta.: el resultado financiero de esta operación fue positivo (\$88)

Ejemplo 2:

Para el caso del ejercicio anterior, definir qué tasa adelantada aplicada por el Banco hubiera alcanzado el equilibrio financiero.

SOLUCIÓN:

La premisa fundamental iguala a cero el resultado financiero:

$$R.Financiero = 0$$

$$0 = 13800 \times \left[1 - d \times \left(\frac{90-35}{30}\right)\right] - 12000 \times \left(1 + 0.05 \times \frac{35}{30}\right)$$

$$0 = 13800 \times \left[1 - d \times 1.8\widehat{3}\right] - 12700$$

$$0 = 13800 - 25300 \times d - 12700$$

$$25300 \times d = 13800 - 12700$$

$$25300 \times d = 1100$$

$$d_{mensual} = \frac{1100}{25300}$$

$$d_{mensual} = 0.043478$$

Rta.: la tasa adelantada que mantiene el equilibrio financiero resultaría del 4,35 %.

EJERCICIOS RESUELTOS DE DESCUENTO SIMPLE

- Una empresa tiene un documento V/N \$9.500 que fue firmado originalmente por una venta de mercaderías a nueve meses de plazo. A los cuatro meses de realizada la venta decide descontar el documento en una financiera que percibe un 4 % mensual adelantado. Determinar qué importe recibe la empresa en ese acto.

SOLUCIÓN:

$$9.500x(1-0.04x5)=7.600$$

Rta.: la empresa recibe en el acto del descuento un neto de \$7.600.

- Hoy vence un documento de \$100.000 que es renovado parcialmente entregando el deudor \$20.000 en efectivo, y financiando el saldo con dos documentos de igual valor nominal a 60 y 120 días de plazo, respectivamente. Determinar el valor nominal de dichos documentos sabiendo que toda la operación se realiza al 5 % mensual simple adelantado.

SOLUCIÓN:

El neto financiado mediante dos documentos es de \$80.000 (100.000-20.000), por lo que:

$$80000=N[(1-0.05x2)+(1-0.05x4)]$$

$$N_1=N_2=\$47.058.82.-$$

Rta.: Cada uno de los documentos que sustituyen la deuda anterior serán de \$47.058,82.

- Para financiar un crédito de \$5.000 se firman dos documentos a 60 y 90 días respectivamente, de igual valor nominal, sabiendo que ambos documentos se van a descontar al 4 % mensual simple adelantado. Determinar la tasa de interés mensual simple vencida que debería cargarse a dicha obligación para resultar equivalente.

SOLUCIÓN:

$$5000 = Nx\left[\left(1-0.04X2\right)+\left(1-0.04X3\right)\right]$$

$$N = \$2.777.77$$

Siendo que cada documento valuado originalmente a una tasa adelantada mensual del 4 % simple resultó de \$2.777,77, veamos ahora qué tasa simple vencida se ajusta exactamente a esta operación:

$$5000 = 2777.77x\left(\frac{1}{1+2xi}+\frac{1}{1+3xi}\right)$$

operando algebraicamente:

$$1.8 = \frac{2+5xi}{1+5xi+6xi^2}$$

$$1.8+9xi+10{,}8xi^2 = 2+5xi$$

$$0 = 10.8xi^2 + 4xi - 0.2$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{16 + 8.64}}{21.6} = i$$

de donde la solución válida que determina la tasa buscada es:

$$i_{mensual} = 0.0446$$

- Se presenta al Banco Provincia una lista de cinco documentos de acuerdo al siguiente detalle:

DOC.	IMPORTE	VTO.
1	2000,00	20-may
2	3200,00	31-may
3	1800,00	16-jun
4	4000,00	24-jul
5	2600,00	03-ago

Cuál es el importe que se acreditó en nuestra cuenta a la fecha del 3 de abril al ser la tasa de descuento del 5,4 % mensual, y al tener en cuenta una comisión fija de $35, una comisión variable del 1 %, un aforo del 10 % sobre el valor nominal y el impuesto a los débitos y créditos en cuentas bancarias vigente (12 ‰ total).

