Unidad Ejecutora:

Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas

Programa de acreditación:

PROINCE

Programa de investigación:

MEP del DIIT

Directora del Programa de investigación:

Dra. Donadello, Bettina

Título del proyecto de investigación:

Habilidades Matemáticas Digitales vinculadas a Recursos Didácticos con Tecnología

PIDC: ☐

Elija un elemento.

PII ☐

Director del proyecto:

Mg. Favieri, Adriana

Co-Director del proyecto:

Dra. Williner, Betina

Integrantes del equipo:

Mg. Scorzo, Roxana

Esp. Ocampo, Gabriela

Dra. Reale, Marcela

Prof. Univ. Hamilton, Carina

Fecha de inicio

01/01/2022

Fecha de finalización

31/12/2023

1-Cuadro resumen de horas semanales dedicadas al proyecto por parte de director e integrantes del equipo de investigación:[1]

Rol del integrante	Nombre y Apellido	Cantidad de horas semanales dedicadas al proyecto
Director	Adriana Favieri	8
Co-director	Betina Williner	8
Director de Programa	Bettina Donadello	--
Docente-investigador UNLaM	Roxana Scorzo	4
Docente-investigador UNLaM	Gabriela Ocampo	4
Docente-investigador UNLaM	Marcela Reale	4
Docente-investigador UNLaM	Carina Hamilton	4
Investigador externo[2]	--	--
Asesor-Especialista externo[3]	--	--
Graduado de la UNLaM[4]	--	--
Estudiante de carreras de posgrado (UNLaM)[5]	--	--
Alumno de carreras de grado (UNLaM)[6]	--	--

[1] Incluir todos los integrantes del equipo de investigación, agregando tantas filas para cada rol de integrante del equipo de investigación como sea necesario.
[2] Deberá adjuntar FPI 28, 29 y 30 debidamente firmados.
[3] Idem nota 2.
[4] Idem nota 2
[5] Adjuntar certificado de materias aprobadas de estudiantes de carrera de posgrado.
[6] Adjuntar certificado de materias aprobadas de estudiantes de carrera de grado.

2-Plan de investigación

2. Tipo de actividad I+D: Básica

2.1. Resumen del Proyecto:

Este proyecto, enmarcado en un enfoque cognitivo, tiene como objetivo promover el desarrollo de habilidades matemáticas digitales de orden superior vinculadas al uso de Recursos Digitales con Tecnología (RDT). Los RDT seleccionados en esta oportunidad son el software GeoGebra y los videos. El contexto involucrado comprende Matemática y Geometría del curso de ingreso y la cátedra de Análisis Matemático I del Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas (DIIT) de la Universidad Nacional de La Matanza (UNLaM). La motivación del mismo es conocer sobre las formas de incidir en el desarrollo de las habilidades matemáticas-digitales usar activa y flexiblemente el software GeoGebra (UAFGG) en los estudiantes de ingeniería de Análisis Matemático I y usar activa y flexiblemente los RDT en forma video (UAFV) en los alumnos del curso de ingreso a carreras de ingeniería y arquitectura.
Este equipo de investigación se constituyó en el año 2007 y, desde esa fecha, está diseñando y poniendo en práctica RDT, en particular actividades con software matemático, con el objetivo de facilitar el aprendizaje de ciertos conceptos y desarrollar habilidades matemáticas y digitales relacionadas con los mismos. Se considera que una habilidad es un desempeño o un hacer deliberado, no casual, realizado en forma adecuada y que permite resolver correctamente una cierta problemática planteada (Rodríguez, 2016). El objetivo fue (y es) crear tareas en las que los estudiantes se involucren, reflexionen, exploren, formulen hipótesis, generalicen, saquen conclusiones, ejemplifiquen, es decir, que realicen un “trabajo matemático rico” (Rodríguez, 2017) con uso de tecnología como facilitadora de esos procesos.
Se trata de una investigación exploratoria y de tipo predictiva pues tiene como propósito anticipar un desempeño favorable en la habilidad UAFGG en los alumnos de Análisis Matemático I del DIIT y la habilidad UAFV de los alumnos de Matemática y Geometría del curso de ingreso a carreras de ingeniería.

2.2. Palabras clave: GeoGebra, Videos, Habilidades matemáticas y digitales

2.3 Resumen del Proyecto (inglés):

The goal of this project, which takes a cognitive approach, is to promote the development of higher-order digital mathematical skills related to the use of digital resources with technology (RDT).The RDTs selected for this opportunity are the GeoGebra software and videos. The context involved includes Mathematics and Geometry of the entrance course and Calculus I of the Department of Engineering and Technological Research (DIIT) of the National University of La Matanza (UNLaM). We are interested in learning about ways to influence the development of digital-mathematical skills in Calculus I engineer students by actively and flexibly using GeoGebra (AFUGG) software and actively and flexibly using RDTs in video form (AUFV) in students pursuing careers in engineering and architecture.
Since we became a research team in 2007, we have been designing and implementing RDT, activities with mathematical software, with the aim of facilitating the learning of certain concepts and developing mathematical and digital skills related to them. We consider that a skill is a deliberate performance or action, not casual, carried out properly, and that allows the correct resolution of a certain problem (Rodrguez, 2016). Our goal was (and is) to create tasks in which students engage, reflect, explore, formulate hypotheses, generalize, draw conclusions, exemplify, that is, to carry out "rich mathematical work" (Rodrguez, 2017) with the use of technology as a facilitator of these processes.
This is exploratory and predictive research since its purpose is to anticipate a favorable performance in the AFUGG skill in the students of Mathematical Analysis I of the DIIT and the AFUV skill in the Mathematics and Geometry students of the course of entry to engineering careers.

2.4 Palabras clave (inglés): GeoGebra, Videos, Math and digital skills

2.5 Disciplina desagregada: 5602, Educación – Didáctica

2.6 Campo de aplicación: 1030, Ciencia y Cultura, Metodología de la Educación)

2.7 Especialidad: Educación matemática

2.8 Estado actual del conocimiento:

El presente proyecto, enmarcado en un enfoque cognitivo, tiene como objetivo promover el desarrollo de ciertas habilidades matemáticas y digitales con el uso de Recursos Digitales con Tecnología (RDT). El contexto involucrado comprende Matemática y Geometría del curso de ingreso y la cátedra de Análisis Matemático I del Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas (DIIT) de la Universidad Nacional de La Matanza (UNLaM).

Este equipo de investigación se constituyó en el año 2007 y, desde esa fecha, está diseñando y poniendo en práctica RDT, en particular actividades con software matemático, con el objetivo de facilitar el aprendizaje de ciertos conceptos y desarrollar habilidades matemáticas y digitales relacionadas con los mismos. Se considera que una habilidad es un desempeño o un hacer deliberado, no casual, realizado en forma adecuada y que permite resolver correctamente una cierta problemática planteada (Rodríguez, 2016). El objetivo fue (y es) crear tareas en las que los estudiantes se involucren, reflexionen, exploren, formulen hipótesis, generalicen, saquen conclusiones, ejemplifiquen, es decir, que realicen un "trabajo matemático rico" (Rodríguez, 2017) con uso de tecnología como facilitadora de esos procesos.

En los primeros años de investigación se pudo dar cuenta que los alumnos lograban un desempeño aceptable de las habilidades que se fomentan en las tareas con software matemático (en ese momento Wolfram Mathematica). Estas habilidades estaban ligadas al contenido tratado. Luego, y en contexto de pandemia, se dedicó al estudio de RDT incorporando videos y tareas o actividades en el aula (explicaciones del profesor) con GeoGebra. De esta investigación se obtuvo que a los alumnos los motiva usar el software, que pueden entender más un concepto a través de la visualización en el mismo y que el principal uso que le dan es el de graficador. Respecto al RDT tipo video es el recurso más usado por los alumnos para estudiar, pero aún el equipo no ha estudiado qué acciones realizan cuando los reproducen. La idea es seguir indagando sobre RDT con software GG y en formato video.

Respecto a los primeros, existen múltiples investigaciones y experiencias en las clases de matemática sobre uso de GG: Barahona, Barrera, Vaca e Hidalgo (2015); Fiallo y Parada (2014); García Cuellar y Martínez Miraval (2018); Garelik y Montenegro (2015); Gómez, Angelmiro, Sánchez, Zulmary y Gómez Colmenares (2015); Ramos Gaytán, Briseño Solís y Zaldívar Rojas (2016); Ruiz, Del Rivero y Valenzuela (2018); Salcedo Lagos (2018); Saucedo, Godoy, Fraire, y Herrera (2014). Si bien cada estudio tiene sus propias características, objetivos, metodología, en general se centran en el diseño de un Applet o actividad por parte del profesor referida a un determinado contenido y los resultados de llevarla al aula. Dentro de las conclusiones se pueden citar que el docente debe tener una idea clara sobre el tipo de tarea que amerita uso de tecnología y qué beneficio puede aportar. A su vez todos los estudios coinciden que es necesaria la orientación del profesor, sobre todo a la hora de formalizar contenidos. Es decir, en la fase de exploración, en la que se usa el recurso tecnológico, predomina la habilidad visual y manipulativa, y el alumno puede realizar conjeturas. Luego es necesario la formalización o institucionalización de los contenidos y acá es primordial la presencia del docente. Otra conclusión común en estas experiencias es la motivación ý participación que se logra en el alumno cuando usa este tipo de recursos.

En relación con los videos existen varias investigaciones sobre su uso en educación. Algunas de ellas sobre los aspectos fundamentales que ayudan a evaluar si un video didáctico es de calidad (Cebrián, y Solano, 2008; García-Valcárcel, 2008; Marquès-Graells, 2001; Puchades, Luis, y García, 2020; Romero-Tena, Ríos-Vázquez, y Román-Graván, 2017). Otros estudios evalúan el

impacto que produce en el aprendizaje el empleo de videos, la duración máxima recomendada, las funciones didácticas del video en el aula (García Matamoros, 2014; Rodríguez, López, y Mortera, 2017; Rodríguez Villalobos y Fernández Garza, 2018, Ríos-Pavón, 2011; Pérez-Navio, Rodríguez-Moreno y García-Carmona, 2014; Puchades, Luis y García, 2020). En general estos autores valoran positivamente el uso de los videos, y señalan que pueden emplearse para despertar el interés sobre el tema y crear expectativas sobre qué se abordará en las próximas clases. También se pueden usar para introducir un contenido, confrontar ideas, enfoques o distintos puntos de vista, o como recapitulación o cierre de un tema. Coinciden en la necesidad de la intervención del docente para adaptar la propuesta del video para el grupo de alumnos en cuestión, si no fue diseñado ad- hoc.
Dadas las potencialidades que tiene GG, y la masividad de los videos, el equipo de investigación se pregunta si es posible "ir más allá" de una tarea o Applet diseñado para un objetivo determinado. La inquietud es tratar de lograr que el alumno realice, por sí mismo, un uso flexible tanto del software como de los videos, con el objetivo de contribuir a la comprensión de los conceptos matemáticos del Cálculo y de Matemática y Geometría del curso de ingreso. Haciendo un paralelismo con la definición de comprensión que realiza Perkins (1999): la comprensión de un concepto no es sólo tener información (conocimiento) sobre el mismo, ni realizar acciones rutinarias (algunas habilidades) sino que es ser capaz actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe, es la capacidad de desempeño flexible. Lo que se pretende es que el alumno no solo conozca el software (es decir que tenga información sobre el mismo), o tenga a disposición videos y que realice algunas acciones propuestas por las tareas dadas, sino que sea capaz de hacer un uso activo y flexible de ese conocimiento sobre el software y del video. Se procura que el estudiante ante un problema, ejercicio o concepto teórico, por sí mismo (sin una guía del profesor) realice acciones con GG, o con un video, que le permitan resolver ese ejercicio o poder comprender mejor ese concepto. Esto es, que integre el uso del GG y de los videos a su actividad matemática como lo hace con la calculadora. Es un gran desafío, ya que por un lado es preciso introducir al alumno en el uso de GG a través de RDT para que lo comience a incorporar como herramienta de trabajo, que conozca los videos disponibles y luego tratar, de cierta manera, que ese uso se haga cotidiano y que vaya más allá de un gráfico o de la visualización.

2.9. Problemática a investigar:

Acorde a lo planteado en el punto anterior, la propuesta del proyecto enmarcada en un enfoque cognitivo es promover el desarrollo de habilidades matemáticas y digitales con el uso de RDT para lograr la habilidad usar activa y flexiblemente el software GG y videos. Esto se refiere, en forma genérica, a que formen parte del trabajo cotidiano del alumno y le sirvan para poder realizar un trabajo matemático rico que lo ayude en su aprendizaje. Entonces las preguntas que guían la investigación son:
¿Cómo lograr que el alumno adquiera la habilidad usar en forma activa y flexible el software GG y de los videos?
¿Qué habilidades matemáticas y digitales sería apropiado desarrollar para que lo logre?
¿Qué tipo de tarea con GG o videos, acciones del profesor en la clase con GG o con videos, promueven un uso activo y flexible del software y de estos?

2.10. Objetivos:[7]

Objetivos generales

Explorar formas de incidir en el desarrollo de la habilidad matemática-digital:

- usar activa y flexiblemente el software GG (UAFGG) en los estudiantes de ingeniería de Análisis Matemático I.
- usar activa y flexiblemente los RDT en forma video (UAFV) en los alumnos del curso de ingreso a carreras de ingeniería y arquitectura en Geometría y Matemática.

Objetivos específicos

- Indagar sobre distintos tipos de tareas o actividades con software GG o con videos que fomenten el desarrollo de habilidades matemáticas y digitales.

- Describir las habilidades matemáticas y digitales que promueven los RDT estudiados.

- Seleccionar y/o diseñar RDT con software GG o con videos para favorecer el desarrollo de las habilidades elegidas a ser fomentadas.

- Realizar la experiencia en las clases de la asignatura y del curso de ingreso.

- Describir el desempeño de los alumnos en términos de las habilidades seleccionadas y de la UAFGG y UAFV.

2.11. Marco teórico:

Uso de tecnología en la clase de matemática
Los alumnos universitarios actuales pertenecen a la generación de los nativos digitales, es decir, aquellos que nacieron luego de la invención de Internet. Estas condiciones implican un cambio de paradigma en la enseñanza universitaria, la inclusión de la tecnología, y en particular, en la enseñanza universitaria de matemática.
Hitt (2008) asegura que los profesores de matemática han manifestado diferentes posturas frente a la incorporación de tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Según el autor, algunos sostienen que la tecnología inhibe la capacidad de aprender, otros todo lo contrario, es decir que el solo hecho de incorporarlas en las clases, mejora los aprendizajes de los estudiantes. Señala que ambas son posiciones extremas y pretende a través del análisis de diversas investigaciones encontrar algunos indicadores que reflexionen positiva o negativamente acerca de cómo influyen las herramientas informáticas en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Hitt describe algunas investigaciones realizadas con diversos softwares entre ellos Mathematica y Derive las cuales se centran en cómo influyen estas tecnologías en el desarrollo de habilidades matemáticas. Se destaca, dentro de este artículo, algunas características propuestas por Arcavi y Hadas (2002, citado en Hitt, 2008) que deberían tener las actividades matemáticas realizadas con tecnología para que promuevan procesos como los de visualización, experimentación, sorpresa, retroalimentación y necesidad de argumentar y probar. La visualización se refiere a la habilidad de representar, transformar, comunicar, argumentar, explicar un hecho a partir de lo observable por ejemplo en un gráfico. La experimentación la vincula con la facilidad que permite una herramienta tecnológica por ejemplo a través del uso de entornos dinámicos proponiendo diferentes posibilidades de solución a una situación propuesta. La sorpresa la explica cuando la anticipación del estudiante dando respuestas rápidas a ciertos problemas no coincide con las posibilidades de otras soluciones que puede explorar haciendo uso de la tecnología. La retroalimentación se puede lograr cuando, por ejemplo, se comparan resultados o cuando se reformulan procesos en los cuales la expectativa inicial no coincide con los resultados obtenidos. La necesidad de argumentar

[7] Detallar objetivo general y objetivos específicos.

y probar puede darse cuando el alumno explica a través de palabras que un resultado no se ajusta el contexto de un problema.
Por otra parte, es importante señalar que al representar un objeto matemático se debe tener en cuenta que dicha representación es una aproximación de éste y que cuando se usa un software específico es éste el que impone las restricciones para hacer efectiva dicha representación (Contreras de la Fuente y Ortega Carpio, 2009). Los autores sostienen entonces que la herramienta condiciona el diseño de las actividades y obliga al docente tener conocimiento pleno del software que utilizará en sus prácticas.
Uno de los softwares más utilizados en estos momentos en matemática es GeoGebra (en todas sus versiones). Barahona et. al. (2015), a partir de sus investigaciones realizadas con la incorporación de GeoGebra como herramienta tecnológica en el aprendizaje de matemática, señalan que esta incorporación debe estimular a los docentes al uso y evaluación de esta tecnología en: visualización y clases interactivas ya sea en clase o a distancia como material colaborativo y de apoyo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Este paradigma obliga a cambiar el rol del docente, en principio debe capacitarse en el uso eficiente y efectivo de las tecnologías, para que las mismas enriquezcan los procesos de enseñanza-aprendizaje.
Otra de las herramientas poderosas para ser utilizada en educación es el video. Éste se ha convertido en un elemento importante, ya que, según investigaciones, la demostración visual de algo nuevo puede conducir a resultados exitosos, crear diferentes oportunidades de aprendizaje, mejorar la experiencia del aprender, incrementar la motivación de los alumnos y contribuir al desarrollo de su autonomía (Pappas, 2013; Tourón, 2017; Kearney, Jones y Roberts, 2011; Puchades, Luis y García, 2020; Rodríguez Villalobos y Fernández Garza, 2018; Rodríguez, López y Mortera, 2017). La utilización del video en la enseñanza ofrece la posibilidad de incorporación de otros soportes como audio, texto, imágenes, animaciones. Los vídeos de formación ayudan a los estudiantes a convertir la información en conocimiento mediante demostraciones y presentaciones, explicaciones y comunicación, combinación e integración (Stefanova, 2014).

Habilidades matemáticas y digitales

En este trabajo de investigación es fundamental especificar qué se entiende por habilidad matemática. Varios autores, Hernández (1998), Delgado Rubí (1998) aludiendo a Talízina (1984), Zabala (2007), Sánchez (2002), Godino (2002), Nickerson, Perkins y Smith (1987) hablan de "procedimientos" (habilidades) como los modos de actuación, de un "saber hacer", de contenidos procedimentales, de competencia, pensamiento hábil. Se toma la definición de Rodríguez (2016): "una habilidad es un desempeño deliberado, no casual, adecuadamente realizado que permite resolver correctamente una cierta problemática planteada" (p. 814). En la definición la autora considera: un desempeño, es decir una acción; un hacer. El término deliberado significa que la persona tiene control sobre la acción realizada, es decir esa acción es algo pensado que involucra la toma de decisiones. Luego la persona actúa y ese hacer resulta correcto para dar respuesta a diversas situaciones planteadas. Esto permite definir habilidad sin un campo especifico de conocimiento.
En el año de 1956, Benjamín Bloom, desarrolló su taxonomía de Objetivos Educativos, que sostiene que el proceso de aprendizaje está relacionado con tres dominios psicológicos, el dominio cognitivo para procesar información, conocimiento y habilidades mentales, el dominio afectivo relacionado con las actitudes y sentimientos y el dominio Psicomotor, vinculado a las habilidades manipulativas, manuales o físicas. Bloom es conocido por la llamada Taxonomía de Bloom, que categoriza y ordena habilidades de pensamiento y el proceso del aprendizaje. Parte de Habilidades de Pensamiento de Orden Inferior y va hacia Habilidades de Pensamiento de Orden Superior; que van desde conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación. (Churches, 2009)
En los años 90, Lorin Anderson, revisó la Taxonomía de Bloom y publicó, en el año 2001, la Taxonomía Revisada de Bloom, que como novedad incorpora el uso de verbos en lugar de sustantivos para cada categoría y el cambio de la secuencia de éstas dentro de la taxonomía. Éstas incluyen recordar, entender, aplicar, analizar, evaluar y crear. Profundizando un poco más este orden de las habilidades de pensamiento se puede enumerarlas de la siguiente manera:

- Recordar: reconocer, listar, describir, identificar, recuperar, denominar, localizar, encontrar.

- Entender: interpretar, resumir, inferir, parafrasear, clasificar, comparar, explicar, ejemplificar.
- Aplicar: implementar, desempeñar, usar, ejecutar.
- Analizar: comparar, organizar, reconstruir, atribuir, delinear, encontrar, estructurar, integrar.
- Evaluar: revisar, formular hipótesis, criticar, experimentar, juzgar, probar, detectar, monitorear.
- Crear: diseñar, construir, planear, producir, idear, trazar, elaborar. (Churches, 2009)

Por otro lado, El Consorcio de Habilidades Indispensables para el Siglo XXI, respalda la integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) dentro del proceso de enseñanza /aprendizaje. Define el alfabetismo en TIC como el uso de herramientas del Siglo XXI en la aplicación de las habilidades de aprendizaje y han desarrollado los llamados Mapas de Alfabetismo en TIC. (Eduteka, 2007).

El Consorcio recomienda un modelo educativo para el aprendizaje en el Siglo XXI, que incluyen Materias básicas, Habilidades de aprendizaje, Herramientas, Contexto, Contenido y Evaluación.

Las habilidades antes mencionadas comprenden tres categorías amplias con sus respectivas subcategorías:

Habilidades de información y comunicación

- Información y alfabetismo en medios (Acceder y manejar información. Integrar y generar información. Evaluar y analizar información)
- Habilidades de comunicación (Entender, manejar y crear comunicaciones efectivas: Orales, Escritas y Multimediales)

Habilidades de pensamiento y de solución de problemas

- Pensamiento crítico y pensamiento sistémico (Uso de habilidades de razonamiento lógico. Adquisición de habilidad numérica. Competencia en el uso de varias estrategias para solución de problemas.)
- Identificación, formulación y solución de problemas (Habilidad para identificar, analizar y resolver problemas)
- Creatividad y curiosidad intelectual (Desarrollar y comunicar ideas a otros)
- Destrezas interpersonales y de autonomía

Habilidades interpersonales y de colaboración (Trabajar bien en grupo. Ejercitar el respeto por opiniones diferentes.)

