DESCUENTO COMPUESTO

Si de la operación financiera surgen varias actualizaciones sucesivas, estas pueden efectuarse en base a una tasa de interés o en base a una tasa de descuento y dar origen a dos clases de operaciones de descuento compuesto:

1. Operaciones financieras de descuento compuesto en base a tasas de interés.

2. Operaciones financieras de descuento compuesto en base a tasas de descuento.

OPERACIONES DE DESCUENTO COMPUESTO EN BASE A TASAS DE INTERÉS

En estas operaciones el descuento es igual al interés compuesto que devengará un capital, denominamos en estas operaciones al valor actual.

Recordemos que, en concordancia con el monto compuesto, obtenemos el valor nominal capitalizando el valor actual por la tasa de interés durante "n" periodos de tiempo:

$$N = V(1+i)^n$$

Del mismo modo podemos despejar el valor actual:

$$V = N\left(1+i\right)^{-n}$$

Obtenemos el descuento en base al conocimiento del valor actual:

$$D = V\left[(1+i)^n - 1\right]$$

Disponiendo del valor nominal el descuento racional resultará:

$$D = N - N(1+i)^{-n}$$

de donde:

$$D = N\left[1 - (1+i)^{-n}\right]$$

OPERACIONES DE DESCUENTO COMPUESTO EN BASE A TASAS DE DESCUENTO

Parte del valor nominal y mediante la utilización de la tasa de descuento queda la siguiente expresión:

$$V = N(1-d)^n$$

Igualmente válida resultaría la expresión:

$$N = V(1-d)^{-n}$$

Disponiendo del valor actual el descuento comercial resultará:

$$D = V(1-d)^{-n} - V$$

finalmente:

$$D = V\left[(1-d)^{-n} - 1\right]$$

Ahora, disponiendo del valor nominal sería:

$$D = N - N(1-d)^{n}$$

Operando:

$$D = N\left[1 - (1-d)^{n}\right]$$

EJERCICIOS DE DESCUENTO EN RÉGIMEN COMPUESTO

- Se contrae una deuda de \$22.000 por la que se pacta entregar tres documentos a 60, 90 y 120 días de plazo, de los cuales cada uno resulta de \$1.000 superior al anterior. Si para dicha operación se pactó una tasa efectiva y vencida del 8 % bimestral, calcular el importe de dichos documentos.

SOLUCIÓN:

Siendo:

$$N_3 = N_1 + 2000$$
$$N_2 = N_1 + 1000$$
$$N_1 = N_1$$

$$22000 = \frac{N_1}{(1+0.08)} + \frac{N_1 + 1000}{(1+0.08)^{1,5}} + \frac{N_1 + 2000}{(1+0.08)^2}$$

$$22000 = 0.925926 N_1 + 0.89097(N_1 + 1000) + 0.857339(N_1 + 2000)$$
$$2.674235 N_1 = 22000 - 890.97 - 1714.68$$

$$N_1 = \frac{19394.35}{2.674235}$$

$$N_1 = \$7.252.30.-$$
$$\therefore N_2 = \$8.252.30.-$$
$$\therefore N_3 = \$9.252.30.-$$

- Se vende un electrodoméstico cuyo valor de contado es de $980, se entregó $200 de contado y el resto será financiado con dos documentos a 30 y 60 días de plazo de igual importe entre sí, cargándoles $120 de intereses. Calcular qué tasa adelantada mensual se empleó en la operación al considerar que se trata de actualizar en régimen compuesto.

SOLUCIÓN:

Consideramos que la financiación se realiza sobre $780 (980-200):

$$780 = 450 \times \left[(1-d) + (1-d)^2\right]$$

$$1.73 = (1-d) + (1-d)^2$$

sí:

$$1-d = X$$

$$1.73X^0 = X + X^2$$

$$0 = X^2 + X - 1.73X^0$$

Resolvemos y encontramos el valor de la tasa buscada:

$$d_{mensual} = 0.0917$$

- Se conoce que el interés devengado en el último bimestre de una operación financiera pactada a diez meses resultó ser de 1/3 del capital originalmente depositado. La operación se pactó a dos tasas adelantadas consecutivas, la primera de ellas válida durante el primer semestre, del 8 % bimestral. Calcular el valor de la segunda tasa adelantada y bimestral que se empleó en la operación, sabiendo que se realizó en un régimen compuesto.

SOLUCIÓN:

Relacionamos el dato del enunciado con la evolución de un capital en los diez meses de duración de la operación:

$$\frac{C}{3} = C \times (1-0.08)^{-3} \times (1-d)^{-1} \times \left[(1-d)^{-1} - 1\right]$$

Hemos adaptado la expresión ajustándola a una tasa adelantada, ahora podemos simplificar C a ambos lados de la igualdad y ordenamos la expresión:

$$0.\widehat{3} = 1.2842 \times (1-d)^{-1} \times \left[(1-d)^{-1} - 1\right]$$

definiendo al factor de actualización (1-d)=X

$$0.\widehat{3} = 1.2842 \times \left(\frac{1}{X}\right) \times \left[\left(\frac{1}{X}\right) - 1\right]$$

reagrupando:

$$0.25956 = \left(\frac{1}{X^2}\right) - \left(\frac{1}{X}\right)$$

resolviendo:

$$0.25956 = \frac{1 - X}{X^2}$$

$$0 = 0.25956X^2 + X - 1$$

Resolviendo la incógnita:

$$X = 0.8238$$

$$siendo: X = (1 - d)$$

$$0.8238 = 1 - d$$

$$d_{bimestral} = 0.17616$$

Rta.: la tasa efectiva válida para esta operación sería del 17,616 % bimestral adelantada.