SOLUCIÓN:

Para simplificar los cálculos, podemos aplicar los métodos de numerales adaptados a la tasa adelantada:

DOC.	IMPORTE	VTO.	Días	Numeral
1	2000,00	20-may	47	94.000
2	3200,00	31-may	58	185.600
3	1800,00	16-jun	74	133.200
4	4000,00	24-Jul	112	448.000
5	2600,00	03-ago	122	317.200
Total	**13.600**		Total	**1.178.000**

Aplicando el método de reducción a la tasa diaria:

$$tasa.diaria = \frac{0.054}{30} = 0.0018$$

Siendo el descuento

D = Numeral x tasa diaria

$$D = 1.178.000 \times 0.0018$$

$$D = \$2.120.40$$

Resta definir el importe neto que habrá de acreditarse:

Valor de los documentos	13.600.00
Comisión fija	(35.00)
Comisión variable	(136.00)
Aforo	(1360.00)
Descuento	(2120.40)
Subtotal	*9.948.60*
Impuesto a los movimientos bancarios (12 ‰)	(119.38)
Neto acreditado	**$9.829.22**

- Se dispone de tres documentos cuyos valores nominales son $5.000, $10.000 y $20.000, con vencimiento a los tres, cinco y diez meses respectivamente, la tasa de la operación es del 5 % mensual adelantado. Se canjearán a) por un único documento de $30.000, b) un único documento cuyo vencimiento operará dentro de siete meses. Determinar el vencimiento en la primera opción y el plazo en la segunda.

SOLUCIÓN:

Podemos aplicar la fórmula hallada para resolver los casos de vencimiento común con tasa adelantada:

$$m = \frac{1}{d} + \frac{\left[\left(N1 \times m1 + N2 \times m2 + ... + Nm \times mn \right) d - \left(N1 + N2 + ... + Nm \right) \right]}{N \times d}$$

Para encontrar el momento "m" de vencimiento de un documento cuyo valor es conocido:

$$m = \frac{1}{0.02} + \frac{\left[\left(1000x4 + 2000x8 \right) 0.02 - \left(1000 + 2000 \right) \right]}{4000x0.02}$$

$$m = 50 - \frac{2600}{80}$$

$$m = 17{,}5$$

Del mismo modo, podemos igualar las fórmulas del valor actual para cada documento de la operación:

$$1000x(1-0.02x4)+2000x(1-0.02x8)=4000x(1-0.02xn)$$
$$920+1680=4000-80xn$$

$$80xn=1400$$

$$n=17,5$$

Nuevamente, el resultado determina que el vencimiento del documento que sustituirá la operación original vencerá dentro de 17 meses y medio.

- Un deudor propone cancelar su deuda de \$15.000 distribuyéndola en partes iguales mediante la entrega de dos documentos a 60 y 100 días de plazo. Calcular el valor de cada documento si la operación se realizó al 3 % mensual simple vencido.

SOLUCIÓN:

Si la deuda se distribuye en partes iguales significa que sus valores actuales son iguales, por lo tanto, esta condición da lugar a valores nominales que serán distintos:

$$N1=\frac{7500}{1+0.03\times\left(\frac{60}{30}\right)}$$

$$N2=\frac{7500}{1+0.03\times\left(\frac{100}{30}\right)}$$

$$\therefore N1 = \$7075.47$$

$$N2 = \$6818.18$$

Rta.: los valores nominales serán de $7.075,47 y $6.818,18 respectivamente.

- Una cierta deuda se documenta mediante dos pagarés a 45 y 90 días de plazo respectivamente, y el primero es inferior al segundo en un 20 %. Conociendo que la operación representó un costo financiero total de $2.000 para el firmante, calcular:

  a) el importe de la deuda original y
  b) el valor de cada documento.

  Considerar que la tasa empleada en dicha operación resultó del 4 % trimestral simple y vencida.