- Autonomía o autodirección (Monitorear la comprensión y el aprendizaje propios.)
- Responsabilidad y capacidad de adaptación (Ejercitar la responsabilidad personal y la flexibilidad en varios contextos. Establecer y alcanzar estándares y metas elevados, tanto para sí mismo como para otros.)
- Responsabilidad social (Actuar responsablemente pensando en los intereses de una comunidad más amplia. Demostrar comportamiento ético en contextos personales, en el sitio de trabajo y en la comunidad.) (Eduteka, 2007)

Delgado Hernández, Delgado Rubí, Valverde y Rodríguez (1998), profundizaron el estudio de habilidades matemáticas y las clasificaron según su función. Esta clasificación resume las habilidades matemáticas en habilidades conceptuales, traductoras, operativas, heurísticas y metacognitivas. Profundizando cada una de ellas:

- Habilidades conceptuales: aquellas que operan directamente con los conceptos (Identificar, Fundamentar, Comparar, Demostrar)
- Habilidades traductoras: aquellas que permiten pasar de un dominio a otro del conocimiento (Interpretar, Modelar, Recodificar)
- Habilidades operativas: funcionan generalmente como auxiliares de otras más complejas y están relacionadas con la ejecución en el plano material o verbal (Graficar, Algoritmizar, Aproximar, Optimizar, Calcular)
- Habilidades heurísticas: aquellas que emplean recursos heurísticos y que están presentes en un pensamiento reflexivo, estructurado y creativo (Resolver, Analizar, Explorar)
- Habilidades metacognitivas: las que son necesarias para la adquisición, empleo y control del conocimiento y demás habilidades cognitivas (Planificar, Predecir, Verificar, Comprobar, Controlar)

2.12. Hipótesis de trabajo o los supuestos implícitos (según corresponda al diseño metodológico):[8]

Se parte del supuesto:

El uso de RDT centrados en el desarrollo de habilidades matemáticas y digitales influye positivamente en el desempeño de la habilidad UAFGG y UAFV.

2.13. Metodología:

Se trata de una investigación exploratoria y de tipo predictiva pues tiene como propósito anticipar un desempeño favorable en la habilidad UAFGG en los alumnos de Análisis Matemático I del DIIT y la habilidad UAFV de los alumnos de Matemática y Geometría del curso de ingreso a carreras de ingeniería.
Para el objetivo general, con sus dos partes constitutivas, se seleccionarán aquellos conceptos y habilidades matemáticas y digitales sobre los cuales vamos a diseñar los RDT. Se indagará en otras investigaciones y estudios sobre recursos similares para luego elaborar los propios o adaptar los encontrados. Se tomarán los datos que sean necesarios para conocer el nivel de desempeño de las habilidades seleccionadas en los alumnos que participen de la experiencia. Luego se hará un análisis cualitativo sobre la habilidad UFGG para determinar el nivel de desarrollo en algunos estudiantes seleccionados.

2.14. Bibliografía:

Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B e Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL (RTE), 28* (5), 121-132.

Cebrián, M. y Solano, N. (2008). Evaluación de material videográfico de apoyo al aula de primaria. *Pixel-Bit: Revista de Medios y Educación, 33*, 43-58. https://tinyurl.com/y8y8ocq7

Churches, A. (2009). Taxonomía de Bloom para la era digital. Eduteka.: http://www.eduteka.org/TaxonomiaBloomDigital.php

Contreras de la Fuente, A. y Ortega Carpio, M. (2009). Fenómenos didácticos emergentes de las prácticas realizadas con el programa Mathematica. En M. J. González, & M. T. González, *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIII Simposio de la SEIEM*. Santander.

Eduteka (2009). Logros indispensables para los estudiantes del siglo XXI. Eduteka: http://cor.to/LQzc

Fiallo, J. y Parada, S. (2014). Curso de precálculo apoyado en el uso del GeoGebra para el desarrollo del pensamiento variacional. *Revista Científica, 20*, 56-71.

García Cuellar, D. y Martínez Miraval, M. (2018). Estudio del proceso de génesis instrumental del artefacto simbólico función exponencial. *Transformación, 14* (2), 252-261.

García Matamoros, M. (2014). Uso Instruccional del video didáctico. *Revista de investigación,, 38* (81), 43-68.

García-Valcárcel, A. (2008). El hipervídeo y su potencialidad pedagógica. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa, 7*(2), 69-79. http://campusvirtual.unex.es/cala/editio/

Garelik, M., Montenegro, F. (2015). Un problema de movimiento parabólico en cálculo con uso de GeoGebra. IV Congreso Virtual Iberoamericano de calidad en educación virtual y a distancia.

Godino, J. D. (2002). Competencia y comprensión matemática: ¿qué son y cómo se consiguen? *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 29*, 9-19.

Gómez, P., Angelmiro, J., Sánchez, N. Zulmary, C. Gómez Colmenares, C. (2015). Modelación matemática y GeoGebra en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología, 7* (1), 65-70.

Hernández Fernández H, Delgado Rubí J.R., Fernández de Alaíza B, Valverde Ramírez L, Rodríguez Hung T. (1998). *Cuestiones de didáctica de la Matemática*. Rosario: Serie Educación. Homo Sapiens Ediciones.

Hitt, F. (2008). Investigaciones en ambientes tecnológicos, marcos teóricos y metodológicos: Un punto de vista pragmático. Investigaciones y propuestas sobre el uso de tecnología en *Educación Matemática, 1*, 1-20.

[8] En proyectos de desarrollo tecnológico puede ser reemplazada una hipótesis de trabajo por la propuesta de solución al problema de investigación mediante el diseño de un prototipo o elemento equivalente.

Kearney, M., Jones, G., & Roberts, L. (2011). An emerging learning design for student-generated 'iVideos'. 2011 International LAMS and Learning Design Conference, pp. 117-127.
Marquès-Graells, P. (2001). *GRUPO DIM-UAB Plantilla para la catalogación y evaluación multimedia.* PERE MARQUÈS & TECNOLOGIA EDUCATIVA: http://peremarques.net/evadim.htm
Nickerson, R., Perkins, D. y Smith, E. (1987). *Enseñar a pensar. Aspectos de la aptitud intelectual.* Barcelona: Paidós. Ministerio de Educación y Ciencia.
Pappas, C. (2013). Video As A Learning Tool . https://elearningindustry.com/video-as-a-learning-tool-a-mixed-blessing
Pérez-Navio, E., Rodríguez-Moreno, J., García-Carmona, M. (2014). El uso de mini-vídeos en la práctica docente universitaria. *EDMETIC, 4*(2), 51-70. https://doi.org/10.21071/edmetic.v4i2.3962
Perkins, D. (1999). ¿Qué es la comprensión? En M. Stone Wiske, *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica,* pp. 69-94.
Puchades, J. , Luis, D. y García, L. (2020). Evaluación de vídeos educativos de un curso online de resolución de problemas de matemáticas. *Edunovatic 2020. Conference Proceedings: 5th Virtual International Conference on Education, Innovation and ICT*, (págs. 1294-1298).
Ramos Gaytán, J., Briseño Solís, E. y Zaldívar Rojas, J. (2016). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes de bachillerato con uso de tecnología. *Revista electrónica AMIUTEM, 4* (2), 15-31.
Ríos-Pavón, J. (2011). El uso didáctico del video. Temas para la educación. *Revista digital para profesionales de la enseñanza , 13.* https://www.feandalucia.ccoo.es/indcontei.aspx?d=5880&s=0&ind=253
Rodríguez Villalobos, M. y Fernández Garza, J. (2018). Uso del recurso de contenido en el aprendizaje en línea: YouTube. *Apertura, 9*(1), 22-31.
Rodríguez, M. (2016). Habilidades matemáticas: una aproximación teórica. *Educación Matemática Pesquisa, 18* (2), 809-824.
Rodríguez, M., Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T. y Pochulu, M. (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática*. Los Polvorines: Ediciones UNGS.
Rodríguez, R. López, B. y Mortera, F. (2017). El video como Recurso Educativo Abierto y la enseñanza de Matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 19*(3), 92-100. doi:https://doi.org/10.24320/redie.2017.19.3.936
Romero-Tena, R., Ríos-Vázquez, A., y Román-Graván, P. (2017). Youtube: evaluación de un catálogo social de vídeos didácticos de matemáticas de calida. *Prisma Social*, *18,* 515-539.
Ruiz, R., Del Rivero, S. y Valenzuela, H. (2018). GEOGEBRA: Auto regulador del aprendizaje en conocimientos previos en cálculo diferencial. *Revista Entorno Académico, 20*, 15-22.
Salcedo Lagos, P. (2018). La noción de función: su enseñanza aprendizaje realizando transformaciones de registros de representación con el apoyo de GeoGebra. Tesis de Maestría en Didáctica de la Matemática. Universidad de Concepción. Chile.
Sánchez, M (2002). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades del pensamiento*. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 4* (1). http://redie.ens.uabc.mx/vol14no1/contenido-amestoy.html
Saucedo, R., Godoy, J., Fraire, R. y Herrera, H. (2014). Enseñanza de las integrales aplicadas con GeoGebra. *El Cálculo y su Enseñanza,* *5*, 125-138. http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/data/docs/P8.bbf0a982b7788f.pdf
Stefanova, T. (2014). Using of Training Video Films in the Engineering Education. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 116*, 1181-1186.
Tourón, J. (2017). El vídeo y la tv: ¿los grandes olvidados en el aprendizaje actual? https://www.javiertouron.es/el-video-y-la-tv-los-grandes-olvidados/
Zabala, A. (2007). Los enfoques didácticos. En C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé y A. Zabala, (Eds), *El constructivismo en el aula* (18va. ed, pp.125-161). Barcelona: Editorial GRAÓ.

2.15. Programación de actividades (Gantt):[9]

Los equipos responsables para todas las actividades se dividen de la siguiente manera:

[9] Definir la programación de actividades para cada objetivo específico, y las personas responsables de su ejecución.

- Para curso de ingreso y RDT con videos: Mg. Roxana Scorzo, Esp. Gabriela Ocampo.
- Para Análisis Matemático I y RDT con GG: Mg. Adriana Favieri, Dra. Betina Williner, Dra. Marcela Reale, Prof. Univ. Carina Hamilton,

En el caso de redacción de artículos científicos y de informes de avance y final, los responsables son todos los integrantes del equipo

Actividades / Responsable 1er Año	**Mes 1**	**Mes 2**	**Mes 3**	**Mes 4**	**Mes 5**	**Mes 6**	**Mes 7**	**Mes 8**	**Mes 9**	**Mes 10**	**Mes 11**	**Mes 12**
Análisis de los programas de los dos niveles educativos para seleccionar aquellos conceptos matemáticos que puedan ser desarrollados con los RDT	X	X	X	X	X	X	X					
Decisión sobre distintos tipos de tareas o actividades con software GG que fomenten el desarrollo de habilidades matemáticas y digitales.			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Decisión sobre distintos tipos de tareas o actividades con videos que fomenten el desarrollo de habilidades matemáticas y digitales.			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Selección y descripción de las habilidades matemáticas y digitales que promueven los RDT estudiados.				X	X	X	X	X	X	X	X	
Prueba piloto de actividades de			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

clases en las que usen RDT junto con acciones de lápiz y papel previamente identificadas.												
Redacción de artículo y/o comunicación a congreso								X	X	X		
Elaboración de informe de avance										X	X	X

Actividades 2do Año	**Mes 1**	**Mes 2**	**Mes 3**	**Mes 4**	**Mes 5**	**Mes 6**	**Mes 7**	**Mes 8**	**Mes 9**	**Mes 10**	**Mes 11**	**Mes 12**
Elección de las habilidades que podrían promover la habilidad UAFGG y UAFV.	X	X	X	X	X							
Selección y/o diseño de RDT con software GG para favorecer el desarrollo de las habilidades elegidas anteriormente.		X	X	X	X	X	X	X				
Selección y/o diseño de RDT con videos para favorecer el desarrollo de las habilidades elegidas anteriormente.			X	X	X	X	X					

Realización la experiencia en las clases de la asignatura y del curso de ingreso.		X	X	X	X	X	X	X				
Descripción del desempeño de los alumnos en términos de las habilidades seleccionadas y de la UAFGG y UAFV.				X	X	X	X	X	X			
Redacción de artículo y/o comunicación a congreso					X	X	X	X	X	X		
Elaboración del informe final									X	X	X	X

2.16. Resultados en cuanto a la producción de conocimiento:

Se espera producir un marco de conocimiento que permita conocer sobre las formas de incidir en el desarrollo de las habilidades matemáticas-digitales usar activa y flexiblemente el software GG (UAFGG) en los estudiantes de ingeniería de Análisis Matemático I y usar activa y flexiblemente los RDT en forma video (UAFV) en los alumnos del curso de ingreso a carreras de ingeniería y arquitectura.

2.17. Resultados en cuanto a la formación de recursos humanos:

La incorporación de docentes investigadores de la catedra de Análisis Matemático I y del curso de ingreso redundará en beneficios para los niveles educativos involucrados ya que, las acciones llevadas a cabo apuntan al desarrollo de habilidades matemáticas digitales de orden superior.

2.18. Resultados en cuanto a la difusión de resultados:

Se espera realizar actividades de difusión en ámbito académico como ser:

a) Presentación de trabajos en eventos nacionales o internacionales: Por citar algunos, EMCI 2022, Simposio de Educación Matemática, Wicci, IPESIT, WPEA.

b) Publicación en revistas especializadas: Algunos ejemplos, TEYET, Docentes conectados, Números entre otras.

2.19. Resultados en cuanto a transferencia hacia las actividades de docencia y extensión:

A medida que la investigación avance y el proyecto se vaya consolidando, se realizarán comunicaciones de la experiencia a los demás integrantes de la cátedra Análisis Matemático I y docentes del curso de ingreso con el fin de extender lo implementado.

2.20. Resultados en cuanto a la transferencia de resultados a organismos externos a la UNLaM:

Se espera:

- Incorporar la UNLaM a la comunidad internacional productora de conocimientos sobre las formas de incidir en el desarrollo de las habilidades matemáticas-digitales de orden superior.
- Realizar actividades de capacitación y socialización del tema dirigidas a docentes de la UNLaM.

2.21. Vinculación del proyecto con otros grupos de investigación del país y del exterior:

Dado que este proyecto pretende realizar acciones conjuntas desde el ingreso a las carreras del DIIT y desde Análisis Matemático I del DIIT, en lo referente al desarrollo de las habilidades matemáticas-digitales de orden superior, se considera pertinente vincularlo con el programa MEP del DIIT.

2.22. Destinatarios:

Tipo de destinatario		**Subtipo de destinatario**[10]	¿Cuál? Especificar	Demandante[11]	Adoptante[12]
Sector Gubernamental	Gobiernos	Del Poder Ejecutivo nacional			
		Del Poder Ejecutivo provincial			
		Del Poder Ejecutivo municipal			
	Otras Instituciones gubernamentales	Poder Legislativo en sus distintas jurisdicciones			
		Poder Judicial en sus distintas jurisdicciones			
Sector Salud		Hospitales, centros comunitarios de salud y otras entidades del sistema de atención			
Sector Educativo		Sistema universitario	X DIIT UNLaM	x	x

[10] Marcar con una X

[11] Demandante: entidad administrativa de gobierno nacional, provincial o municipal constituida como demandante externo de las tecnologías desarrolladas, que determina la necesidad del proyecto por su importancia social. Marcar con una X

[12] Adoptante: beneficiario o usuario en capacidad de aplicar los resultados desarrollados (organismos gubernamentales de ciencia y tecnología nacionales o provinciales; universidades e institutos universitarios de gestión pública o privada; empresas públicas o privadas; entidades administrativas de gobierno nacionales, provinciales o municipales; entidades sin fines de lucro; hospitales públicos o privados; instituciones educativas no universitarias; y organismos multilaterales. Marcar con una X

	Sistema de educación básica y secundaria			
	Sistema de educación terciaria			
Sector Productivo	Empresas			
	Cooperativas de trabajo y producción			
	Asociaciones del Sector			
Sociedad Civil	ONG's y otras organizaciones sin fines de lucro			
	Comunidades locales y particulares			

3-Recursos Existentes[13]

Descripción / concepto	Cantidad	Observaciones
Disco Rígido	1	Nro. Inventario 00067570
Proyector	1	Nro. Inventario 00067569
Scanner Portátil	1	Nro. Inventario 0065255
Libro lecciones de análisis II	1	Nro. Inventario 0065259
Libro álgebra y trigonometría con geometría analítica	1	Nro. Inventario 00067020
Micrófono	1	Nro. Inventario 00076630

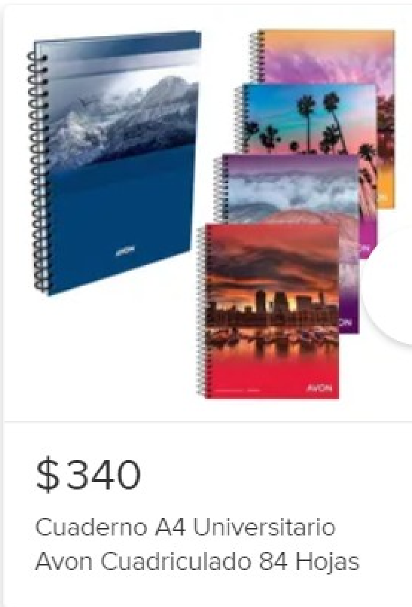
4-Recursos financieros[14]

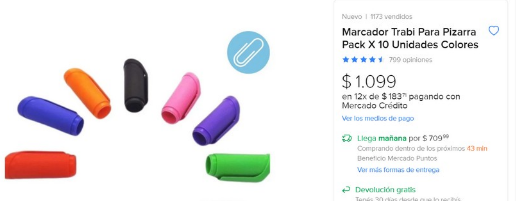
	Rubro	Año 1	Año 2	Total
Gastos de capital (equipamiento)	a) Equipamiento (1)	-------	--------	--------
	a.1)	-------	--------	--------
	b) Licencias (2)	-------	--------	--------
	b.1)	-------	--------	--------
	c) Bibliografía (3)	-------	--------	--------
	c.1)	-------	--------	--------
	Total Gastos de Capital	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00
Gastos corrientes (funcionamiento)	d) Bienes de consumo			
	d.1) 2 Resmas de Papel A-4	$560	$560	$1120
	d.2) 10 Cuadernos	$1700	$1700	$3400
	d.3) Marcadores pizarra (x10)	$1100	$1100	$2200
	d.4) Impresiones varias	$7000	$7000	$14000
	d.5) Anillados varios	$1500	$1500	$3000
	e) Viajes y viáticos (4)			
	e.1) Pasajes y estadía para asistencia a Congresos	$10.000	$10.000	$20.000
	f) Difusión y/o protección de resultados (5)			
	f.1) Inscripciones a Congresos	$20.000	$20.000	$40.000
	g) Servicios de terceros (6)	-------	-------	--------
	h) Otros gastos (7)	-------	-------	--------
	Total Gastos Corrientes	$ 41860,00	$ 41860,00	$ 83720,00
	Total Gastos (Capital + Corrientes)	$ 41860,00	$ 41860,00	$ 83720,00

JUSTIFICACIÓN DEL PRESUPUESTO SOLICITADO

[13] Antes de confeccionar el presupuesto del proyecto, será necesario que el Director incluya en esta tabla si dispone de recursos adquiridos con fondos de proyectos anteriores (equipamiento, bibliografía, bienes de consumo, etc.) a ser utilizados en el proyecto a presentar, y además se recomienda consultar en la Unidad académica la disponibilidad de recursos existentes factibles de ser utilizados en el presente proyecto.

[14] Justificar presupuesto detallado. Para compras de un importe superior a $15000.- se requieren tres presupuestos. (Resolución Rectoral Nº177/2021.)

	Fuente de consulta: https://articulo.mercadolibre.com.ar/MLA-916629047-resma-ledesma-autor-a4-80gr-210x297-250h-verde-_JM?matt_tool=42371990&matt_word=&matt_source=google&matt_campaign_id=14508409322&matt_ad_group_id=124055975702&matt_match_type=&matt_network=g&matt_device=c&matt_creative=543394189913&matt_keyword=&matt_ad_position=&matt_ad_type=pla&matt_merchant_id=202928824&matt_product_id=MLA916629047&matt_product_partition_id=1412411054060&matt_target_id=aud-415044759576:pla-1412411054060&gclid=Cj0KCQiAu62QBhC7ARIsALXijXRshHMpC3yEE8-h7i14VsYWtwyHOXBqRMAuKUrNwFzkgmn51kTfk6waAlPFEALw_wcB En el presupuesto hemos solicitado dos (una para cada año de ejecución) a $560 c/u
	Fuente de consulta: https://articulo.mercadolibre.com.ar/MLA-618881706-cuaderno-a4-universitario-avon-rayado-84-hojas-espiralado-_JM?matt_tool=42371990&matt_word=&matt_source=google&matt_campaign_id=14508409322&matt_ad_group_id=124055975702&matt_match_type=&matt_network=g&matt_device=c&matt_creative=543394189913&matt_keyword=&matt_ad_position=&matt_ad_type=pla&matt_merchant_id=121809049&matt_product_id=MLA618881706&matt_product_partition_id=1479106972557&matt_target_id=aud-415044759576:pla-1479106972557&gclid=Cj0KCQiAu62QBhC7ARIsALXijXTKPgo9EFVE7IyxoZ80sqRslNWoD0qf0r7uY1BXEHf3NcYFcFFpuy0aAhqEEALw_wcB En el presupuesto hemos solicitado 10 (cinco para cada año de ejecución) a $340 c/u

	Fuente de consulta: https://articulo.mercadolibre.com.ar/MLA-755672000-marcador-trabi-para-pizarra-pack-x-10-unidades-colores-_JM#reco_item_pos=3&reco_backend=machinalis-v2p-pdp-boost-v2&reco_backend_type=low_level&reco_client=vip-v2p&reco_id=71139d76-afc8-40af-9c16-f48c1955b831 En el presupuesto hemos solicitado 20 (10 para cada año de ejecución) a $1100 c/u

<u>Aclaraciones sobre rubros del presupuesto</u>

1 Equipamiento: Equipamiento, repuestos o accesorios de equipos, etc.
2 Licencias: Adquisición de licencias de tecnología (software, o cualquier otro insumo que implique un contrato de licencia con el proveedor).
3 Bibliografía: En el caso de compra de bibliografía, ésta no debe estar accesible como suscripción en la Biblioteca Electrónica.
4 Viajes y viáticos: Viajes y viáticos en el país: Gastos de viajes, viáticos de campaña y pasantías en otros centros de investigación estrictamente listados en el proyecto. Gastos de viaje en el exterior: (no deberán superar el 20% del monto del proyecto).
5 Difusión y/o protección de resultados: Ej.: (Gastos para publicación de artículos, edición de libros inscripción a congresos y/o reuniones científicas).
6 Servicios de terceros: Servicios de terceros no personales (reparaciones, análisis, fotografía, etc.).
7 Otros gastos: Incluir, si es necesario, gastos a realizar que no fueron incluidos en los otros rubros.