- Se firman tres documentos de igual importe a 30, 60 y 90 días de plazo, con el objeto de saldar una deuda de $23.000. La tasa convenida en la operación resultó del 2,5 % efectiva mensual y vencida. Calcular el importe de los documentos y el costo financiero de la operación.

SOLUCIÓN:

$$23000 = N \times \left(\frac{1}{(1 + 0.025)} + \frac{1}{(1 + 0.025)^2} + \frac{1}{(1 + 0.025)^3} \right)$$

$$23000 = N \times (0.97561 + 0.9518 + 0.928599)$$

$$N = \frac{23000}{2.856}$$

$$N = \$8.053.19.-$$

Para conocer el costo total de la operación comparamos la sumatoria de desembolsos contra la deuda original:

$$Costo = 8053.19 \times 3 - 23000$$

$$Costo = \$1159{,}58.-$$

Rtas.: cada documento se firmó por $8.053.19, en tanto el costo total de la operación resultó de $1.159,58.

- El costo financiero de abonar una deuda con tres documentos iguales a 60, 90 y 120 días de plazo fue de $2.000. La tasa de la operación fue del 2 % efectiva mensual y vencida. Calcular el importe de los documentos y de la deuda original.

SOLUCIÓN:

Siendo:

$$3 \times N - V = 2000$$

$$V = 3 \times N - 2000$$

$$3 \times N - 2000 = N \times \left[\frac{1}{(1+0.02)^2} + \frac{1}{(1+0.02)^3} + \frac{1}{(1+0.02)^4} \right]$$

$$3 \times N - 2000 = N \times [0.961169 + 0.94232 + 0.92384]$$

$$3 \times N - 2000 = 2.82733 \times N$$

$$(3 - 2.82733) \times N = 2000$$

$$0.1726656 \times N = 2000$$

$$N = \$11.583.08$$

Si: $3 \times N - V = 2000$

$$V = 3 \times N - 2000$$

$$V = 3 \times 11583.08 - 2000$$

$$V = \$32.749{,}15$$

Rtas.: los documentos fueron firmados por $11.583,08 cada uno y la deuda original fue de $32.749,15.

- Un crédito personal de $3.600 tomado el 10/1 es financiado en cuatro cuotas, las dos primeras iguales y las dos restantes un 35 % más caras que las primeras con vencimientos el 4/2, el 4/4, el 4/6 y el 4/8 del mismo año. ¿Qué tasa de descuento mensual se aplicó si la tasa de descuento efectiva anual fue del 14,9 %? ¿Cuál fue el costo financiero total?

SOLUCIÓN:

Resolvemos la equivalencia:

$$(1+0.149)=\left(1+i_m\right)^{12}$$

$$i_m=0.01164$$

$$3600=N\times\left[\left(1-0.0116\right)^{\frac{25}{30}}+\left(1-0.0116\right)^{\frac{84}{30}}\right]+1.35\times N\times\left[\left(1-0.0116\right)^{\frac{145}{30}}+\left(1-0.0116\right)^{\frac{206}{30}}\right]$$

$$3600=N\times\left(0.99029+0.967748+1.2757+1.2457\right)$$

$$3600=\frac{3600}{4.4794}$$

$$N=\$803.67(N1yN2)$$

$$1.35\times N=\$1.084.95(N3yN4)$$

$$N1+N2+N3+N4=2\times(803.67+1084.95)$$

$$N1+N2+N3+N4=\$3777.24$$

$$Costo=\sum_4^1 N-V$$

$$Costo = 3777.24 - 3600$$

$$Costo = \$177.24.-$$

Rtas.: el valor de los dos primeros documentos es de $803,67 cada uno, los restantes de $1.084,95 cada uno y el costo total de la operación fue de $177,24.

- Conociendo que el descuento practicado en el segundo y tercer documento de una serie de cuatro pagarés de igual importe ascendió a $49,11 y al saber que fueron abonados en forma vencida, mensual y consecutiva, valuados al 1 % efectivo mensual, calcular el valor de cada uno de ellos, así como la deuda que los originó.

SOLUCIÓN:

Siendo:

$$D3 + D4 = 49.11$$

$$D = N - V$$

entonces:

$$D2 = N - \frac{N}{(1+0.01)^2} \quad \text{y} \quad D3 = \frac{N}{(1+0.01)^3}$$

$$D2 = N \times (1 - 0.9803)$$

$$D2 = 0.0197 \times N$$

$$D3 = N \times (1 - 0.9706)$$

y $$D3 = 0.0294 \times N$$

$$49.11 = (0.0294 + 0.0197) \times N$$

$$N = \frac{49.11}{0.049811}$$

$$N = \$1000.-$$

Recomponiendo la expresión para obtener el valor actual:

$$V = \frac{1000}{(1+0.01)} + \frac{1000}{(1+0.01)^2} + \frac{1000}{(1+0.01)^3} + \frac{1000}{(1+0.01)^4}$$

$$V = 990.10 + 980.30 + 970.59 + 960.98$$

Si observamos la diferencia entre los dos valores nominales intermedios (segundo y tercer orden de términos) y la sumatoria del segundo y tercer término de la igualdad precedente:

$$1000 + 1000 - (980.30 + 970.59) = 49.11$$

Comprobamos que se cumple la premisa del enunciado. Restaría finalizar los cálculos para conocer la deuda original:

$$V = \$3901.97.-$$