SOLUCIÓN:

Siendo:

$$N2 = \frac{N1}{0.8}$$

$$2000 = N1 + N2 - V$$

$$V = N1 + N2 - 2000$$

$$V = \frac{N1}{1 + 0.04 \times \frac{45}{90}} + \frac{N1}{0.8 \times \left(1 + 0.04 \times \frac{90}{90}\right)}$$

$$V = N1 \times (0.9804 + 1.202)$$

$$V = 2.1823 \times N1$$

$$N1 + 1.25 \times N1 = 2.1823 \times N1 + 2000$$

$$(2.25 - 2.1823) \times N1 = 2000$$

$$N1 = \frac{2000}{0.0677}$$

$$N1 = \$2954210 \qquad N2 = \$36927.62$$

$$\therefore V = 2954210 + 36927.62 - 2000$$

$$V = 66469.72 - 2000$$

$$V = \$64.469.72. -$$

Rtas.: el primer documento fue firmado por $29.542.10, el segundo por $36.927.62 y la deuda original resultó de $64.469.72.

- La compañía financiera Amanecer recibe listas de cheques de pago diferido de sus clientes y aplica la siguiente política comercial:
  - Percibe una comisión fija por lista de $40
  - Practica aforos del 10 %
  - Cobra una comisión variable del 1 %
  - Utiliza una tasa de descuento del 4 % mensual simple
  - Retiene 1,2 % por el impuesto a los débitos y créditos bancarios

La empresa ELDORADO SRL, cliente de dicha financiera, presentó la siguiente lista de documentos el 4 de octubre del corriente:

Vencimiento	Importe VN($)
12-11	11.000
21-11	14.000
13-12	21.400
26-12	18.600
03-01	13.700

Se solicita que determine el neto a acreditarse en la cuenta de ELDORADO SRL aplicando el método de numerales.

SOLUCIÓN:

Realizamos la plantilla matriz para desarrollar los numerales de la operación:

Documento (N)	Días de anticipación	Numeral
11000	39	429000
14000	48	672000
21400	70	1498000
18600	83	1543800
13700	91	1246700
78700	**<<totales>>**	**5389500**

Aplicando el *método de reducción a la tasa diaria* para una tasa adelantada mensual:

$$d_{diaria} = \frac{0.04}{30}$$

$$Descuento = Numeral \times d_{diaria}$$

$$Descuento = 5389500 \times 0.001\widehat{3}$$

$$Descuento = \$7.186.-$$

Para calcular el neto a acreditar en cuenta debemos realizar la siguiente operación y considerar la particularidad de cada ítem, puesto que algunos se calculan a partir del valor actual (matemático) o del valor nominal total:

$$\sum Documentos .... 78.700.00$$

$$\begin{array}{ll}
Comisión\ fija .... (40) & \\
Aforo .... (7870) & \\
Comisión\ Variable .... (787) & \\
Descuento .... (7186) & \\
Subtotal .... & 62.817.00 \\
\text{Im}puesta ....[62817 \times (1 - 0.012)].......... & (753.80) \\
Neto.a.acreditar .... & \$62.063.20.-
\end{array}$$

- El laboratorio Farmalópolis SA ha recibido hace cuatro meses dos documentos de $50.000 cada uno, firmados a tres y cinco meses respectivamente. Hoy necesita descontarlos en el Banco donde opera, el que cobra una tasa adelantada del 4,5 % mensual simple. Determinar el importe que se le habrá de acreditar en la cuenta, conociendo adicionalmente que:

a) El Banco percibe una comisión fija de $60 por este tipo de operaciones.

b) Se practica el impuesto a los débitos y créditos bancarios del 12 ‰ (doce por mil) sobre el total.

SOLUCIÓN:

$$\left\{50000\times\left[\left(1-0.045\times\frac{90}{30}\right)+\left(1-0.045\times\frac{150}{30}\right)\right]-60\right\}\times(1-0.012)=V$$

Despejando:

$$V=\$80.956.72.-$$

Rta.: el importe que se acreditará en la cuenta será de $80.956.72.