4.1 Orígen de los fondos solicitados

Institución	**% Financiamiento**
UNLaM	100 %
Otros (indicar cuál)	

Departamento: de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas

Programa de acreditación: PROINCE
Programa de Investigación[1]: MEP del DIIT, Directora Dra. Donadello, Bettina
Código del Proyecto: C244

Título del proyecto:
Habilidades Matemáticas Digitales vinculadas a Recursos Didácticos con Tecnología

PIDC: ☐
Elija un elemento.

PII: ☐

Director del proyecto:
Mg. Favieri, Adriana
CoDirector del proyecto:
Dra. Williner, Betina

Integrantes del equipo:
Mg. Scorzo, Roxana
Esp. Ocampo, Gabriela
Dra. Reale, Marcela
Prof. Univ. Hamilton, Carina

Fecha de inicio
01/01/2022
Fecha de finalización
31/12/2023

A. Desarrollo del proyecto (adjuntar el protocolo)

[1] Los Programas de Investigación de la UNLaM están acreditados con resolución rectoral, según lo indica la Resolución HCS Nº 014/15 sobre **Lineamientos generales para el establecimiento, desarrollo y gestión de Programas de Investigación a desarrollarse en la Universidad Nacional de La Matanza**. Consultar en el departamento académico correspondiente la inscripción del proyecto en un Programa acreditado.

A.1. Grado de ejecución de los objetivos inicialmente planteados, modificaciones o ampliaciones u obstáculos encontrados para su realización. Enunciamos los objetivos específicos alcanzados hasta el momento:

La propuesta del proyecto, enmarcada en un enfoque cognitivo, fue promover el desarrollo de ciertas habilidades matemáticas y digitales con el uso de recursos didácticos con tecnología (RDT) para lograr la habilidad general "usar activa y flexiblemente el software GeoGebra (GG) y los videos interactivos".

Pudimos cumplir con los objetivos planteados originalmente. Presentamos los resultados en dos secciones, una relativa al uso de GG y otra al de los videos.

Con respecto a GG: la indagación sobre la forma de lograr desarrollar en los alumnos la habilidad general anteriormente explicitada, nos llevó a centrarnos en dos habilidades específicas: *habilidad digital* "organizar y resolver un problema con o sin contexto usando GG"; *"habilidad matemática"* "organizar y resolver un problema con o sin contexto, usando lápiz y papel incluyendo justificación (Costa, 2011, ver anexo B) y a establecer una categorización de actividades con GG acorde al nivel de interacción del alumno con el software. Para esto último, definimos tareas de matemática con uso de software GG (TMGG), a partir de la postura de Arcavi y Hadas (2002), a aquellas actividades matemáticas en las que se utiliza lápiz y papel juntamente con el software, con el fin de facilitar procesos de visualización, experimentación, sorpresa, retroalimentación y necesidad de argumentar y/o formalizar lo realizado. Luego creamos tres categorías de actividades con un orden creciente de interacción del alumno con GG. Las denominamos TMGGSI (sin interacción), TMGGIG (con interacción guiada) y TMGGIG (con interacción libre). (Ver anexo A).

Durante la cursada realizamos diversas TMGGSI, ya sea usando el celular o el televisor que se encontraba en el aula. Damos ejemplo de una de ellas en el Anexo C. Con respecto a TMGGIG diseñamos una tarea sobre continuidad de una función en un punto y otra que involucra un problema de optimización. También elaboramos dos TMGGIL: una sobre asíntotas a una curva y otra sobre estudio de funciones. Los enunciados de estas cuatro tareas y las habilidades promovidas se encuentran en el Anexo C.

En el año 2022 pudimos realizar las primeras experiencias que nos sirvieron para ajustar el diseño de las tareas diseñadas mostradas en el Anexo C. Los resultados obtenidos en una de las comisiones los mostramos en el Anexo D. Como conclusión general podemos decir que los alumnos presentan buen desempeño en la habilidad digital y en la habilidad matemática resolver y organizar tareas, no así en la habilidad justificar en forma genérica. Esto puede deberse a que son pocas las ocasiones en clase donde ellos realizan este tipo de demostraciones o justificaciones. Debemos realizar acciones para reforzar este aspecto. Durante el año 2023 implementamos las tareas ajustadas y pudimos observar comportamientos similares a 2022. En aquellas tareas en las cuales no hay guía del docente, los resultados no fueron tan satisfactorios, existe una dependencia por parte del estudiante de la guía del profesor, ya sea en el uso del software como en las conjeturas y justificaciones en lápiz y papel (Anexo E).

Como indica (OCDE, 2005) usar las herramientas de forma interactiva requiere algo más que el simple acceso a la herramienta y la habilidad técnica requerida para manejar la situación. Implica comprender la manera en que uno puede interactuar y cómo puede usarse para alcanzar las metas planteadas.

Con respecto a los videos: A partir de la postura de Barreiro, Leonian, Marino, Pochulu y Rodríguez (2017), definimos tareas de matemática de autoaprendizaje con uso de videos (TMAV) como aquellas actividades matemáticas que incluyen una guía para que el alumno, sin la ayuda del profesor, pueda adquirir conocimiento a través de este tipo de recursos. Incorporamos tres categorías de videos: los motivadores (VM), los explicativos (VE) y los interactivos (VI). (Ver anexo A). De acuerdo con la definición de TMAV y la postura de Cárcel Carrasco (2016) nos centramos en las siguientes habilidades: *digital:* "organizar y producir información para construir conocimiento, acorde al trabajo realizado con las TMAV y comunicarla claramente". *Matemática*: "resolver problemas en contexto usando notación científica; representar y resolver operaciones con números complejos" (Ver anexo B)
Durante la primera instancia del curso de ingreso, realizada entre los meses de julio a diciembre de 2022, diseñamos dos tareas de autoaprendizaje sobre los temas notación científica y números complejos. La tarea sobre notación científica tiene un video de tipo VE, donde se explica el tema con muchos ejemplos en contexto y uno de tipo VM en la autoevaluación. La de números complejos tiene un video de tipo VE, donde se explica conceptos básicos y dos de tipo VI, sobre operaciones entre números complejos. Ambas tareas se muestran en el Anexo C. Propusimos las dos TMAV en las 56 comisiones de ingresantes. La primera de ellas en la clase uno y se evaluó en la clase 3. La segunda se propuso en la clase 3 y la evaluación y encuesta en la clase 5. En el Anexo D mostramos las observaciones y resultados de ambas tareas. En general podemos decir que el porcentaje de alumnos que respondió la autoevaluación de notación científica fue de un 47%, con una media de 6 respuestas correctas sobre 10, un desempeño medio en la habilidad resolver problemas en contexto usando notación científica. En cuanto a la segunda tarea, el nivel de ejecución de esta fue apenas un 17%, con producciones muy incompletas, desprolijas y con errores significativos. Podemos decir que la habilidad digital de organizar un documento tuvo un desempeño muy bajo, al igual que la de resolver operaciones con números complejos. Debemos ajustar la modalidad de esta segunda tarea para obtener mejores desempeños.
Durante el segundo año de implementación de estas TMAV, hemos realizado cambios en algunos videos, especialmente aquellos de tipo VI. Decidimos dejar un solo VI en la actividad de números complejos. También modificamos una de las preguntas de respuesta abierta por opción múltiple. Esta decisión se fundamenta en la gran cantidad de estudiantes que tienen dificultad en avanzar en la reproducción de este. En el anexo E se encuentran las estadísticas correspondientes a la segunda instancia del curso de ingreso 2023, que se dictó durante los meses de febrero/marzo de ese año. Sintéticamente sobre un total de 2100 inscriptos apenas 234 estudiantes subieron sus producciones del tema números complejos, un 11%. Lo que demuestra el gran desinterés por trabajar en forma autónoma. Las producciones también mostraron poca dedicación a la actividad. Respecto a notación científica, completaron el formulario de autoevaluación 604 estudiantes, aproximadamente el 29% de la cantidad total de inscriptos, un porcentaje marcadamente menor que en la instancia anterior. La puntuación media obtenida fue entre 4 y 6 puntos.
Se continúa con actividades de autoaprendizaje tratando de incorporar algunas en la materia Geometría ya que es una competencia imprescindible para poder hacer frente a estudios universitarios.

B. Principales resultados de la investigación

B.1. Publicaciones en revistas año 2023 (informar cada producción por separado)

Artículo 1:	
Autores:	Williner, B. y Favieri, A.
Título del artículo	Tareas con GeoGebra en el aula universitaria. Matematización horizontal y vertical.
N° de fascículo:	
N° de Volumen:	113
Revista	Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas
Año:	2023
Institución editora de la revista:	Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas
País de procedencia de institución editora:	España
Arbitraje	SI
Elija un elemento.ISSN:	1887-1984
URL de descarga del artículo:	https://drive.google.com/file/d/13T4n0PS7r_8iaVnVGziuCx-CBA8gt7J73/view?usp=sharing
N° DOI	

Artículo 2	
Autores:	Favieri, A. y Williner, B.
Título del artículo	Interactividad en tareas matemáticas con GeoGebra
N° de fascículo:	*1*
N° de Volumen:	*24*
Revista	Revista Digital: Matemática, Educación e Internet
Año:	2023
Institución editora de la revista:	Instituto Tecnológico de Costa Rica
País de procedencia de institución editora:	Costa Rica
Arbitraje	SI
Elija un elemento.ISSN:	1659-0643
URL de descarga del artículo:	https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/6707
N° DOI	https://doi.org/10.18845/rdmei.v24i1.6707

B.2. Libros

Libro 1	
Autores	
Título del Libro	
Año	
Editorial	
Lugar de impresión	
Arbitraje	Elija un elemento.
Elija un elemento.ISBN:	
URL de descarga del libro	
N° DOI	

B.3. Capítulos de libros

Autores:	
Título del Capitulo:	
Título del Libro:	
Año: 2022	
Editores del libro/Compiladores:	
Lugar de impresión:	
Arbitraje	
ISBN:	
URL de descarga del capítulo	
N° DOI	

B.4. Trabajos presentados a congresos y/o seminarios en 2023

Ponencia 1	
Autores	Williner, B. y Favieri, A.
Título	Tareas y capacidades matemáticas con el uso de GeoGebra en la clase de Análisis Matemático
Año	2023
Evento	XVIII Congreso Tecnología en Educación & Educación en Tecnología – 2023
Lugar de realización	UNAHUR
Fecha de presentación de la ponencia	16 de junio de 2023
Entidad que organiza	UNAHUR- RedUNCI
URL de descarga del trabajo (especificar solo si es la descarga del trabajo; formatos pdf, e-pub, etc.)	https://teyet2023.unahur.edu.ar/assets/pdf/Teyet-2023-UNAHUR-Actas.pdf Páginas 197-206

Ponencia 2	
Autores	Scorzo R.; Ocampo G.
Título	Prácticas Educativas Abiertas en tareas de autoaprendizaje en un curso de admisión
Año	2023
Evento	V Workshop sobre Prácticas Educativas Abiertas (WPEA 2023)
Lugar de realización	VIRTUAL
Fecha de presentación de la ponencia	27/4/2023

Entidad que organiza	RED ISEDU (Universidad Nacional de San Luis)
URL de descarga del trabajo (especificar solo si es la descarga del trabajo; formatos pdf, e-pub, etc.)	ISBN en trámite

Ponencia 3	
Autores	De Pietri, G.; Bottaro, J.; Scorzo R.
Título	El mundial de fútbol como eje de una experiencia gamificada en un curso de admisión
Año	2023
Evento	V Workshop sobre Prácticas Educativas Abiertas (WPEA 2023)
Lugar de realización	VIRTUAL
Fecha de presentación de la ponencia	27/4/2023
Entidad que organiza	RED ISEDU (Universidad Nacional de San Luis)
URL de descarga del trabajo (especificar solo si es la descarga del trabajo; formatos pdf, e-pub, etc.)	ISBN en trámite

Ponencia 4	
Autores	Scorzo R.; Ocampo, G.; De Pietri, G.; Suelves N.
Título	Estrategias de Microlearning en un Curso de Ingreso a carreras de Ingeniería
Año	2023
Evento	XVIII Congreso Tecnología en Educación & Educación en Tecnología – 2023
Lugar de realización	UNAHUR
Fecha de presentación de la ponencia	15/6/2023
Entidad que organiza	RED UNSI- Universidad Nacional de Hurlingham
URL de descarga del trabajo (especificar solo si es la descarga del trabajo; formatos pdf, e-pub, etc.)	https://teyet2023.unahur.edu.ar/assets/pdf/Teyet-2023-UNAHUR-Actas.pdf Pp 24-31

B.5. Otras publicaciones

Autores	

Año	
Título	
Medio de Publicación	

C. Otros resultados. Indicar aquellos resultados pasibles de ser protegidos a través de instrumentos de propiedad intelectual, como patentes, derechos de autor, derechos de obtentor, etc. y desarrollos que no pueden ser protegidos por instrumentos de propiedad intelectual, como las tecnologías organizacionales y otros. Complete un cuadro por cada uno de estos dos tipos de productos.

C.1. Títulos de propiedad intelectual. Indicar: Tipo (marcas, patentes, modelos y diseños, la transferencia tecnológica) de desarrollo o producto, Titular, Fecha de solicitud, Fecha de otorgamiento

Tipo	Titular	Fecha de Solicitud	Fecha de Emisión

C.2. Otros desarrollos no pasibles de ser protegidos por títulos de propiedad intelectual. Indicar: Producto y Descripción.

Producto	Descripción

D. Formación de recursos humanos. Trabajos finales de graduación, tesis de grado y posgrado. Completar un cuadro por cada uno de los trabajos generados en el marco del proyecto.

D.1. Tesis de grado

Director (apellido y nombre)	Autor (apellido y nombre)	Institución	Calificación	Fecha /En curso	Título de la tesis

D.2 Trabajo Final de Especialización

Director (apellido y nombre)	Autor (apellido y nombre)	Institución	Calificación	Fecha /En curso	Título del Trabajo Final

D.2. Tesis de posgrado: Maestría

Director (apellido y nombre)	Tesista (apellido y nombre)	Institución	Calificación	Fecha /En curso	Título de la tesis

Williner Betina	Bellani Marcela	UNC		Presentada para defensa	Valoración de un entorno virtual para la enseñanza y el aprendizaje de Matemática Discreta a través del aula extendida. Una experiencia innovadora en el primer año de la carrera de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Matanza.

D.3. Tesis de posgrado: Doctorado

Director (apellido y nombre)	Tesista (apellido y nombre)	Institución	Calificación	Fecha /En curso	Título de la tesis

D.4. Trabajos de Posdoctorado

Director (apellido y nombre)	Posdoctorando (apellido y nombre)	Institución	Calificación	Fecha /En curso	Título del trabajo	Publicación

E. Otros recursos humanos en formación: estudiantes/ investigadores (grado/posgrado/ posdoctorado)

Apellido y nombre del Recurso Humano	Tipo	Institución	Período (desde/ hasta)	Actividad asignada[2]

[2] Descripción de la/s actividad/es a cargo (máximo 30 palabras)

F. Vinculación[3]: Indicar conformación de redes, intercambio científico, etc. con otros grupos de investigación; con el ámbito productivo o con entidades públicas. Desarrolle en no más de dos (2) páginas.

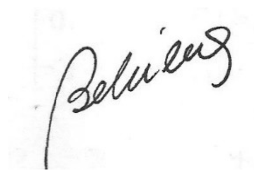
G. Otra información. Incluir toda otra información que se considere pertinente.

En el año 2023 tuvimos cambio de plan de estudio en dos de las ingenierías en las que llevamos a cabo el estudio. Esto hizo que la cantidad de horas de clase por comisión se reduzcan a la mitad, provocando el inconveniente de no poder tomar la cantidad de datos que quisiéramos para la investigación.

[3] Entendemos por acciones de "vinculación" aquellas que tienen por objetivo dar respuesta a problemas, generando la creación de productos o servicios innovadores y confeccionados "a medida" de sus contra-partes.

H. Cuerpo de anexos:

- Anexo I: Copia de cada uno de los trabajos mencionados en los puntos B, C y D, y certificaciones cuando corresponda.[4]
- Anexo II:
    - FPI-013: Evaluación de alumnos integrantes. (si corresponde)
    - FPI-014: Comprobante de liquidación y rendición de viáticos. (si corresponde)
    - FPI-015: Rendición de gastos del proyecto de investigación acompañado de las hojas foliadas con los comprobantes de gastos.
    - FPI-035: Formulario de reasignación de fondos en Presupuesto.
- Nota justificando baja de integrantes del equipo de investigación.
- ANEXO A
- ANEXO B
- ANEXO C
- ANEXO D
- ANEXO E



Dra. Betina Williner
codirector del proyecto.

San Justo, 28 de febrero de 2024

[4] En caso de libros, podrá presentarse una fotocopia de la primera hoja significativa o su equivalente y el índice.

Anexo I: Copia de cada uno de los trabajos mencionados en los puntos B, C y D, y certificaciones cuando corresponda.

B1. Artículos en revistas

Artículo 1

NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 113, marzo de 2023, páginas 81-93

Tareas con GeoGebra en el aula universitaria. Matematización horizontal y vertical

Betina Williner
Adriana Favieri
(Universidad Nacional de La Matanza. Argentina)

Fecha de recepción: 7 de diciembre de 2022
Fecha de aceptación: 1 de febrero de 2023

Resumen Este artículo forma parte de una investigación que analiza, por un lado, qué tipo de tareas diseñar con GeoGebra para lograr que el alumno lo utilice sin depender de la guía del profesor. Por el otro, estudia diferentes niveles de matematizaciones que evidencian los estudiantes en las tareas diseñadas con el objetivo de establecer tipologías. Presentamos una tarea implementada, su diseño y los resultados obtenidos. A su vez completamos el estudio con las valoraciones subjetivas de los estudiantes sobre el uso del software. Estos análisis nos permitieron constatar que la mayoría de los alumnos realiza una matematización con el software mejor que con lápiz y papel y tienen inconvenientes en lograr una justificación analítica de lo que conjeturan. A su vez valoran positivamente poder observar en el software diferentes situaciones antes de justificarlas o resolverlas.

Palabras clave GeoGebra, Tareas, Matematización, Valoración, Cálculo

Abstract This article is part of a research that analyzes, on the one hand, what kind of tasks to design with GeoGebra so that the student can use it independently without depending on the teacher's guide. On the other hand, for the purpose of establishing student typologies, examine different levels of mathematizations that students display in the tasks. We present an implemented task, its design and the results obtained. Moreover, we conducted a subjective assessment of the students' perceptions of GeoGebra's use. These analyses allowed us to verify that most teams perform better mathematizations with the software than with pencil and paper and have difficulty justifying their conclusions analytically. Observing situations in the software before justifying or solving them is highly valued by the students.

Keywords GeoGebra, Tasks, Mathematization, Assessment, Calculus

1. Introducción

Hace varios años la incorporación de tecnología en el aula fue uno de los cuestionamientos imperantes en la Educación Matemática. Hoy no dudamos de que es esencial en el proceso de enseñanza aprendizaje. Múltiples estudios dieron y dan cuenta de las ventajas que produce su inclusión cuando se implementa con objetivos claros y una planificación adecuada. En esta oportunidad nos centramos en el uso específico del software GeoGebra (GG) en el aula universitaria, más precisamente en las tareas que se pueden implementar y en las acciones que efectúa el alumno cuando las resuelve.

Sociedad Canaria de Profesorado de Matemáticas
Luis Balbuena Castellano

Tareas con GeoGebra en el aula universitaria. Matematización horizontal y vertical

Betina Williner (UNLaM)
Adriana Favieri (UNLaM)

Fecha de recepción: 7 de diciembre 2022
Fecha de aceptación: 1 de febrero de 2023

Resumen

Este artículo forma parte de una investigación que analiza, por un lado, qué tipo de tareas diseñar con GeoGebra para lograr que el alumno lo utilice sin depender de la guía del profesor. Por el otro, estudia diferentes niveles de matematizaciones que evidencian los estudiantes en las tareas diseñadas con el objetivo de establecer tipologías. Presentamos una tarea implementada, su diseño y los resultados obtenidos. A su vez completamos el estudio con las valoraciones subjetivas de los estudiantes sobre el uso del software. Estos análisis nos permitieron constatar que la mayoría de los alumnos realiza una matematización con el software mejor que con lápiz y papel y tienen inconvenientes en lograr una justificación analítica de lo que conjeturan. A su vez valoran positivamente poder observar en el software diferentes situaciones antes de justificarlas o resolverlas.

Palabras clave GeoGebra-Tareas-Matematización-Valoración-Cálculo

Abstract

This article is part of a research that analyzes, on the one hand, what kind of tasks to design with GeoGebra so that the student can use it independently without depending on the teacher's guide. On the other, for the purpose of establishing typologies, examine different levels of mathematizations that students display in the tasks. We present an implemented task, its design and the results obtained. Moreover, we conducted a subjective assessment of the students' perceptions of GeoGebra's use. These analyzes allowed us to verify that most teams perform better mathematizations with the software than with pencil and paper and have difficulty justifying their conclusions analytically. Observing situations before justifying or solving them in the software is highly valued by them.

Keywords GeoGebra-Tasks-Mathematization-Assessment-Calculus

1. Introducción

Hace varios años la incorporación de tecnología en el aula fue uno de los cuestionamientos imperantes en la Educación Matemática. Hoy no dudamos de que es esencial en el proceso de enseñanza aprendizaje. Múltiples estudios dieron y dan cuenta de las ventajas que produce su inclusión cuando se implementa con objetivos claros y una planificación adecuada. En esta oportunidad nos centramos en el uso específico del software GeoGebra (GG) en el aula universitaria, más precisamente en las tareas que se pueden implementar y en las acciones que efectúa el alumno cuando las resuelve.

Respecto a las tareas, Barahona et al. (2015) realizaron un estudio de carácter cuantitativo para establecer si existe relación entre el uso (o no) de GG con el rendimiento académico de los estudiantes de ingeniería en industrias pecuarias. Se desarrollaron contenidos académicos formativos con y sin el apoyo del software. Los autores muestran dos actividades propuestas: la primera tiene como objetivo que el alumno comprenda la definición de máximo relativo y la segunda trata sobre la aplicación de la integral definida en el momento de inercia. En ambos casos el recurso está realizado por los docentes. El alumno tiene que mover algún deslizador o cambiar la función y dar respuesta a los interrogantes pedidos. Los resultados de la investigación evidenciaron que el apoyo del software GG mejoraron los niveles de aprendizaje de los estudiantes.

Por otro lado, García Cuéllar et al. (2018) reportan parte de una investigación que tuvo como objetivo analizar la génesis instrumental de la noción de razón de cambio instantánea mediada por GG en estudiantes de administración de los primeros años de una universidad de Perú. Para esto diseñaron dos actividades en Applet en GG en base a deslizadores. En la primera el estudiante tiene que manipular un deslizador que acerca un punto B de una curva a un punto A fijo. Se observa la recta secante, los puntos y la pendiente de ésta. En lápiz y papel tiene que ir completando una tabla con los valores de la pendiente y contestar preguntas sobre la tendencia de dicho cociente incremental. En la segunda actividad se muestra una función que modela la utilidad de una empresa en el tiempo y un punto de esta curva con su recta tangente y pendiente que se mueve a través de un deslizador. Se hacen preguntas sobre el aumento o disminución de la utilidad de la empresa.

González et al. (2018) realizaron actividades para favorecer la comprensión de la función derivada tomando en cuenta aspectos de la teoría de registros de representación semiótica, con el apoyo del software GG. Los autores exponen dos actividades. La primera consiste en estudiar el volumen de agua que hay en un tanque que se está llenando a velocidad constante y a su vez vaciando también con velocidad constante. Mediante acciones guiadas para realizar en GG ("defina la función", "marque puntos de la gráfica para que quede visualizada la variación media", "use el comando pendiente de la recta") la actividad tiene como objetivo que los estudiantes perciban la tasa de variación de la función volumen respecto al tiempo transcurrido y la relacionen con la pendiente de la recta planteada. La segunda actividad trata sobre el movimiento de una moto modelado mediante una función homográfica. A través de acciones similares a la primera actividad indican al alumno graficar en GG la variación media en un intervalo determinado a través de un punto fijo y uno variable. También utilizan el comando pendiente para relacionar este concepto con el anterior y acercan el punto variable al fijo para estudiar el comportamiento. Tiene como propósito que los estudiantes construyan la recta tangente a la gráfica de la función en el punto fijo seleccionado y la identifiquen como la tasa de variación instantánea.

Podríamos seguir describiendo diferentes actividades o tareas encontradas en numerosos artículos. Lo que observamos de todos estos estudios es que el alumno usa algún applet diseñado por el docente o contesta preguntas en donde se le indica qué acciones hacer con el programa.

Dadas las potencialidades que tiene GG nos preguntamos si luego de que el estudiante realiza tareas con las características descriptas anteriormente es capaz de efectuar otro tipo de manipulación con el software. Los recursos mencionados son muy valiosos y se obtienen buenos resultados de aprendizaje cuando se utilizan. Nuestra inquietud es ¿qué tipo de tareas diseñar para que el alumno gradualmente incorpore el software a su actividad matemática sin necesidad de realizar los pasos que le indica el profesor? Procuramos que el estudiante ante un problema, ejercicio o concepto teórico, por sí mismo (sin una guía del profesor) realice acciones con GG que le permitan resolver ese ejercicio o poder comprender mejor ese concepto. Esto es, que integre el uso del GG a su actividad matemática como lo hace con la calculadora. Es un gran desafío, ya que por un lado tenemos que introducir al alumno en el uso de GG a través de recursos diseñados para que lo comience a incorporar como herramienta de trabajo y luego tratar, de cierta manera, que ese uso se haga cotidiano y que vaya más allá de graficar.

Somos docentes de Análisis Matemático I de carreras de Ingeniería. Con este planteamiento comenzamos una investigación en la que diseñamos tareas que clasificamos acorde al grado de interacción del alumno con el software.

A su vez, a la hora de analizar las acciones llevadas a cabo por los estudiantes, utilizamos las tipologías que establece Costa (2011) que especificamos en el marco teórico.
Presentamos en este artículo parte de la primera etapa de la investigación: una descripción de una de las tareas diseñadas con el uso de GG y los resultados obtenidos.

2. Marco Teórico

GG es uno de los softwares de Geometría Dinámica más difundido en las últimas dos décadas como herramienta auxiliar para la enseñanza de la matemática que tiene la ventaja de ser de código abierto y adaptable a todos los niveles educativos (Campos Nava y Torres Rodríguez, 2018). Incluye geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo con la posibilidad de incorporar actividades dinámicas. Su interfaz es de fácil uso y cuenta con poderosas herramientas. Ofrece a los docentes la oportunidad de crear materiales de aprendizaje interactivos como páginas web o applets, por lo que se convierte en una herramienta de autoría.
GG no es solamente un software libre, se ha convertido en una comunidad con millones de usuarios en casi todos los países del mundo en la que comparten sus recursos y experiencias en apoyo a la educación en ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas. Esto contribuye a la innovación en la enseñanza y aprendizaje en casi todas las latitudes (GeoGebra, 2020).
Además, GG brinda una serie de aplicaciones para usar en el celular que son gratuitas y disponibles para iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook y Linux, lo que asegura la utilización en diversos dispositivos.
Existen varios estudios que incorporan el uso de GG en las clases de matemática, algunos citados en la introducción del presente artículo. Entre ellos: Barahona et al (2015); Campillo, et al. (2021); Fiallo y Parada (2014); García Cuéllar et al. (2018); Garelik y Montenegro (2015); Pabón et al. (2015); Ruiz et al. (2018); Saucedo et al. (2014). Si bien estos trabajos se diferencian en varios aspectos (marco teórico, objetivos, metodología, etc.), podemos sintetizar algunas conclusiones en común. Uno de ellos es la motivación y participación que se logra tanto en el alumno como en el docente cuando usa este tipo de recursos. A su vez la utilización de este tipo de software agrega la posibilidad de trabajar en distintos registros de representación al mismo tiempo, construir gráficos y representaciones con un carácter dinámico permitiendo, de esta manera, una mejor visualización de las situaciones propuestas.
En cuanto al diseño de tareas, varios de los autores citados coinciden en que existe una fase de exploración en la que predomina la habilidad visual y manipulativa y el alumno puede realizar conjeturas. Luego se pasa a una fase de formalización o institucionalización de los contenidos y acá es primordial la presencia del docente. A su vez Muñoz Escolano (2016) sintetiza las conclusiones del Seminario sobre enseñar matemática con GG que organizó el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM) en 2015. Entre ellas se recomienda que las tareas tengan dos momentos: un primer momento exploratorio para favorecer la comprensión de la tarea y la aplicación eficaz de la técnica; y un momento posterior que consista en la resolución con lápiz y papel para favorecer la consolidación de lo realizado y los procesos de instrumentalización.
Costa (2011) pudo establecer tipologías sobre las acciones de los alumnos cuando trabajan con tareas con GG. El autor diseñó y puso a prueba una secuencia de siete actividades de Geometría Analítica para inducir a los alumnos a la "matematización" con acciones en lápiz y papel y en el entorno del software GG. Se define como matematización horizontal a la acción en la cual los estudiantes utilizan herramientas matemáticas que los ayudan a organizar y resolver un problema en el contexto de una situación realista. Implica transitar desde las situaciones en contextos hasta la simbología matemática. Esta matematización la divide según surja de la manipulación con el software GG (a la

que denotamos MHG) o en entorno de lápiz y papel (cuyas siglas establecimos MHE). La matematización vertical (MV) es aquella en la cual los alumnos descubren conexiones entre conceptos y estrategias y aplican estos descubrimientos. Implica procesos de abstracción y generalización.
El estudio fue cuantitativo y cualitativo. Del análisis del desarrollo de estas actividades y la respuesta a cuestionarios por parte de los 19 alumnos que intervinieron en la experiencia, pudo establecer las siguientes tipologías o categorías:

- Matematizadores completos: pueden contemplar las situaciones en sus aspectos matemáticos concretos y también pueden generalizar. Resuelven mediante GG las situaciones concretas que plantean las actividades y expresan correctamente por escrito los cálculos que conducen hacia las soluciones. A partir de situaciones concretas que resolvieron o estudiaron con ayuda del software, escriben expresiones algebraicas generales.
- Matematizadores horizontales: resuelven mediante GG y lo expresan por escrito, ambas cosas con altas consecuciones, pero obtienen un logro mucho más discreto en la generalización. Se mueven con comodidad dentro de situaciones concretas, pero les cuesta el movimiento vertical hacia las generalizaciones.
- Matematizadores tecnológicos: resuelven con alta consecución mediante GG, pero presentan un rendimiento significativamente más bajo cuando expresan por escrito, algebraicamente, los resultados. Y todavía tienen mayores dificultades para generalizar. Se mueven con comodidad en un entorno visual y manipulativo, pero no muestran igual desenvoltura por escrito.
- Matematizadores débiles: obtienen resultados bajos o discretos en todos los tipos de matematización. Ni siquiera en un entorno visual, manipulativo e interactivo matematizan con cierta desenvoltura.

3. Metodología

En la primera etapa de la investigación elaboramos tareas matemáticas con GG teniendo en cuenta el marco teórico. A su vez consideramos el propósito inicial de la investigación: tratar de lograr paulatinamente mayor independencia del alumno sobre el uso del software. En cada tarea establecimos:

- Objetivos. Decidimos si la tarea se usaría para introducir conceptos, presentar comandos o ejemplos de diversas situaciones, inferir relaciones entre objetos matemáticos, descubrir propiedades, entre otros.
- Interacción del alumno con GG. Esta interacción puede ser nula cuando, por ejemplo, el profesor utiliza la computadora y comparte con los alumnos lo que hace, hasta interacción con o sin guía del docente. El estudio de este aspecto nos brinda niveles de MHG.
- Acciones en lápiz y papel o pizarrón. Luego del momento exploratorio con el software es preciso realizar la justificación y fundamentación analítica ya sea en entorno de lápiz y papel o en el pizarrón. El estudio de este aspecto nos brinda niveles de MHE o MV.

Como resultado de esta etapa pudimos diseñar tipos de tareas con un orden creciente de interacción del alumno con el software y las fuimos implementando paulatinamente en la cursada de la materia. Algunas implicaron solo acciones del docente usando su computadora y televisor disponible en el aula, con lo cual la interacción del alumno con el software es nula. Otras se basaron en acciones guiadas o algún applet tal como las descriptas en la introducción del presente artículo. Por último, elaboramos tareas en las que no indicamos los pasos a seguir con GG.

En la segunda etapa implementamos estos tipos de tareas en una de las comisiones de la asignatura y las analizamos. Presentamos en este artículo un ejemplo del último tipo de tarea explicitado y los resultados obtenidos.

3.1. Tarea sobre asíntotas a una curva. Enunciado y justificación

Luego de estudiar las unidades de funciones y límites brindamos a los alumnos la siguiente tarea que debían completar a través de un formulario Google Drive. Cabe destacar que en el aula habíamos realizado tareas sin interacción y con interacción guiada. Los estudiantes conocían herramientas como deslizador y comandos como Asíntota.

El enunciado de la tarea fue:

> Estudiar las asíntotas de $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}$ siendo $a \in R$, si $a>0,\ a=0,\ a<0$
>
> *Pregunta 1*: ¿Qué harían en GG para entender el problema y tratar de resolverlo? (No hay que resolverlo, sólo explicar qué harían)
>
> *Actividad 1*: explorar en GG y subir una imagen de la función y sus asíntotas para a = 4, a = 0 y a = - 4. Contar los comandos que usaron y lo que hicieron en GG.
>
> *Actividad 2*: en lápiz y papel indicar las conclusiones a las que arribaron y su justificación. Subir tres archivos con lo realizado en forma prolija y legible: uno para el caso a > 0, otro para el caso a = 0 y otro para a < 0.
>
> *Pregunta 2*: ¿tuvieron dificultades para la justificación analítica? Explicar cuáles.
>
> *Pregunta 3*: ¿Les parece más sencillo de resolver si primero usan GG? Justificar la respuesta.

Figura 1. Consigna de la tarea brindada a los alumnos

Para el diseño tuvimos en cuenta las recomendaciones expuestas en el marco teórico:

1. Fase de información y exploración libre: al inicio de la actividad (pregunta 1) planteamos el problema para que el estudiante piense qué acciones haría con el software para comprender la situación. En esta fase los alumnos tenían que contestar sobre los comandos y acciones que podían realizar con GG para resolver el problema. En esta etapa analizamos la MHG.
2. Fase de exploración dirigida: la orientación está guiada en esta tarea por casos particulares del problema planteado (actividad 1) para que el estudiante, usando las diferentes herramientas del software, vaya encontrando respuestas al problema y plantee conjeturas respecto a las ecuaciones de las asíntotas a la función dada para los tres casos. En esta etapa estudiamos la MHG y la MHE.
3. Fase de explicitación: solicitamos la justificación formal (actividad 2), en entorno de lápiz y papel, de los resultados visualizados en las diferentes representaciones que ofrece el software: gráfica, algebraica y hoja de cálculo. En esta etapa analizamos la MV.

Agregamos dos preguntas para conocer la opinión de los estudiantes sobre el uso de GG en esta tarea.

4. Análisis de la tarea

Una vez entregada la consigna los estudiantes tuvieron una semana para resolverla. Fue realizada por 20 equipos de tres o cuatro integrantes cada uno.

Dividimos el análisis de los resultados en tres partes: en la primera estudiamos las respuestas y producciones en GG (MHG), en la segunda la justificación en lápiz y papel (MHE o MV) y, finalmente en la tercera, la valoración del software realizada por los alumnos.

A su vez, en todos los casos, realizamos una descripción general y luego mostramos ejemplos de diferentes tipos de respuestas.

4.1. Producciones en GG

Pregunta 1: ¿Qué harían para entender el problema y tratar de resolverlo? (no hay que resolverlo, sólo decir qué harían)

La mayoría de los grupos mencionaron el uso de un deslizador. Fueron 12 los equipos que indicaron definirlo y dos los que explicaron que cuando entraron la función con el parámetro en GG, en forma automática, establece un deslizador. En ambos casos manifestaron que de esta forma pudieron deducir qué pasaba para los distintos valores de "a" sobre las características de la función y sus asíntotas. Tres de los grupos expuso, en esta pregunta, las conclusiones respecto a las asíntotas que fueron observando (en dos casos justificaron con alguna explicación sobre el límite de variable infinita). En estos casos ya se produce un proceso de MV. Cinco fueron los grupos que contestaron que reemplazarían "a" por los tres valores pedidos. Un equipo no contestó esta pregunta.

Si bien las respuestas corresponden a una MHG, reflejan un uso diferente del programa: un nivel, que podríamos llamar inicial, en el que los estudiantes graficaron una función por cada caso y, aparentemente, con un solo valor de "a" para cada posibilidad, extrajeron las conclusiones. Otro nivel más avanzado donde escribieron en GG la función con el parámetro y se dieron cuenta que el programa ya les definía el deslizador. Es muy probable que no hayan tenido la intención de antemano trabajar con deslizador, pero el software se los propuso. En un nivel más avanzado en el cual no sólo definieron el deslizador previo a la entrada de la función, sino que escribieron qué conclusiones pudieron sacar (aunque en este punto no se pedían) para cada caso.

Brindamos ejemplos de las tres categorías mencionadas anteriormente:

Graficaríamos 3 veces F(x) y cambiaríamos el valor de A en cada una, luego observamos las asíntotas de cada función. En la primera A sería mayor que 0.

Para entender el problema en GeoGebra primero introducimos la función tal cual se nos presenta, luego al darle a la tecla de Enter el propio sistema nos agrega un desplazador correspondiente a "a", el cual podemos ir desplazando para ver como varía la función a medida que vamos cambiando el valor de "a" y de esta manera poder analizar como que esta misma cuando "a" es menor a cero, cuando es igual y cuando es mayor.

Para entender el problema con GeoGebra y tratar de resolverlo empezaríamos creando un deslizador llamado "a" con un mínimo = -5 y un máximo = 5. Luego, plantearíamos la función dada con dicho "a" en el denominador, de modo que, al variar "a" con el deslizador podamos apreciar el comportamiento de la gráfica cuando a<0, a=0 y a>0 y así darnos una idea de qué tipo de asíntotas tiene en función del valor de "a".

Actividad 1: Subir una imagen de lo obtenido para a = 4, a = 0, a = -4. Contar los comandos que usaron y lo que hicieron en GeoGebra

En cuanto a los comandos utilizados más mencionados fueron deslizador y Asíntota. Luego hay variantes de cómo los usaron. Fueron ocho los equipos que manualmente insertaron las funciones con los tres valores de "a" para subir cada imagen y el comando asíntota para graficarlas y hallar sus ecuaciones. Fueron ocho los equipos que explicaron que movieron el deslizador en los valores pedidos para observar lo que pasaba en cada uno de esos casos y subir las imágenes solicitadas usando el comando Asíntota.

Un equipo insertó manualmente cada caso y supuestamente calculó las ecuaciones de las asíntotas ya que no se evidencia comando alguno en las producciones.

Fueron tres los equipos que subieron cada imagen mostrando sólo la función para cada valor del parámetro sin las asíntotas correspondientes.

Mostramos tres imágenes que diferentes equipos dieron como respuesta a esta actividad. En la primera (figura 2) el equipo sólo mostró la gráfica de la función y de su asíntota oblicua para el valor de a = -4, sin ninguna aclaración ni los comandos usados.

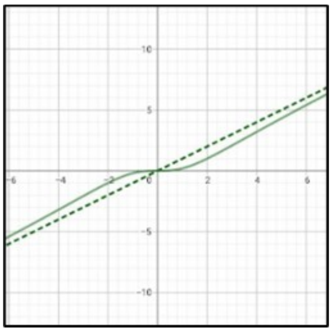


Figura 2. Producción de uno de los equipos

En la figura 3 mostramos la producción de un equipo que indicó la expresión analítica de la función, la ecuación de su asíntota oblicua en formato texto y dejaron el deslizador en evidencia:

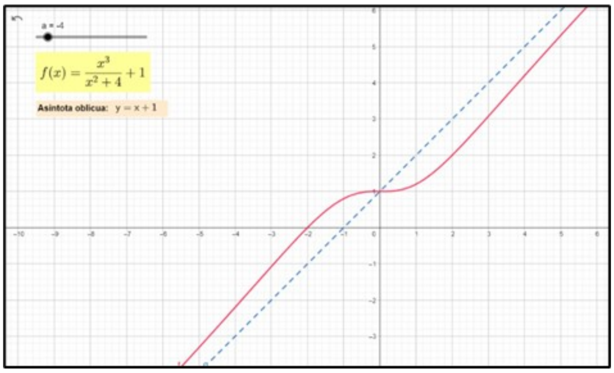


Figura 3. Producción de uno de los equipos

En la próxima imagen (figura 4) observamos el deslizador (posicionado en el valor pedido), la expresión analítica genérica y luego para ese valor y el comando asíntota. No hay texto en el gráfico.

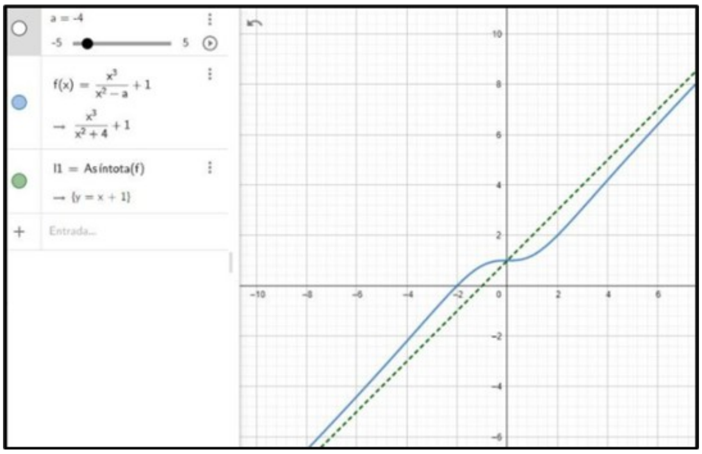


Figura 4. Producción de uno de los equipos

Ejemplos de respuestas:

En GeoGebra graficamos cada condición por separado y no utilizamos comandos específicos, ya que no sabíamos cómo utilizarlos de manera idónea. Empezamos graficando la función para a = 4 y le sacamos, tanto su asíntota vertical como la oblicua (con sus respectivas fórmulas de limite infinito), para a = 0 observamos que es igual a la asíntota oblicua, por lo tanto, se superpone a la misma, mientras que en a = -4 la graficamos y observamos su comportamiento.

En este caso utilizamos el comando "Asíntota", para que nos indique la ecuación y posición de la misma. También hicimos uso del 'deslizador', para ver los valores que tomaba "a", y como cambiaba la función según estos.

Como resumen de estos dos puntos en los que los estudiantes trabajaron con el entorno visual de GG, pudimos establecer diferentes niveles de MHG. A saber:

- Un nivel inicial en que observamos en las imágenes el gráfico de las tres funciones (una para cada valor del parámetro) sin las asíntotas ni sus ecuaciones.
- Otro nivel en el que en las imágenes observamos el gráfico de cada una de las tres funciones (sin deslizador) y las ecuaciones de sus asíntotas sin utilizar el comando correspondiente.
- Uno más avanzado en el que en las imágenes vemos el gráfico de las tres funciones (no se ve el deslizador ni el grupo indica que lo usó) y sus asíntotas con el comando correspondiente.
- En el último pudimos advertir definido el deslizador, la función con su parámetro, el comando Asíntota y el valor del deslizador detenido en los tres casos pedidos.

4.2. Producciones en lápiz y papel

Este análisis corresponde a la actividad 2:

Actividad 2: en lápiz y papel indicar las conclusiones a las que arribaron y su justificación. Subir tres archivos con lo realizado en forma prolija y legible: uno para el caso $a > 0$, otro para el caso $a = 0$ y otro para $a < 0$

Fueron cinco los equipos que no realizaron ninguna de las tres justificaciones analíticas bien, ni siquiera para valores particulares del parámetro “a”. Fueron tres los grupos que brindaron las ecuaciones de las asíntotas verticales y oblicua para $a = 4$ justificándolas a través del límite correspondiente, respondieron que en el caso de $a = 0$ coincidía la función con su asíntota oblicua (salvo para $x = 0$) y también dedujeron la asíntota oblicua para $a = -4$. Ejemplo de esto es la producción se encuentra en la figura que sigue:

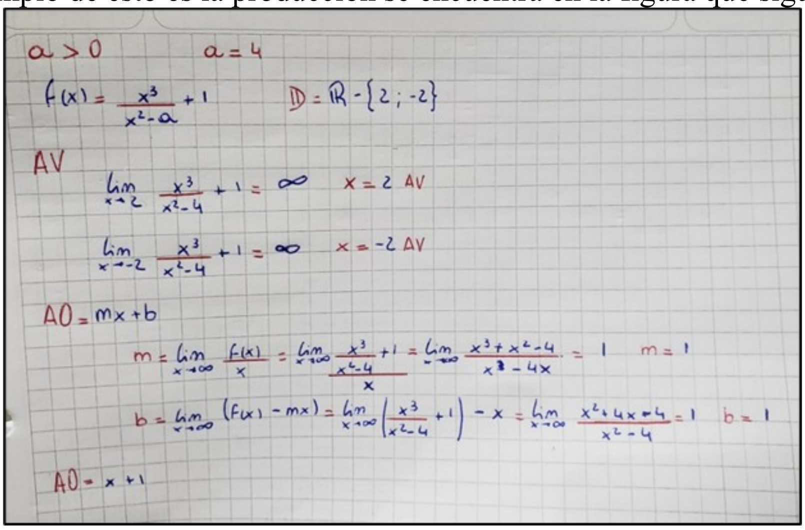


Figura 5. Justificación analítica de uno de los equipos

Fueron cuatro los equipos que justificaron en forma correcta y genérica dos de los casos pedidos: o positivo y cero o negativo y cero. Fueron ocho los grupos que realizaron una deducción genérica bien en los tres casos. Mostramos una de esas producciones en la figura 6 (observamos algunos errores de menor importancia como, por ejemplo, las ecuaciones de las asíntotas verticales).

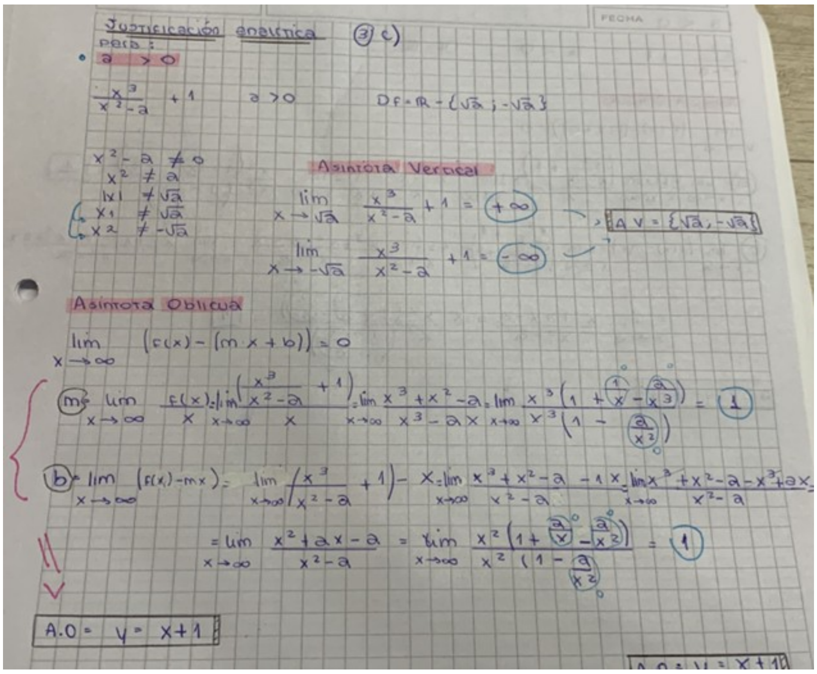


Figura 6. Justificación analítica de uno de los equipos

Entonces, en cuanto a las justificaciones analíticas sobre las ecuaciones de las asíntotas que tiene cada uno de los casos definidos por el parámetro (a>0, a=0, a<0), pudimos establecer niveles de MHE y de MV:

- No realizan MHE ni MV: el grupo no hace bien ninguna de las justificaciones solicitadas.
- Una MHE en la que el grupo justifica bien para el valor del parámetro concreto a = 4 o a = -4 o justifica bien para los tres valores concretos: a = 4, a = -4 y a = 0.
- Una MV no completa, en donde se justifica en forma genérica el resultado obtenido, pero no todos los casos del parámetro. Esto es sólo para el parámetro positivo o sólo para el negativo.
- Una MV completa en la que el grupo justifica en forma genérica y bien todas las ecuaciones de las asíntotas.

4.3. Preguntas de valoración del software GG

Pregunta 2: ¿Tuvieron dificultades para la justificación analítica? Explicar cuáles

Algunos equipos (seis en total) mencionaron en forma explícita que la dificultad fue la generalización, es decir, pensar el comportamiento de la función para cualquier valor de "a" en cada uno de los rangos determinados. Otros equipos no escribieron dicha palabra, pero dieron a entender que fue ese el obstáculo con expresiones como: "no estamos familiarizados con la expresión analítica", "las dificultades surgieron cuando a>0 y a<0" y otro "la dificultad fue para x > a porque nos confundimos con la raíz cuadrada." Suponemos que quisieron poner el caso de a > 0, ya que las asíntotas verticales se encontraban para $x=\sqrt{a}$ $x=-\sqrt{a}$. Fueron seis los equipos que mencionaron no haber tenido problemas para la justificación.

Pregunta 3: ¿Les parece más sencillo de resolver si primero usan GG? Justificar la respuesta

Una amplia mayoría de los equipos (19 de 20) responde que sí, que es más simple primero observar la situación en GG y luego realizar la justificación analítica. Algunos fueron más explícitos e indicaron que GG les ayudó a ver cuáles eran las asíntotas a la curva, las intersecciones con los ejes y cómo estos elementos iban cambiando a medida que cambiaba “a” y, a partir de esto, hacer la justificación correspondiente. Varios indicaron que esa visualización les permitió saber si lo que hacían analíticamente era correcto.

Mostramos dos respuestas:

No sentimos diferencia alguna, ya que de todas maneras tenes que recurrir a las ecuaciones para justificar lo que estás haciendo. La única ventaja que puede tener resolviendo primero en GeoGebra es que ya te da el valor de las asíntotas, o directamente si es que existen, por lo que si en las ecuaciones te da alguna asíntota que no aparece en GeoGebra se puede deducir que está mal hecha la ecuación.

Si, ya que la aplicación nos permite guiarnos para averiguar la ecuación de una asíntota, o para ver más claro donde corta la función a los ejes, si es que los corta, por ejemplo. Nos ayuda al mostrarnos cuales son los valores que nos deberían dar nuestros cálculos, y así sabemos de antemano si nuestras cuentas son correctas o no.

5.Resultados

Haciendo un paralelismo con lo establecido por Costa (2011) surgen, en forma emergente ya que es sólo una tarea la que analizamos, categorías similares. Cabe recordar que, en nuestro caso, los alumnos trabajaron en equipos de 3 o 4 integrantes.

- Matematizadores completos: pueden contemplar las situaciones en sus aspectos matemáticos concretos y también pueden generalizar. Resuelven mediante GG las situaciones que plantean las actividades y argumentan correctamente en forma analítica. Esta tipología está formada, en nuestro caso, por los equipos que evidenciaron una MHG en el último nivel y una MV completa. Queda por continuar el estudio para observar el comportamiento de los cuatro grupos que realizaron una buena MHG y que sólo pudieron generalizar uno de los casos del parámetro.
- Matematizadores horizontales: resuelven mediante GG y lo expresan por escrito, ambas cosas con altas consecuciones, pero obtienen un logro mucho más discreto en la generalización. Justificaron correctamente las situaciones concretas, pero no lograron generalizar. En nuestro caso correspondería a los grupos que realizaron una buena MHG y que justificaron analíticamente para valores concretos del parámetro.
- Matematizadores tecnológicos: resuelven con alta consecución mediante GG, pero presentan un rendimiento significativamente más bajo cuando expresan por escrito, analíticamente, los resultados. Tienen un nivel aceptable de consecución en el entorno visual y manipulativo, pero no muestran igual desempeño por escrito sobre el papel. En este caso tenemos tres equipos que realizaron una buena MHG y que no efectuaron ningún tipo de justificación analítica.
- Matematizadores débiles: obtienen resultados bajos o discretos en todos los tipos de matematización. Ni siquiera en un entorno visual, manipulativo e interactivo matematizan con cierta desenvoltura. En nuestro estudio correspondería a los dos niveles más bajos de MHG.

6. Reflexiones finales

Sobre las respuestas a la tarea mostrada y los niveles de matematización

Este tipo de tareas en las que el nivel de interacción de los alumnos con el software es alto, ya que son ellos los que tienen que decidir qué hacer para resolverlas, invitan a la manipulación con GG. Si bien no sabemos cómo se organizó cada equipo, en la mayoría de las producciones se evidenció trabajo e intentos de resolución. Algunos grupos estudiaron valores concretos de parámetros y otros en forma más general.

De acuerdo con el desempeño en GG o lápiz y papel pudimos establecer distintos niveles de matematización horizontal y de matematización vertical. La combinación de estos niveles nos permitió llegar a categorías similares a la que establece Costa (2011), salvo tres equipos que tuvieron una matematización horizontal alta en el entorno visual y media en cuanto a la matematización vertical. También observamos que la mayoría de los equipos evidencia un buen nivel de MHG, pero no así lo que implica acciones en lápiz y papel.

Coincidimos con este autor que el trabajo en un entorno GG con tareas especialmente diseñadas es adecuado para una primera fase donde domina la competencia visual y manipulativa. En cambio, la argumentación por escrito demanda competencias diferentes como puede ser la comunicativa o la de generalización de resultados. Esto requiere un trabajo posterior más convencional en el cual la intervención del profesor es fundamental.

Sobre las valoraciones de los alumnos

La gran mayoría de los alumnos valora positivamente haber podido "ver" en el software los cambios de asíntotas de la función a medida que variaba el parámetro para interpretar la situación planteada. En muchas respuestas encontramos que el peso que se le da al resultado con el GG es mayor al de la justificación analítica. Es decir, los estudiantes indicaron que lo que veían en la pantalla les sirvió para saber si lo que estaban haciendo analíticamente estaba bien. Es nuestro desafío crear situaciones en donde se ponga en conflicto esta postura.

Sobre acciones para lograr un uso cotidiano del software por parte del alumno

La tarea mostrada no indicaba cómo manipular el software ni qué comandos usar. Estimamos que el trabajo intensivo en el aula con tareas sin interacción y con interacción guiada produjo que la mayoría de los equipos pudiera resolver la tarea con el GG sin inconvenientes. Las mayores dificultades se observaron a la hora de la justificación en lápiz y papel.

Continuamos con la investigación emprendida para indagar sobre el tipo de tareas a ser utilizadas para que el alumno pueda incorporar el uso del software a su actividad matemática sin que el docente le indique qué hacer.

Bibliografía

Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B e Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. Revista Tecnológica ESPOL (RTE), 28 (5), 121-132. http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429

Campillo, A., Cafferata, S. Srour, Y. y Kostov, G. (2021). GeoGebra como herramienta en la resolución de problemas de optimización. Memorias IV día GeoGebra Argentina y IX GeoGebra Iberoamericano. YouTube. https://youtu.be/7zXhPEqYS2o

Campos Nava, M. y Torres Rodríguez, A. A. (2018). Diseño de Tareas de Aprendizaje Matemático con GeoGebra: Mecanismos Articulados. Pädi. Boletín Científico del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería, 10, 80-85. https://doi.org/10.29057/icbi.v5i10.2939

Costa, J. (2011). Plataforma de matematización en un entorno GeoGebra dentro de un planteamiento didáctico «desde abajo hacia arriba». Enseñanza de las Ciencias, 29 (1), 101–114. https://doi.org/10.5565/rev/ec/v29n1.527

Fiallo, J. y Parada, S. (2014). Curso de precálculo apoyado en el uso de GeoGebra para el desarrollo del pensamiento variacional. Revista Científica, 20, 56-71. https://doi.org/10.14483/23448350.7689

Garelik y Montenegro (2015). Un problema de movimiento parabólico en Cálculo con uso de GeoGebra. VI Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación Virtual y a Distancia.

GeoGebra. (2020). ¿Qué es GeoGebra? https://www.geogebra.org/about

García Cuéllar, D., Martínez Miraval, M y Flores Salazar, J. (2018). Genesis instrumental de la razón de cambio instantánea mediada por GeoGebra. En L. Serna y D. Páges (eds), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 31 (2) (pp. 1876-1883).

González, C., Vigo, K., Saravia, N. y Advíncula, E. (2018). Una secuencia didáctica para la comprensión del Concepto de derivada mediada por el software GeoGebra. En L. Serna y D. Páges (eds), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 31 (2) (pp. 1352-1358).

Muñoz Escolano, J. (2016) Crónica del encuentro: Enseñar matemáticas con GeoGebra: retos, roles, resultados. Muñoz Escolano, J. (2016) https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/s81-secretos_geogebra.pdf

Pabón, J., Nieto, Z., Gómez C. (2015). Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. Revista Logos, Ciencia y Tecnología, 7 (1), 64-70. https://doi.org/10.22335/rlct.v7i1.257

Ruiz, L., Del Rivero, S. y Valenzuela, H. (2018). GeoGebra: auto regulador del aprendizaje en conocimientos previos en cálculo diferencial. Revista Entorno Académico, 20, 15-22.

Saucedo, R., Godoy, J., Fraire, R. y Herrera, H. (2014). Enseñanza de las integrales aplicadas con GeoGebra. El Cálculo y su Enseñanza 5 (5), CINVESTAT, 125-138.

Artículo 2

Revista digital
Matemática, Educación e Internet
https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica
Vol 24, No 1. Agosto, 2023 – Febrero, 2024

ISSN 1659 -0643

Interactividad en tareas matemáticas con GeoGebra

| Interactivity in mathematical tasks with GeoGebra |

Adriana Favieri
afavieri@unlam.edu.ar
Universidad Nacional de La Matanza
San Justo. Argentina

Betina Williner
bwilliner@unlam.edu.ar
Universidad Nacional de La Matanza
San Justo. Argentina

Interactividad en tareas matemáticas con GeoGebra
Interactivity in mathematical tasks with GeoGebra

Adriana Favieri
afavieri@unlam.edu.ar
Universidad Nacional de La Matanza.
San Justo. Argentina

Betina Williner
bwilliner@unlam.edu.ar
Universidad Nacional de La Matanza.
San Justo. Argentina

Resumen

Se presenta el diseño de tareas de matemáticas con uso del software GeoGebra para la enseñanza de Análisis Matemático I, en carreras de ingeniería. El objetivo principal es lograr que el alumno use el software sin la orientación del docente. Se intenta que el estudiante ante un problema, ejercicio o concepto teórico, por sí mismo (sin una guía del profesor) realice acciones con GeoGebra que le permitan resolver ese ejercicio o comprender mejor ese concepto. Así se considera necesario emplear el software de manera gradual en las clases para incorporar tanto conceptos propios de la asignatura como su uso. Se delimitaron aspectos teóricos sobre el diseño poniendo énfasis en la interacción GeoGebra-alumno, lo que permitió categorizarlas. Se incluyen ejemplos detallados de cada una de ellas. Se concluye con algunas consideraciones sobre las tareas diseñadas, la conveniencia de contar con una categorización acorde a la interacción del alumno con el software, la manera crítica de usarlo para lograr que los alumnos también adquieran habilidades vinculadas a justificaciones, fundamentaciones y desarrollos analíticos.

Palabras clave: GeoGebra, interactividad, tareas matemáticas, Análisis Matemático I

Abstract

GeoGebra software is used to design mathematical tasks for Mathematical Analysis I classes in engineering. An important goal is to get students to use the software without teacher guidance. Students are expected to use GeoGebra independently (without teacher guidance) to solve a problem, perform an exercise, or better understand a theoretical concept. In order to integrate both the concepts of the subject and the use of the software, it is considered necessary to use the software gradually in the classroom. Theoretical aspects of the design were narrowed down, focusing on the interaction between GeoGebra and the students. As a result, mathematical tasks were categorized. Each example is explained in detail. The conclusion refers to some considerations about the designed tasks, the appropriateness of the categorization according to the students' interaction with the software, and the critical way to use them to ensure that students also acquire skills in reasoning, foundations, and analytical development.

KeyWords: GeoGebra, interactivity, math tasks, Calculus I

1. Introducción

El uso de herramientas tecnológicas como teléfonos inteligentes, tabletas y computadoras es una característica de estos tiempos. La gran mayoría de la población, y en especial la estudiantil, usa dispositivos móviles para comunicarse, recrearse, sacar fotos, leer, acceder a redes sociales y navegar por internet. En cuanto al ámbito educativo, la tecnología ha llegado de diferentes maneras: plataformas digitales, MOOCS, softwares específicos, aplicaciones, aulas virtuales, correctores de ortografía, traductores, sitios con recursos didácticos, videos tutoriales, entre otros. Entre estas múltiples funciones se cuenta, en el aula de matemática, con programas de geometría dinámica. Un ejemplo de éstos es GeoGebra, uno de los más usados en las instituciones educativas dado que es libre, gratuito y se adapta a varias áreas de la matemática desde niveles iniciales hasta universitarios. Además, cuenta con una trayectoria de investigación con resultados positivos, algunos de los cuales se exponen a continuación.

Rojas-Bello (2020) realizó una experiencia didáctica mediante actividades con lápiz y papel y uso de GeoGebra en la asignatura Geometría III en la carrera Licenciatura en Matemática en República Dominicana. Observó que la posibilidad que da el software para manipular los datos iniciales de los problemas permitió crear nuevas familias de objetos geométricos, ilustrando mejor algunos conceptos. Si bien se obtuvo buena participación, motivación de los estudiantes y apropiación de conocimientos geométricos tratados, recomienda focalizar las instrucciones del GeoGebra en las actividades para poder organizarlas en un tiempo pertinente en las clases.

Por su parte, Ramírez (2021) expone una experiencia sobre el uso de GeoGebra para estudiar temas relacionados con integración múltiple con alumnos de la carrera de Bachillerato y Licenciatura de la Enseñanza de la Matemática en la Universidad de Costa Rica. En las clases el profesor explicaba la teoría y daba ejemplos, en cuya solución, en la mayoría de los casos, se acudía al uso de GeoGebra. De igual manera, los educandos debían resolver ejercicios, interpretando la resolución por medio de los gráficos hechos en el software para posteriormente revisar las respuestas en conjunto.

El autor analizó las producciones de las tres pruebas parciales de evaluación del curso ya que el estudiante podía recurrir al uso del programa. Entre las conclusiones, señaló que el uso del software beneficia la motivación y el interés e inclusive puede mejorar la comprensión de forma significativa y consecuentemente optimizar el rendimiento académico. Indicó que el docente es el responsable de diseñar las situaciones didácticas más convenientes para optimizar el uso de GeoGebra (o cualquier otro paquete computacional) y así aprovechar sus potencialidades.

Campos Nava et al. (2021) usaron GeoGebra con alumnos de álgebra lineal implementando una actividad con matrices y determinantes con el objetivo de identificar patrones y crear conjeturas. Si bien los autores no muestran resultados de aprendizaje, en sus conclusiones indican que, para el diseño de actividades, el docente puede recurrir a la combinación de elementos de fuentes diversas como históricas y epistemológicas y considerar las potencialidades de la herramienta tecnológica.

Por último, se menciona la revisión que realizaron Wassie y Zergaw (2018) sobre aproximadamente 90 investigaciones sobre el uso de GeoGebra a nivel mundial. Entre las conclusiones principales se destacan que el software mejora el interés de los estudiantes y permite diferentes aprendizajes, que tiene la capacidad de hacer que los conceptos sean más claros, tangibles y comprensibles. A su vez permite gráficos dinámicos además de estáticos, favorece la visualización de figuras en 3D. El docente puede presentar ideas para que los alumnos investiguen, deduzcan patrones y prueben conjeturas. En todos los casos, el papel del profesor es vital y se debe tener cuidado al diseñar el tipo de actividades a realizar.

Esta exposición de antecedentes tiene como objetivo mostrar todas las ventajas sobre la incorporación de GeoGebra en las clases y a su vez dejar a la luz ciertas cuestiones que se necesitan profundizar como, por ejemplo, sobre el diseño de cierto tipo de tareas, lo que se explica en el apartado siguiente.

1.1 Planteamiento del problema

En la cátedra de Análisis Matemático I de carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de La Matanza, Argentina, se realizaron diversas investigaciones sobre el uso del software GeoGebra en el aula obteniéndose resultados similares a los mostrados y quedando abierta la línea de investigación sobre diseño de tareas.

En la actualidad se estudia sobre la elaboración de tareas convenientes para que el estudiante incorpore el uso de GeoGebra a su actividad matemática habitual. Se pretende que el alumno no solo conozca el software y realice algunas acciones propuestas por las tareas dadas, sino que sea capaz de hacer un uso activo del mismo. Se intenta que el estudiante ante un problema, ejercicio o concepto teórico, por sí mismo (sin una guía del profesor) realice acciones con GeoGebra que le permitan resolver ese ejercicio o comprender mejor ese concepto. De esta manera se considera que es necesario emplear el software de forma gradual en las clases para incorporar tanto conceptos propios de la asignatura como su uso.

Se muestra en este artículo una propuesta de diseño de tres tareas con distinta complejidad y diferente uso del software en cada una de ellas. Se concluye con algunas consideraciones sobre las tareas diseñadas y recomendaciones sobre su implementación.

2. Marco teórico

2.1 Actividades matemáticas realizadas con tecnología

Arcavi y Hadas (2002) son referentes teóricos sobre actividades matemáticas con uso de tecnología. Los autores plantean que dichas actividades deben promover procesos como los de visualización, experimentación, sorpresa, retroalimentación y necesidad de argumentar y probar. Sostienen que la visualización se refiere a la habilidad de representar, transformar, comunicar, argumentar, explicar un hecho a partir de lo observable por ejemplo en un gráfico. Vinculan la experimentación con las facilidades que algunas herramientas tecnológicas permiten, por ejemplo, el uso de entornos dinámicos que proponen diferentes posibilidades de solución a una situación propuesta. Explican que la sorpresa se refiere a las respuestas rápidas que los estudiantes dan a ciertos problemas que luego no coinciden con las posibilidades de otras soluciones que pueden explorarse haciendo uso de la tecnología. Indican que la retroalimentación se puede lograr cuando, por ejemplo, se comparan resultados o cuando se reformulan procesos en los cuales la expectativa inicial no coincide con los resultados obtenidos. Expresan que la necesidad de argumentar y probar puede darse cuando el alumno explica a través de palabras que un resultado no se ajusta el contexto de un problema.

2.2. Sobre el software GeoGebra

GeoGebra es uno de los programas de geometría dinámica, de código abierto más utilizados en todos los niveles educativos (Campos Nava y Torres Rodríguez, 2018). Es posible trabajar con conceptos de geometría, álgebra, estadística y cálculo a través de hojas de cálculo y gráficos, con la posibilidad de utilizar acciones dinámicas. Es de uso sencillo y es posible crear materiales de aprendizaje interactivos. Además, cuenta con una comunidad de millones de usuarios en casi todos los países del mundo que comparten recursos y experiencia para apoyar la educación en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (GeoGebra, s.f.). Ofrece una gama de aplicaciones móviles gratuitas para IOS, Android, Windows, Mac, Chromebook y Linux, lo que permite su uso en una amplia gama de dispositivos.

Tareas matemáticas con incorporación de GeoGebra

Las tareas son uno de los recursos más importantes que tiene el profesor para lograr que los alumnos entiendan los conceptos matemáticos (Campos Nava y Torres Rodríguez, 2018). Sosa et al (2008) sugieren que para diseñar tareas con software es conveniente aprovechar las posibilidades de usar tablas, crear gráficos, construir funciones y verificar cálculos; de tal manera que los alumnos puedan experimentar con los objetos matemáticos, analizando las propiedades y características de diferentes situaciones. Estos autores también aconsejan incentivar el uso de múltiples registros de representación semiótica de un mismo objeto matemático y facilitar el proceso de visualización matemática, fomentar la experimentación y exploración, y luego arribar a conclusiones, establecer conjeturas y generar argumentos.

Entre las conclusiones de uno de los grupos del CIEM (Muñoz-Escolano, 2016) sobre tareas con GeoGebra se recomienda que tengan dos momentos: el primero exploratorio para favorecer la comprensión de la tarea y la aplicación eficaz de la técnica; y un momento posterior que consista en la resolución con lápiz y papel para favorecer la consolidación de la técnica y los procesos de instrumentalización.

Fiallo y Parada (2014) explican la reinterpretación de las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele que dieron lugar a pautas para el diseño de tareas con GeoGebra:

Fase de información y exploración libre: al inicio de la actividad se plantea el problema para que el estudiante lo trate de resolver sin el uso del software (de manera individual o grupal). La idea es que el alumno trabaje con sus conocimientos previos para resolver el problema de manera intuitiva y logre aproximarse a la solución.

Fase de socialización de los resultados obtenidos: los estudiantes comunican sus soluciones a todo el grupo, aclaran dudas, corrigen errores, y se promueve la necesidad de ofrecer una solución matemática válida al problema planteado.

Fase de exploración dirigida: se parte de la exploración de un archivo de GeoGebra para que, a través de la exploración y de la orientación guiada por preguntas, el estudiante, usando las diferentes herramientas del software, vaya encontrando respuestas al problema, plantee conjeturas y justifique matemáticamente los resultados visualizados en las diferentes representaciones que ofrece el software: gráfica, algebraica, hoja de cálculo.

Fase de explicitación: se debate lo que cada uno hizo con orientación del profesor de tal manera que se llegue a la construcción del conocimiento que es el objetivo de la actividad

Orientación libre: se plantea un nuevo problema en el que el estudiante tiene que aplicar lo que aprendió, pero no de manera mecánica.

3. Método

3.1. Delimitación de aspectos teóricos

Conforme a las posturas teóricas previamente expuestas se adaptaron definiciones y se precisaron otros aspectos. Se propone una definición de tareas de matemática con uso de software GeoGebra, estableciéndose sus características, fases y acciones. A continuación, se establece una categorización de dichas tareas.

3.1.1. Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra

Al resolver problemas o analizar conceptos matemáticos con la incorporación de GeoGebra se trabaja en diferentes entornos. Uno de ellos es el tecnológico, que se refiere a los comandos e ingresos en el software. Otro es el entorno de lápiz y papel o pizarrón, según lo realicen los alumnos o el docente respectivamente, que incluye las notas escritas, argumentos teóricos y/o demostraciones.

A partir de la postura de Arcavi y Hadas (2002) se define *Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra* (TMGG) a aquellas actividades matemáticas en las que se utilizan tanto el entorno tecnológico como el de lápiz y papel (o pizarrón), con el fin de facilitar procesos de visualización, experimentación, sorpresa, retroalimentación y necesidad de argumentar y/o formalizar lo realizado.

3.1.2. Características de las tareas de matemática con uso de software GeoGebra

Se considera que las tareas tienen que incluir:

- Objetivos: se debe indicar con qué propósito se utilizará el software. Por ejemplo, para mostrar conceptos, introducir temas, presentar comandos o, si se pretende que el alumno infiera relaciones entre objetos matemáticos o descubra propiedades.
- Nivel de interacción del alumno con GeoGebra: se considera interacción al conjunto de acciones llevadas a cabo por el estudiante cuando utiliza el software. Esta puede ser desde niveles nulos, en los cuales sólo el profesor lo utiliza (desde su computadora, por ejemplo) y comparte con los alumnos lo que hace, hasta una interacción plena que puede ser con o sin guía del docente.
- Acciones para realizar en entorno de lápiz y papel o pizarrón: es preciso que haya un ida y vuelta entre el trabajo en los dos entornos. El tecnológico facilita la visualización de conceptos, relaciones, propiedades, pero la fundamentación, justificación analítica o formalización de conceptos, es preciso realizarla en el de lápiz y papel o en el pizarrón, según corresponda.

3.1.3. Fases de las tareas de matemática con uso de software GeoGebra

Para este trabajo, inspirados en las fases del modelo de Van Hiele y las recomendaciones de CIEM (2016), se optó por incluir las siguientes (no necesariamente todas en la misma tarea):

Fase de información y exposición: momento en el cual el docente expone contenidos, tanto en el pizarrón como en el software, muestra comandos e indica su utilidad.

Fase de exploración dirigida: aquella en la cual el docente va guiando al alumno sobre las acciones a realizar usando GeoGebra y sus cuadernos.

Fase de exploración libre: momento en el cual el alumno explora GeoGebra sin guía del docente. Es conveniente que trabajen en grupo de manera tal que puedan discutir qué comandos o acciones resultarían más adecuados para lo que están resolviendo.

Fase de formalización: momento en el cual el docente resume todo lo trabajado con GeoGebra formalizando conceptos, propiedades o relaciones y utilizando la escritura matemática correcta.

Fase de fundamentación: momento de la actividad en la cual los alumnos deben argumentar las conclusiones a las que llegaron utilizando GeoGebra y justificar analíticamente los resultados.

3.1.4. Acciones de las tareas de matemática con uso de software GeoGebra

Las acciones se refieren a las labores que se realizan en los diferentes entornos en los que se trabaja.

3.2. Ficha técnica para el diseño de tareas de matemática con uso de GeoGebra

Con el fin de facilitar el diseño de cada tipo de tarea se elaboró la denominada Ficha Técnica para el diseño de TMGG que se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Ficha técnica para el diseño de TMGG

Tema para desarrollar	
Características	
Objetivos	
Nivel de interacción	

del alumno con GeoGebra	
Ítems para realizar en lápiz y papel o pizarrón	
Fases	
Información y exposición	
Exploración dirigida	
Exploración libre	
Formalización	
Fundamentación	
Acciones	
En esta sección describimos todo lo que hace el docente, los comandos que usa y lo que escribe y formaliza en el pizarrón	
En GeoGebra	En el pizarrón y/o cuadernos

3.3. Categorización de tareas de matemática con uso de software GeoGebra

Se crearon tres categorías de tareas con un orden creciente de interacción del alumno con GeoGebra. Las denominamos TMGG sin interacción, TMGG con interacción guiada y TMGG con interacción libre:

3.3.1. Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra sin interacción (TMGGSI)

Son aquellas tareas en las cuales el docente, usando su computadora o dispositivo electrónico y los televisores disponibles en las aulas, o en clases virtuales, expone los temas específicos de la asignatura con inclusión de GeoGebra, realizando acciones tanto en el software como en el pizarrón. El objetivo es introducir temas, conceptos o relaciones entre objetos matemáticos utilizando el programa de manera conjunta con el pizarrón. El profesor muestra el uso de comandos necesarios para el tema elegido a la vez que guía a los alumnos con preguntas sobre lo visto. La interacción del alumno con GeoGebra es nula, es el docente quien lo usa, dirige la clase e invita a los alumnos a realizar acciones en entorno de lápiz y papel. Los ítems para realizar en el pizarrón corresponden a anotaciones para resumir lo realizado y a la formalización de los conceptos, interpretación geométrica o propiedad estudiada. Ejemplos de temas que podrían desarrollarse con este tipo de tareas son: definición de función continua en un punto, orden de contacto entre dos curvas, sumas de Riemman, entre otros.

3.3.2. Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra con interacción guiada (TMGGIG)

Son las tareas en las cuales se usa tanto el entorno tecnológico como el de lápiz y papel durante las clases. El docente enseña diferentes comandos y herramientas a la par de contenidos matemáticos específicos y los alumnos usan la aplicación GeoGebra en sus celulares acorde a la guía del docente. El docente guía al alumno en las acciones a ser efectuadas en el programa y luego les solicita que extraigan conclusiones o realicen alguna conjetura. A continuación, se hace una puesta en común y, si es necesario, se formalizan contenidos. La interacción del alumno con GeoGebra es alta pero guiada por el docente. Los ítems para realizar en el entorno de lápiz y papel corresponden a la generalización de las propiedades vistas utilizando lenguaje matemático apropiado, tanto en los cuadernos de los alumnos como en el pizarrón. Ejemplos de contenidos que podrían realizarse en estas tareas son: estudio de las características principales de funciones sencillas, exploración de traslación de funciones, resolución de ejercicio de interpretación geométrica de la derivada, entre otros.

3.3.3. Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra con Interacción Libre (TMGGIL)

Son las tareas realizadas exclusivamente por los alumnos, generalmente en grupos. Son domiciliarias con plazo de entrega de una semana. El objetivo es que los alumnos puedan resolver algún ejercicio específico, buscar patrones o relaciones y justificar analíticamente lo realizado. La interacción del alumno con GeoGebra es alta y libre, sin intervención del docente. También implica acciones en lápiz y papel para realizar justificaciones analíticas sobre lo realizado con el software. Ejemplos de temas para este tipo de tareas: estudio de las asíntotas de una función racional de acuerdo con la variación de un parámetro, análisis de la continuidad de una función definida por intervalos acorde a la variación de parámetros, estudio de funciones, entre otros.

4. RESULTADOS

4.1. Ejemplos de las tareas de matemática con uso de software GeoGebra

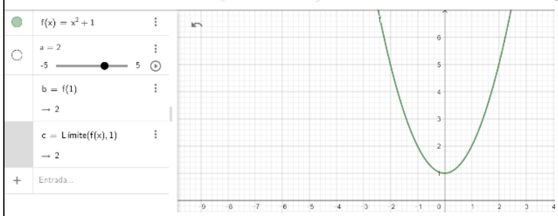
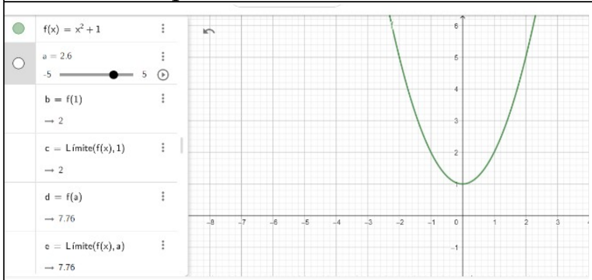
A modo de aclaración, cada una de las tres categorías de las TMGG puede usarse en cualquier momento del desarrollo de las clases, esta elección queda a cargo del docente del curso. A continuación, se muestran ejemplos de cada una de las categorías.

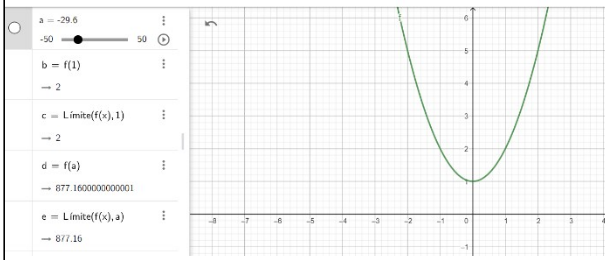
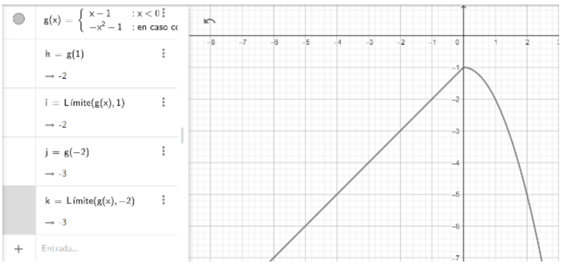
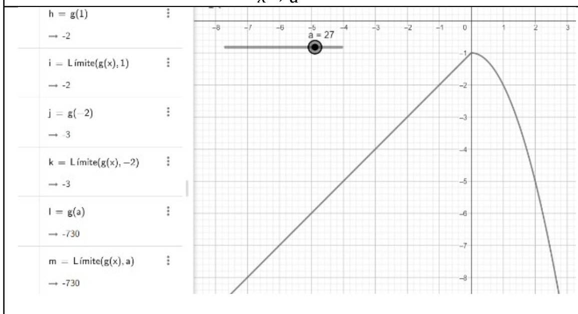
4.2. Ejemplo de tarea de matemática con uso de software GeoGebra sin interacción

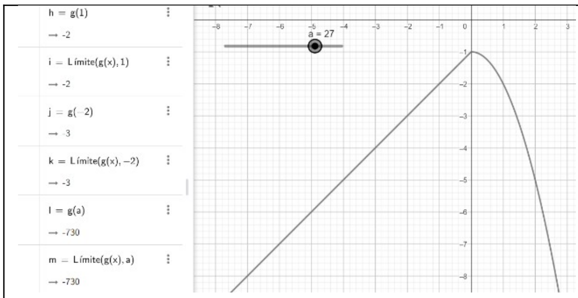
Esta tarea, que se muestra en la tabla 2, requiere que se haya trabajado previamente ingreso de funciones en GeoGebra, creación y uso de deslizadores y los comandos de límite.

Tabla 2. Ejemplo de TMGG sin interacción

Tema para desarrollar: definición de continuidad de una función en un punto	
Enunciado	
Dadas las funciones $f(x)=x^2+1$ y $g(x)=\begin{cases} x-1 x<0 \\ -x^2-1 x\geq 0\end{cases}$. Hallar: $f(1)\, y \lim_{x\to 1} f(x)$ $f(a)\, y \lim_{x\to a} f(x) \forall a \in D_f$ $g(1)\, y \lim_{x\to 1} g(x)$ $g(-2)\, y \lim_{x\to -2} g(x)$ $g(a)\, y \lim_{x\to a} g(x) \forall a \in D_g$	
Características	
Objetivos	Deducir, utilizando GeoGebra, la definición de continuidad de una función en un punto
Nivel de interacción del alumno con GeoGebra	Nulo. El docente muestra en pantalla lo que hace en GeoGebra
Ítems para realizar en lápiz y papel o pizarrón	Lo realiza el docente en el pizarrón
Fases	
Información y exposición	Se comienza la clase explicando que con la ayuda de GeoGebra se calcularán imágenes y límites de funciones dadas con el objetivo de

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">comparar los valores obtenidos. Se escribirá lo analizado en el pizarrón.</td></tr>
<tr><td>Exploración dirigida</td><td colspan="2">no</td></tr>
<tr><td>Exploración libre</td><td colspan="2">no</td></tr>
<tr><td>Formalización</td><td colspan="2">Sí, a cargo del docente en el pizarrón</td></tr>
<tr><td>Fundamentación</td><td colspan="2">no</td></tr>
<tr><td colspan="3">Acciones</td></tr>
<tr><td colspan="3">A continuación, se describen las acciones del profesor tanto en GeoGebra como en el pizarrón.
El docente muestra la pantalla de GG desde su página Web, ingresa la función $f(x)=x^2+1$, crea un deslizador “a” y les pregunta a los alumnos sobre su dominio y lo escribe en el pizarrón.</td></tr>
<tr><td colspan="2">En GeoGebra</td><td>En el pizarrón</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>$f(x)=x^2+1$
$D_f=R$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Calcula $f(1)$ y $\lim_{x\to 1} f(x)$ y que escribe los resultados en el pizarrón.</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>$f(x)=x^2+1$
$D_f=R$
$f(1)=2$
$\lim_{x\to 1}(x^2+1)=2$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Luego explica que, como hay que repetir los cálculos para cualquier valor “a” del dominio de la función, se puede usar el deslizador previamente definido para calcular $f(a)$ y $\lim_{x\to a} f(x)$. Lo acciona y va preguntando por los resultados obtenidos para cada valor de $a\in(-5,5)$y escribe en el pizarrón</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td><td>$f(x)=x^2+1$
$D_f=R$
$f(1)=2$
$\lim_{x\to 1}(x^2+1)=2$
$\forall a\in(-5,5): f(a)=\lim_{x\to a} f(x)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Luego invita a modificar el intervalo de definición del deslizador y hacer los mismos cálculos.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
</td><td>$f(x)=x^2+1$
$D_f=R$
$f(1)=2$
$\lim_{x\to 1}(x^2+1)=2$
$\forall a\in(-50,50): f(a)=\lim_{x\to a} f(x)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Acompaña a los alumnos a razonar que puede generalizarse los valores de a para cualquier valor del dominio de la función escribiendo:</td></tr>
<tr><td></td><td>$f(x)=x^2+1$
$D_f=R$
$f(1)=2$
$\lim_{x\to 1}(x^2+1)=2$
$\forall a\in D_f\, f(a)=\lim_{x\to a} f(x)$</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Luego ingresa la función $g(x)$ usando el comando $Si(x<0, x-1, -x^2-1)$. Pregunta por su dominio. Calcula $g(1)\, y \lim_{x\to 1} g(x)$ y $g(-2)\, y \lim_{x\to -2} g(x)$ y escribe todo en el pizarrón.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$g(x)=\begin{cases} x-1 & x<0 \\ -x^2-1 & x\geq 0\end{cases}$
$D_f=R$
$g(1)=-2$
$\lim_{x\to 1}(-x^2-1)=-2$
$g(-2)=-3$
$\lim_{x\to -2}(x-1)=-3$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Luego indica que deberían hacer el mismo procedimiento llevado a cabo con la función $f(x)$, calculando $g(a)=\lim_{x\to a} g(x)$ usando el deslizador y escribe en el pizarrón</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$g(x)=\begin{cases} x-1 & x<0 \\ -x^2-1 & x\geq 0\end{cases}$
$D_f=R$
$g(1)=-2$
$\lim_{x\to 1}(-x^2-1)=-2$
$g(-2)=-3$
$\lim_{x\to -2}(x-1)=-3$
$\forall a\in(-50,50): g(a)=\lim_{x\to a} g(x)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Invita a los alumnos a razonar sobre la generalización para todo valor del dominio.</td></tr>
</table>

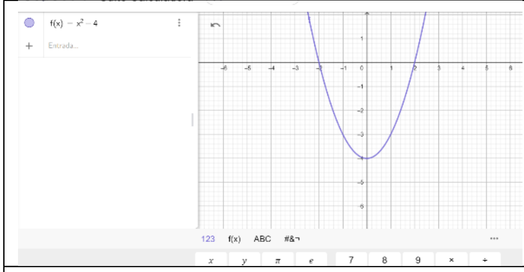
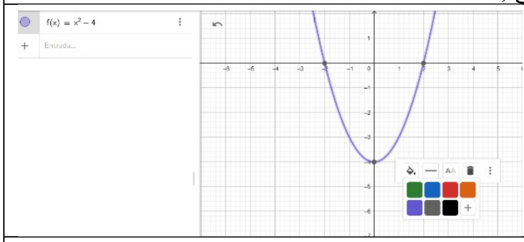
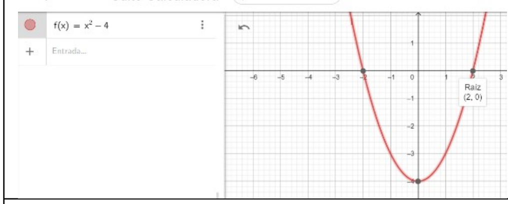
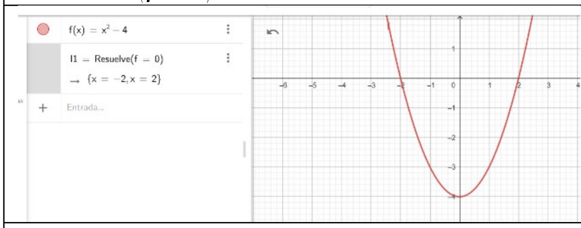
	$g(x)=\begin{cases} x-1 & x<0 \\ -x^2-1 & x\geq 0\end{cases}$ $D_f=R$ $g(1)=-2$ $\lim_{x\to 1}(-x^2-1)=-2$ $g(-2)=-3$ $\lim_{x\to -2}(x-1)=-3$ $\forall a \in D_g : g(a)=\lim_{x\to a} g(x)$
A partir de estos ejemplos, guía a los alumnos a la definición de función continua en un punto, por lo que escribe en el pizarrón	
	$f(x)\, es\, continua\, en\; x=a \Leftrightarrow$ $i ¿ \exists f(a)$ $ii ¿ \exists \lim_{x\to a} f(x)$ $iii ¿ \lim_{x\to a} f(x)=f(a)$
Y puede agregar que, si esto se cumple para todo a del dominio de la función, se dice que la función es continua en su dominio:	
	$f(x)\, es\, continua\, en\, su\, dominio$ $\Leftrightarrow \forall a \in D_f f(a)=\lim_{x\to a} f(x)$

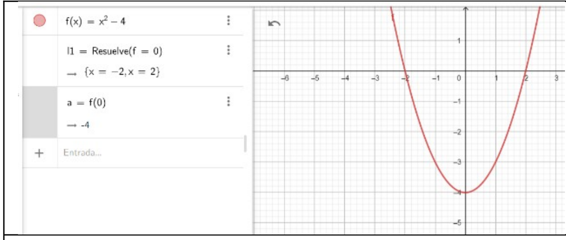
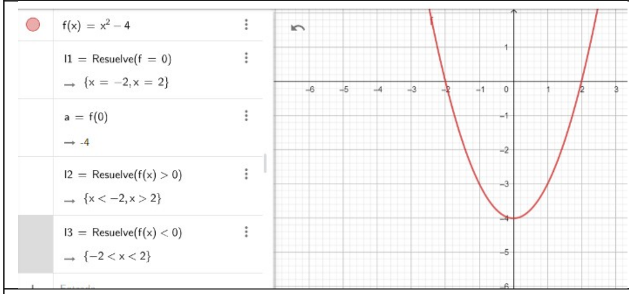
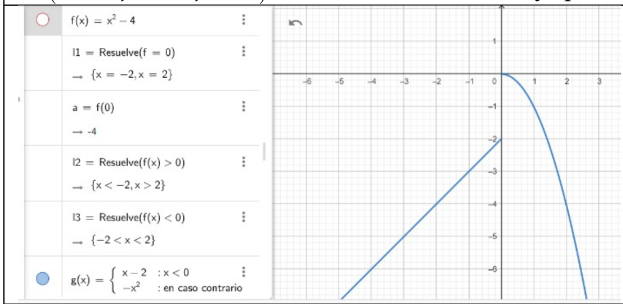
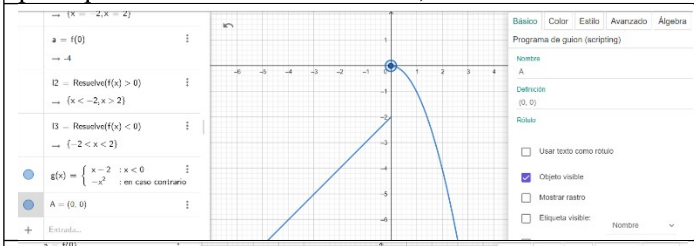
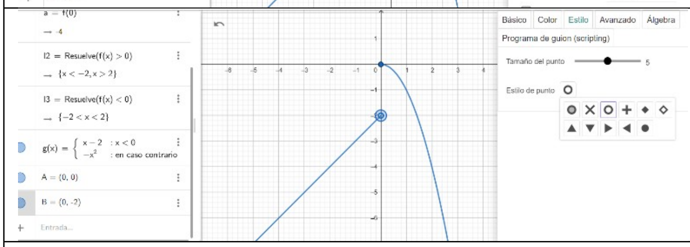
4.3. Ejemplo de tarea de matemática con uso de software GeoGebra con interacción guiada

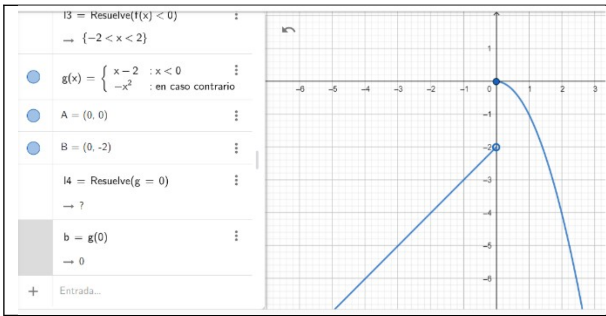
En la tarea que se encuentra en la tabla 3 se enseña el ingreso de funciones y puntos, configuración de ellos, y el comando “Resuelve”.

Tabla 3. Ejemplo de TMGG con interacción guiada

Tema para desarrollar: estudio de las características principales de funciones sencillas	
Enunciado	
Dadas las funciones $f(x)=x^2-4$ y $g(x)=\begin{cases} x-2 & x<0 \\ -x^2 & x\geq 0\end{cases}$ hallar dominio, raíces, ordenada al origen e intervalos de positividad y negatividad.	
Características	
Objetivos	Estudiar, utilizando GeoGebra, las características principales de funciones sencillas (dominio, ceros, intervalos de positividad y negatividad)
Nivel de interacción del alumno con GeoGebra	Alto. El docente guía el uso de GeoGebra, los alumnos interactúan con la App en sus celulares
Ítems para realizar en lápiz y papel o pizarrón	La realizan los alumnos en sus cuadernos luego de las acciones en GeoGebra, el docente puede hacer una puesta común en el pizarrón
Fases	
Información y exposición	El docente comienza su clase diciendo que se estudiarán las características principales de funciones y con GeoGebra para luego escribir las conclusiones en los cuadernos y en el pizarrón
Exploración dirigida	Si

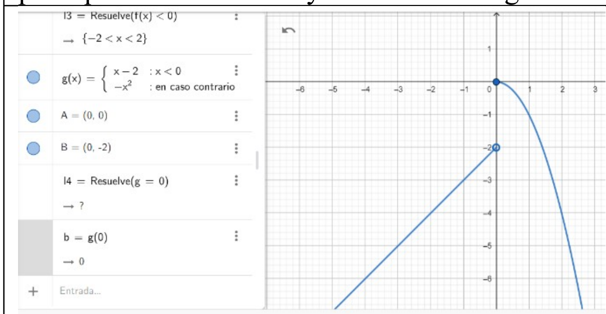
Exploración libre	No
Formalización	Sí, a cargo del docente en el pizarrón
Fundamentación	Sí, a cargo de los alumnos en sus cuadernos, asistidos por el docente.
Acciones	
Se describen las acciones que se realizan en el aula, lo que escribe el docente en el pizarrón y lo que se espera que el alumno realice en GeoGebra y escriba en sus cuadernos. El docente escribe la función en el pizarrón y pregunta por su dominio.	
En GeoGebra	*En el pizarrón y/o cuadernos*
	$f(x)=x^2-4$ $D_f=R$
Explica que para ingresar una función en la App se usa el teclado inicial y que, si no hay ninguna función ingresada, automáticamente GeoGebra le asigna el nombre $f(x)$	
	
El docente enseña como cambiar el color, grosor de la gráfica a través de la configuración	
	
El profesor guía para que los alumnos observen las raíces de la función y les muestra la herramienta “Intersección”.	
	$f(x)=x^2-4$ $D_f=R$ Raíces $x_1=-2 \quad x_2=2$
El docente enseña el comando “Resuelve” como otra forma de hallar las raíces $Resuelve(f=0)$	
	$f(x)=x^2-4$ $D_f=R$ Raíces $x_1=-2 \quad x_2=2$
Les pide que busquen la imagen de cero para hallar la ordenada al origen y que lo escriban en sus cuadernos	

<table>
<tr><td>
</td><td>$f(x)=x^2-4$
$D_f=R$
Raíces $x_1=-2 \quad x_2=2$
Ordenadas al origen $y=-4$</td></tr>
<tr><td colspan="2">A continuación, les dice que pueden usar el mismo comando “Resuelve” para hallar los intervalos de positividad y negatividad de la función.
$Resuelve(f>0)$
$Resuelve(f<0)$</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>
</td><td>$f(x)=x^2-4$
$D_f=R$
Raíces $x_1=-2 \quad x_2=2$
Ordenada al origen $y=-4$
$f(x)>0 \Leftrightarrow x \in (-\infty,-2)U(2$
$f(x)<0 \Leftrightarrow x \in (-2,2)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Luego les pide que ingresen la segunda función para lo que enseña el comando $Si(x<0, x-2, -x^2)$, escriban su dominio y que oculten la función $f(x)$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$g(x)=\begin{cases} x-2 x<0 \\ -x^2 x \geq 0 \end{cases}.$
$D_g=R$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Les hace notar que en el gráfico no hay diferencia entre el punto lleno y vacío acorde a los intervalos de definición. Para ello enseña a ingresar puntos y cambiarles la configuración para que uno de ellos se vea vacío,</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$g(x)=\begin{cases} x-2 x<0 \\ -x^2 x \geq 0 \end{cases}.$
$D_g=R$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$g(x)=\begin{cases} x-2 x<0 \\ -x^2 x \geq 0 \end{cases}.$
$D_g=R$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Les pide que busquen las raíces con el comando Resuelve y la imagen de 0</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
</td><td>

$g(x)=\begin{cases} x-2 & x<0 \\ -x^2 & x\geq 0 \end{cases}$.

$D_g = R$

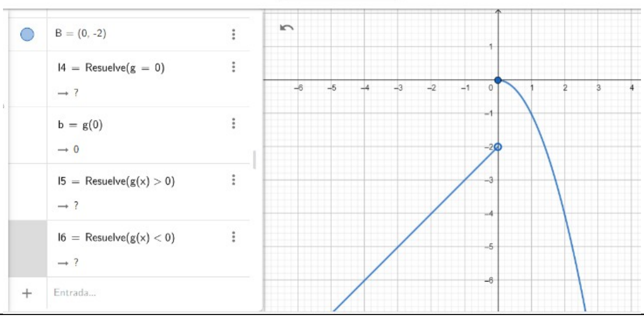
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Les hace notar que el software ofrece respuestas contradictorias. Por un lado se obtiene que la ordenada al origen es cero pero al mismo tiempo que la función no tiene raíces, lo que es absurdo. Aprovecha la ocasión para decir que el uso de la App agiliza cuentas y gráficos pero siempre hay que usarla con una mirada crítica, razonando los resultados obtenidos. Les pide que escriban raíces y ordenada al origen en sus cuadernos.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>

$g(x)=\begin{cases} x-2 & x<0 \\ -x^2 & x\geq 0 \end{cases}$.

$D_g = R$

Raíz $x=0$

Ordenada al origen $y=0$

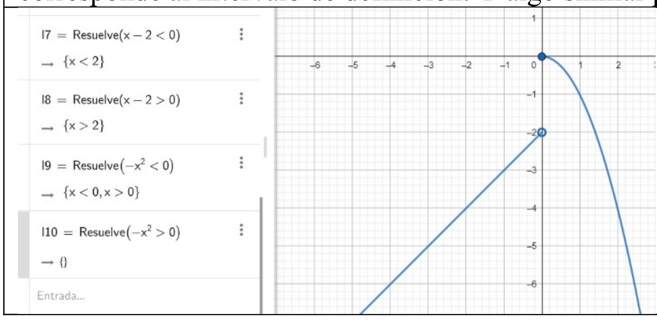
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Seguidamente les solicita que busquen los intervalos de positividad y negatividad usando el comando correspondiente y que escriban los resultados en sus cuadernos.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>

$g(x)=\begin{cases} x-2 & x<0 \\ -x^2 & x\geq 0 \end{cases}$.

$D_g = R$

Raíz $x=0$

Ordenada al origen $y=0$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">Les hace observar que la respuesta del software no es satisfactoria, pues se obtiene un signo de pregunta.
Explica que, al ingresar una función definida por partes no es posible usar el comando “Resuelve”. Que es preciso realizar otro abordaje. Les muestra que es posible aplicarlo a cada expresión analítica y considerar el intervalo en el cual es válida.
Por ejemplo, para
$x<0$, plantear $Resuelve(x-2<0)$, $Resuelve(x-2>0)$ y chequear si el resultado obtenido corresponde al intervalo de definición. Y algo similar para la otra rama de la función.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>

$g(x)=\begin{cases} x-2 & x<0 \\ -x^2 & x\geq 0 \end{cases}$.

$D_g = R$

Raíz $x=0$

Ordenada al origen $y=0$

$g(x)<0 \Leftrightarrow x \in R-\{0\}$

No tienen intervalo de positividad.

</td></tr>
</table>

4.4. Ejemplo de tarea de matemática con uso de software GeoGebra con interacción libre

La tarea que se muestra en la tabla 4 está pensada para realizarse luego de estudiar las unidades de funciones y límites. Es para resolver en grupos de tres o cuatro alumnos con una semana de plazo para su entrega. No se sugiere qué comandos utilizar.

Tabla 4. Ejemplo de TMGG con interacción libre

Tema para desarrollar: estudio de las asíntotas de una función racional de acuerdo con la variación de un parámetro,	
Enunciado	
Estudiar las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - a} + 1$ *siendo* $a \in R \quad si \quad a > 0; a = 0; a < 0$ *Pregunta 1: ¿Qué harían en* GeoGebra *para entender el problema y tratar de resolverlo? (no hay que resolverlo,* sólo explicar qué harían) Tarea 1: explorar en GeoGebra y subir una imagen de la función y sus asíntotas para a = 4, a = 0 y a = - 4. Contar los comandos que usaron y lo que hicieron en el software. Tarea 2: en lápiz y papel indicar las conclusiones a las que arribaron y su justificación. Subir tres archivos con lo realizado en forma prolija y legible: uno para el caso a > 0, otro para el caso a = 0 y otro para a < 0.	
Características	
Objetivos	Estudiar, utilizando GeoGebra, las asíntotas de una función racional acorde a la variación de un parámetro en el denominador.
Nivel de interacción del alumno con GeoGebra	Alto. Los alumnos interactúan con la App sin asistencia del docente
Ítems para realizar en lápiz y papel o pizarrón	La realizan los alumnos en sus cuadernos luego de las acciones en GeoGebra.
Fases	
Información y exposición	Enunciado de la tarea
Exploración dirigida	No
Exploración libre	Si
Formalización	No
Fundamentación	Sí, a cargo de los alumnos en las producciones a entregar
Acciones	
Puede esperarse el uso de funciones, creación de deslizadores, comando límite y asíntota, pero queda libre a los alumnos la elección de ellos y la forma de utilizarlos. Se pide que armen un documento con lo realizado en lápiz y papel agregando fotos de lo realizado en GeoGebra.	

5. Conclusiones

La metodología de trabajo permite establecer una definición precisa sobre tareas de matemática con uso de software GeoGebra, con sus características propias, fases claras y acciones a realizar tanto con el software como en lápiz y papel. Se considera necesaria la combinación de los dos entornos, ya que el primero se relaciona con la exploración y el segundo con la justificación y la fundamentación de lo realizado. No sólo es esperable que los alumnos incorporen una herramienta informática sino también que adquieran habilidades vinculadas a justificaciones, fundamentaciones y desarrollos analíticos ya que esto les permitirá alcanzar un pensamiento crítico.

Un aspecto para resaltar es el conocimiento cabal del software por parte del docente, por lo menos en los temas en los que lo va a utilizar. Esto tiene el fin de establecer si los resultados obtenidos son esperables o si se produce algún inconveniente como lo visto en el cálculo de los intervalos de positividad y negatividad de una función definida por partes y en el ejemplo en el cual la ordenada al origen era y=0 y al buscar las raíces se obtenía que no existían. Estas paradojas funcionan como disparadores de discusiones ricas que pueden hacerse en las clases, no solo para reforzar los contenidos teóricos, sino también para usar el software de manera crítica, analizando los resultados obtenidos.

Resta implementar este tipo de tareas y analizar resultados para saber si se logra el objetivo planteado: que el alumno incorpore esta herramienta tan valiosa para su aprendizaje sin necesidad de que el profesor se lo indique.

6. Recomendaciones

Para utilizar estas tareas en clases, se sugiere comenzar con TMGGSI pues de esta manera el alumno puede observar el software y sus potencialidades concentrándose en los contenidos matemáticos y sin pasar por períodos de adaptación al mismo. Luego, se podrían utilizar las TMGGIG para que el alumno ya interactúe con el programa y el docente lo guíe y lo asista. Por último, las TMGGIL es donde los alumnos ponen en juego lo que aprendieron, su creatividad y formas propias de exploración del software para resolver el problema propuesto en la tarea.

Referencias bibliográficas

Arcavi, A., y Hadas, N. . (2000). Computer Mediated Learning: An Example of an Approach. *Computer Mediated Learning: An Example of an ApprInternational Journal of Computers for Mathematical Learning, 5*, 25–45. doi:https://doi.org/10.1023/A:1009841817245

Campos Nava, M. Torres Rodríguez, A. y Morales Maure, L. (2021). Geogebra como medio para identificar patrones en la clase de álgebra lineal: una propuesta concreta. *Universidad y Sociedad, 13*(2).

Campos Nava, M. y Torres Rodríguez, A. (2018). Diseño de Tareas de Aprendizaje Matemático con GeoGebra: Mecanismos Articulados. *Pädi. Boletín Científico del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería, 10*, 80-85.

Fiallo, J. y Parada, S. (2014). Curso de precálculo apoyado en el uso de GeoGebra para el desarrollo del pensamiento variacional. *Revista Científica, 20*, 56-71.

GeoGebra. (s.f.). *¿Qué es GeoGebra?* Recuperado el 6 de febrero de 2023, de ttps://www.geogebra.org/about

Muñoz-Escolano, J. (2016). Crónica del encuentro: Enseñar matemáticas con GeoGebra: retos, roles, resultados. *Revista Suma, 81*. Obtenido de Muñoz Escolano, J. (2016). Crónica del encuentro: Enseñar matemáticas con GeoGebra: retos, roles, resultados. Muñoz Escolano, J. (2016) https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/s81-secretos_geogebra.pdf .

Muñoz-Escolano, J. (2016). Crónica del encuentro: Enseñar matemáticas con GeoGebra: retos, roles, resultados. *Revista Suma, 81*.

Ramírez, B. (2021). GeoGebra en 2D y 3D como recurso didáctico en un curso de integración múltiple: una experiencia de enseñanza-aprendizaje. *Revista digital Matemática, Educación e Internet, 21*(1), 1-17.

Ramírez, B. (2021). GeoGebra en 2D y 3D como recurso didáctico en un curso de integración múltiple: una experiencia de enseñanza-aprendizaje. *Revista digital Matemática, Educación e Internet, 21*(1), 1-17.

Rojas-Bello, R. (2020). Introducción del GeoGebra en el proceso de enseñanza–aprendizaje de Geometría a docentes en formación. *TRECIE. Revista Caribeña De Investigación Educativa, 4*(1), 124-134. Obtenido de ttps://doi.org/10.32541/recie.2020.v4i1.pp124-134

Sosa, L., Aparicio, E. y Tuyub, J. (2008). Diseño de actividades de matemáticas con uso de tecnología. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 21* (págs. 1036-1045). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Wassie, Y y Zergaw, G. (2018). Capabilities and Contributions of the Dynamic Math Software, GeoGebra---A Review. *North American GeoGebra Journal, 7*(1), 68-86.

B.4. Trabajos presentados a congresos y/o seminarios
Ponencia 1

Tareas y capacidades matemáticas con el uso de GeoGebra en la clase de Análisis Matemático

Betina Williner[1] Adriana Favieri[1]

[1]*Universidad Nacional de La Matanza*

bwilliner@unlam.edu.ar, afavieri@unlam.edu.ar

Resumen

Este artículo trata sobre el diseño e implementación de tareas con software GeoGebra en el aula universitaria y las capacidades puestas en juego cuando los alumnos las realizan. Forma parte de una investigación cuyo propósito general es analizar qué tipo de tareas diseñar para que el alumno gradualmente incorpore el software a su actividad matemática sin necesidad de la guía del profesor. Mediante una experiencia basada en tareas matemáticas con uso de GeoGebra y lápiz y papel con un orden creciente de demanda cognitiva y de interacción del alumno con el software, se analizaron diferentes capacidades matemáticas. El análisis de los resultados muestra que, en las tareas con demanda cognitiva media y consigna guiada para su resolución, es posible evidenciar capacidades matemáticas específicas desarrolladas por los estudiantes. Sin embargo, el resultado es adverso en las que la demanda cognitiva y la interacción alumno-software es alta.

Palabras Clave: tareas-capacidades-GeoGebra-Cálculo

Introducción

Este artículo trata sobre la implementación de tecnología en el aula de matemática universitaria a través de tareas con el software GeoGebra (GG). Más específicamente se centra en el diseño y puesta en marcha de dos tareas y en las capacidades puestas en juego cuando los alumnos las realizaron.

En la actualidad ya no es cuestionada la incorporación de software matemático en procesos de enseñanza aprendizaje. Son numerosas las investigaciones que dan cuenta de las ventajas que esto conlleva ([1], [2], [3]). A pesar de esto, la Educación Matemática sigue demandando estudios empíricos sobre cómo implementarlas para lograr aprendizaje en los estudiantes ([4]).

Uno de los instrumentos que se vale el docente para enseñar son las tareas. Se entiende por tarea matemática a toda situación de aprendizaje propuesta por el profesor como detonante de la actividad matemática del alumno la cual está formada por una secuencia de momentos didácticos, los que incluyen desde la planificación de las actividades hasta los procesos comunicativos y la resolución ([5]).

Diferentes tareas implican distintos niveles de demanda cognitiva. Al respecto se analizaron en la bibliografía las características de tareas realizadas con software GG y se encontró que, en su mayoría, poseen una demanda cognitiva baja o media. En general consisten en un applet diseñado por el docente o una serie de preguntas en las que se le indica al alumno qué acciones realizar con el programa. Ejemplos de éstas se pueden encontrar en [6], [7] y [8].

Dadas las potencialidades que tiene GG surge como inquietud si, luego de que el estudiante realiza tareas con las características descriptas anteriormente, es capaz de efectuar otro tipo de manipulación con el software y resolver tareas con demanda cognitiva más alta. Se tiene como pregunta: *¿qué tipo de tareas diseñar para que el alumno gradualmente incorpore el software a su actividad matemática sin necesidad de realizar los pasos que le indica el profesor?* Se procura que el estudiante ante un problema o ejercicio, por sí mismo (sin una guía del docente) realice acciones con GG que le permitan comprender la consigna del ejercicio, resolverlo o conjeturar sobre distintas situaciones. Es un gran desafío, ya que por un lado se tiene que introducir al alumno en el uso de GG a través de recursos diseñados para que lo comience a incorporar como herramienta de trabajo y luego tratar, de cierta manera, que ese uso se haga cotidiano y que vaya más allá de graficar.

En la cátedra de Análisis Matemático I de carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Matanza, Argentina, se comenzó una investigación en la que se tiene como objetivo diseñar e implementar tareas con el propósito anteriormente planteado.

A su vez, el marco teórico elegido para analizar y evaluar el aprendizaje matemático de los estudiantes luego de haber realizado las tareas con el software es el de competencia matemática ([9], [10] y [11])

Se presenta en este artículo la descripción de dos de las tareas con uso de GG diseñadas e implementadas y los resultados obtenidos.

Marco Teórico

Sobre el software GeoGebra

GG es uno de los softwares de geometría dinámica más difundido en las últimas dos décadas como herramienta auxiliar para la enseñanza de la matemática que tiene la ventaja de ser de código abierto y adaptable a todos los niveles educativos ([12]). Incluye geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo con la posibilidad de incorporar actividades dinámicas. Su interfaz es de fácil uso y cuenta con poderosas herramientas. Ofrece a los docentes la oportunidad de crear materiales de aprendizaje interactivos como páginas web o applets, por lo que también es una herramienta de autoría.

A su vez se ha convertido en una comunidad con millones de usuarios en casi todos los países del mundo en la que comparten sus recursos y experiencias en apoyo a la educación en ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas. Esto contribuye a la innovación en la enseñanza y aprendizaje en casi todas las latitudes ([13]).

Además, GG brinda una serie de aplicaciones para usar en el celular que son gratuitas y disponibles para iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook y Linux, lo que asegura la utilización en diversos dispositivos.

Tareas matemáticas

Clasificación a través de niveles de dificultad

Se toma la postura de [14] que, citando a Smith y Stein (1998), clasifica las tareas acordes a su demanda cognitiva en:

- Nivel 1: consisten en reproducir fórmulas, reglas y procedimientos ya aprendidos o ya establecidos. No son ambiguas, implican reproducir con exactitud algo visto anteriormente.
- Nivel 2: son algorítmicas. Utilizan procedimientos cuyo uso es obvio acorde a la información dada. No requieren explicaciones.

- Nivel 3: se usan procedimientos con el fin de lograr la comprensión en el estudiante. Se utilizan diferentes representaciones (gráfica, analítica, etc.) y los alumnos deben involucrarse con ideas conceptuales.
- Nivel 4: apelan a un pensamiento complejo y no algorítmico. Requieren que los estudiantes exploren y comprendan procesos matemáticos, que verifiquen, que comuniquen las ideas producidas.

Diseño de tareas matemáticas con software

En cuanto al diseño de tareas matemáticas con software, varios autores ([6], [12], [15]) coinciden en que existe una fase de exploración en la que predomina la habilidad visual y manipulativa y el alumno puede realizar conjeturas. Luego se pasa a una fase de formalización o institucionalización de los contenidos y acá es primordial la presencia del docente. A su vez [16] sintetiza las conclusiones del Seminario sobre enseñar matemática con GG que organizó el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM) en 2015. Entre ellas se recomienda que las tareas tengan dos momentos: un primer momento exploratorio con el software para favorecer la comprensión de la tarea y la aplicación eficaz de la técnica; y un momento posterior que consista en la resolución con lápiz y papel para favorecer la consolidación de lo realizado.

Competencia matemática. Capacidades fundamentales.

A la hora de evaluar el aprendizaje de los estudiantes se toma la corriente que se enfoca en el desarrollo de la competencia matemática ([9], [10] y [11]). "La competencia matemática es la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, herramientas y hechos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos" ([10], p.64). Esta competencia global se articula con siete capacidades fundamentales: comunicación, matematización, representación, razonamiento y argumentación, diseño de estrategias para resolver problemas, uso de operaciones y lenguaje simbólico y uso de herramientas.

Se definen las que se usan en este artículo:

- *Comunicación (C):* la lectura e interpretación de enunciados, preguntas, tareas u objetos le permite al estudiante formar un modelo mental de la situación. Durante el proceso de resolución, puede ser necesario resumir y presentar los resultados intermedios o finales.
- *Representación (R):* la competencia matemática suele implicar la selección, interpretación, traducción y la utilización de una variedad de representaciones (gráficos, tablas, diagramas, imágenes, materiales concretos, fórmulas y ecuaciones) para plasmar una situación, interactuar con un problema o para presentar un trabajo propio.
- *Razonamiento y argumentación (RA):* implica procesos de pensamiento que exploran y conectan los elementos del problema para realizar inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada, o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones a los problemas.
- *Utilización de operaciones y lenguaje simbólico y formal (UOL):* implica la comprensión, interpretación, manipulación y utilización de expresiones simbóli-

cas en un contexto matemático y utilización de constructos formales basados en definiciones, reglas y propiedades.

- *Uso de herramienta (UH)*: implica conocer y saber utilizar herramientas (físicas o tecnológicas) como ayuda a la actividad matemática y ser conscientes de sus limitaciones.

Metodología

En la primera etapa de la investigación se elaboraron tareas matemáticas con uso de GG y lápiz y papel, teniendo en cuenta el marco teórico y el propósito inicial de la investigación: tratar de lograr paulatinamente mayor independencia del alumno sobre el uso del software. A tal efecto se llama interacción alumno-software al conjunto de acciones llevadas a cabo por el estudiante cuando lo utiliza.

Como resultado de esta etapa se pudieron diseñar tipos de tareas con un orden creciente de demanda cognitiva y de interacción del alumno con el software. Haciendo un paralelo con el marco teórico se tiene:

- Nivel 1: consisten en actividades donde el docente, junto a los alumnos, reproduce fórmulas, reglas y procedimientos, explica algún concepto nuevo usando el software a través del televisor del aula o computadora. Los estudiantes lo pueden seguir (o no) en sus dispositivos móviles. No son ambiguas, implican reproducir con exactitud lo que hace el profesor. Por ejemplo: el docente explica el concepto de recta tangente usando GG.
- Nivel 2: son algorítmicas. Utilizan procedimientos cuyo uso es obvio acorde a la información dada. No requieren explicaciones. Por ejemplo: se solicita a los alumnos que calculen a través del programa las asíntotas de una función dada.
- Nivel 3: se usan procedimientos con el fin de lograr la comprensión en el estudiante. Se utilizan diferentes representaciones (gráfica, analítica, etc.) y los alumnos deben involucrarse con ideas conceptuales a través de pasos guiados por la consigna de la tarea o un applet diseñado por el docente. Por ejemplo: la tarea 1 presentada en este trabajo.
- Nivel 4: requieren un pensamiento complejo y no algorítmico. Demandan que los estudiantes exploren diversas situaciones con el software, comprendan procesos matemáticos, que verifiquen y que comuniquen las ideas producidas. Por ejemplo: la tarea 2 presentada en este trabajo.

Además, para analizar el aprendizaje de los estudiantes en términos de las capacidades fundamentales, se realizó un análisis preliminar de cada tarea.

Descripción de la experiencia

En el segundo cuatrimestre de 2022, en una de las comisiones de Análisis Matemático I, se implementaron tareas con uso de GG de diferentes niveles. Primero las tareas se realizaron en el aula y consistieron en la presentación del programa, el uso de los primeros comandos y las posibilidades de configuración (nivel 1). Esto se hizo a través del televisor del aula y de los dispositivos móviles de los alumnos. Luego se llevaron a cabo tareas algorítmicas para realizar cálculos en el momento de trabajo en conjunto en la clase (nivel 2). Al finalizar el cuatrimestre se propusieron dos tareas para ser entregadas en equipos de tres o cuatro integrantes correspondientes a los niveles 3 y 4. Las consignas y las producciones de los alumnos fueron entregadas en la plataforma MIeL (Materias Interactivas en Línea) de la universidad. El plazo de entrega fue de una semana.

A continuación, se presenta la consigna de cada una de estas tareas y el análisis preliminar de las capacidades promovidas.

Tarea 1

Consigna

¿Cuál es el área máxima que puede tener un rectángulo que tiene 2 vértices sobre la parábola $y=12-x^2$ y dos vértices sobre el eje x?

Trabajo con GeoGebra: Para interpretar el problema acceder al Applet de GeoGebra en https://www.geogebra.org/m/kc8yauyj

1. Muevan el punto A vértice del rectángulo que se forma atendiendo a la consigna, y observen cómo cambia el rectángulo y el área de éste a medida que este punto cambia (el cálculo del área se encuentra "dentro" del rectángulo).

2. Estimen, observando lo anterior, cuál sería el valor de la abscisa del punto A que hace que el área de ese rectángulo sea máxima. Hagan captura de pantalla de esta situación.

3. Planteen la función que nos permite calcular analíticamente la abscisa encontrada en forma gráfica. Calculen su máximo y revisen si coincide con lo visto en GeoGebra. Adjunten esta solución en el archivo.

4. Tilden el casillero que dice "Función área" y "Máximo de la función área". Verifiquen si dicha función y su máximo coincide con lo que ustedes obtuvieron en el punto 3.

Descripción de la tarea

Esta tarea reúne las condiciones de diseño ya que existe primero una etapa de manipulación y visualización con el programa y otra en entorno de lápiz y papel para formalizar lo estudiado. Se considera que es nivel 3. En efecto: se utilizan diferentes representaciones (esquema de la situación, gráfico y representación analítica), los alumnos se involucran con un problema de optimización a través de preguntas guiadas y deben utilizar procedimientos conocidos para justificar analíticamente lo visto en GG

Análisis preliminar de capacidades específicas

En la tabla 1 se analizan capacidades específicas que promueve la tarea y se aclara a qué capacidad fundamental contribuye:

Capacidad específica	Capacidad fundamental
Estimación de la abscisa del máximo enviando captura de pantalla	UH
Planteo de la función a optimizar	RE
Cálculo la abscisa del máximo (deriva-busca PC- aplica método)	UOL
Verificación lo realizado en LP con el software	UH

Tarea 2

Consigna

Estudiar, usando GeoGebra, cómo cambian los extremos y puntos de inflexión de la función $f: R \rightarrow R / f(x) = x^3 + a x^2 + a x$, a medida que varía el parámetro $a$en el conjunto de números reales.

Trabajo con GeoGebra: es libre, pero damos las siguientes sugerencias:

1. Para explorar con GeoGebra pueden definir un deslizador llamado “a” que tome valores positivos y negativos e ir observando los elementos pedidos de la función. También pueden estudiar la situación para valores de “a” particulares. Otra posibilidad es graficar su función derivada.

2. Envíen el archivo en GeoGebra (formato ggb con nombre GrupoN_UT4) donde trabajaron este ejercicio. En ese archivo tiene que estar todo lo que hicieron con el programa para poder resolverlo.

3. En papel escriban con palabras lo que fueron haciendo y qué posibilidades obtuvieron.

4. Justificar analíticamente en papel lo obtenido.

Descripción de la tarea

Se considera que esta tarea tiene un nivel 4 en cuanto a su demanda cognitiva y uso de GG. En efecto, requiere que los estudiantes exploren diversas situaciones con el software en forma libre (no pautada), comprendan y relacionen conceptos matemáticos, que verifiquen y que comuniquen las ideas producidas. A su vez existe primero una etapa de manipulación y visualización con el programa, otra de establecer conjeturas y una última, en entorno de lápiz y papel, para formalizar lo analizado.

Como resultado los alumnos debían obtener que para valores de $a \in (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ la función tiene dos extremos relativos y para valores de $a \in [0,3]$ la función no tiene extremos. Para cualquier valor de $a \in R$ la función tiene un punto de inflexión.

Análisis preliminar de capacidades específicas

En la tabla 2 se analizan capacidades específicas que promueve la tarea y se aclara a qué capacidad fundamental contribuye:

Capacidad específica	Capacidad fundamental
Ingreso del deslizador (parámetro de la función) en GG para estudiar la situación planteada	UH
Ingreso en GG de la función a estudiar	UH
Análisis de los extremos relativos a medida que varía el parámetro usando GG	UH
Estudio de los puntos de inflexión a medida que varía el parámetro usando GG	UH
Comunicación en forma clara y precisa de la conjetura	C – RA - R

que extrajo sobre extremos/sobre puntos de inflexión	
Fundamentación en forma analítica en lápiz y papel de lo conjeturado (extremos/puntos de inflexión)	RA-UOL

Resultados

Se analizaron las producciones de 13 equipos, cada uno formado por tres o cuatro alumnos. Cada grupo debía enviar dos archivos: uno formado por imágenes extraídas del programa y respuestas en lápiz y papel a los ítems de la tarea (todo en formato PDF) y otro en extensión ggb con todo lo realizado en GG.

Resultados tarea 1

Fueron 11 los equipos que evidenciaron todas las capacidades específicas indicadas en la tabla 1. Un equipo planteó la función a optimizar, la derivó, buscó sus raíces y concluyó, sin método, que el valor obtenido correspondía a la abscisa del máximo. El otro equipo planteó la función a optimizar y directamente indicó cuál es el valor del máximo.

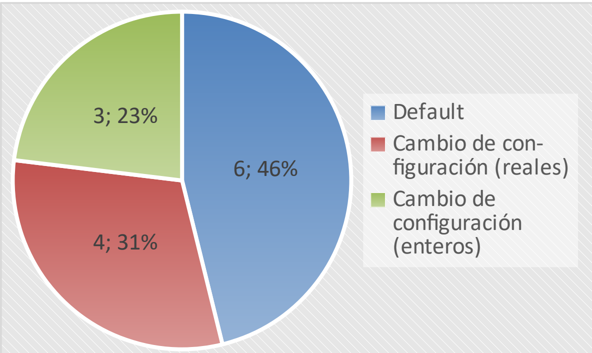
Resultados tarea 2

A continuación, se muestra, por cada capacidad específica, las opciones y frecuencias obtenidas. En algunos casos se brindan gráficos para exponer los resultados.

Capacidad específica: ingreso del deslizador.

Al analizar las producciones enviadas por los equipos, se obtuvieron tres posibilidades: deslizador por default, deslizador con cambio de configuración en donde se usaron valores reales y con cambio de configuración donde se usaron solamente valores enteros.

Se indican los resultados gráficamente (frecuencias absolutas/relativas):

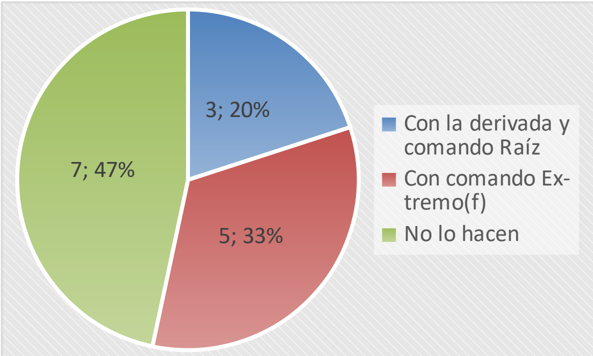


Capacidad específica: ingreso de la función genérica con parámetro

Todos los equipos evidenciaron esta capacidad salvo uno que sólo entró el caso particular para $a=0$.

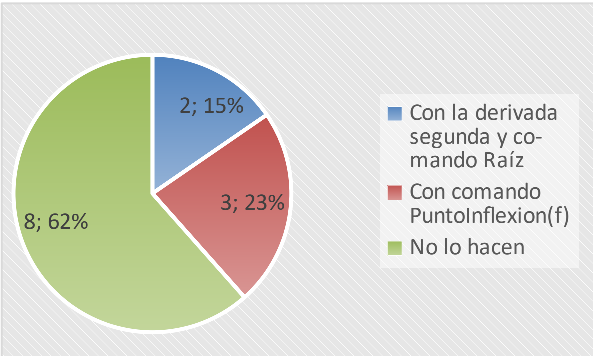
Capacidad específica: análisis de los extremos relativos de la función a medida que varía el parámetro usando GG

Fueron siete los equipos que no evidenciaron esta capacidad. De los restantes, uno estudió los extremos a través de la derivada primera (derivaron con el software) y el comando Raíz. Fueron tres los equipos que usaron el comando Extremo(f) y dos equipos que realizaron en forma conjunta las dos acciones anteriores.



Capacidad específica: estudio de los puntos de inflexión a medida que varía el parámetro usando GG

Siendo las opciones similares a las anteriores se obtuvo:



Capacidad específica: comunicación en forma clara y precisa de la conjetura que se extrajo

En el caso de los extremos de la función: dos equipos escribieron bien todos los casos posibles; cuatro equipos omitieron uno de los casos o lo escribieron mal (por ejemplo, corchetes en vez de paréntesis o uno de los equipos que trabajó con números enteros identifica los tres casos, pero con ese tipo de números). Fueron tres los grupos que sólo dieron un caso; tres que extrajeron conclusiones erróneas y uno no lo hizo.

Respecto al punto de inflexión: fueron tres los equipos que explicaron todos los casos posibles, dos omitieron un caso, cuatro se equivocaron en sus conclusiones y cuatro no dieron respuesta a este ítem.

Capacidad específica: fundamentación en forma analítica en lápiz y papel de lo conjeturado (extremos)

Ningún equipo fundamentó en forma correcta todas las posibilidades de extremos en forma genérica. Un equipo hizo bien dos casos, dos fundamentaron uno solo y tres realizaron mal la justificación.

Algunos equipos (cuatro) hicieron esta justificación tomando casos particulares (un valor de "a" por posibilidad). Fueron dos los equipos que estudiaron dos casos y uno que analizó sólo uno.

Capacidad específica: fundamentar en forma analítica en lápiz y papel lo conjeturado (puntos de inflexión)

Dos equipos fundamentaron en forma genérica bien para todos los valores del parámetro y uno lo hizo regular. Fueron tres equipos que analizaron casos particulares bien y dos que lo hicieron en forma regular ya que les faltó alguna posibilidad. Los demás (cinco) no justificaron.

Otras capacidades específicas ligadas al uso de la herramienta

Durante el análisis de las producciones de los equipos se evidenciaron algunas capacidades específicas ligadas al uso del GG. Entre ellas: cambio de configuración de las funciones (en color y grosor). Solo dos equipos desarrollaron esta capacidad. Un equipo usó texto y casillas de control para mostrar lo que habían estudiado. Tres equipos utilizaron puntos (con sus etiquetas) para mostrar los extremos y el punto de inflexión de la curva.

Discusión de los resultados

Sintetizando las producciones de los 13 equipos acorde a su desempeño en la capacidad fundamental UH en la tarea 2, se pudieron categorizar en:

• *Nivel básico de uso del software:* lo evidenciamos en las producciones de seis equipos y podemos dar cuenta de dos casos. En el primero sólo ingresaron un deslizador llamado "a" y la función a estudiar (dos equipos). En el segundo, manifestado en cuatro equipos, ingresaron el deslizador, la función a estudiar y la función derivada escrita por ellos. No hay cambios de configuración de ningún tipo.

• *Nivel intermedio de uso del software:* incluimos dos posibilidades: además del deslizador y la función, los estudiantes derivaron con el software obteniendo la primera y segunda derivada (esto se manifiesta en un equipo). Otro caso en el que además del deslizador y la función usaron los comandos Extremo o PuntoInflexión o Raíz (esto se evidenció en las producciones de dos equipos) En ningún caso cambiaron la configuración de colores o etiquetas o usaron texto.

• *Nivel más avanzado de uso del software:* evidenciado en cuatro equipos. Además del deslizador y la función genérica, trabajaron con sus derivadas marcando puntos (por ejemplo, las raíces o combinando comandos Extremo con comando Raíz o comando PuntoInflexión con comando Raíz) Algunos marcaron los puntos con distintos colores o los denominaron con etiquetas como MAX o MIN. En uno de estos casos utilizaron casilla de control para ir viendo primero todo lo relativo a la función original, luego a la derivada primera y luego a la derivada segunda.

Sobre los archivos en entorno de lápiz y papel, acorde a la exposición en el punto anterior, se tuvieron resultados muy heterogéneos, lo que no indujo a crear categorías al respecto.

Sólo un equipo logró escribir las conclusiones en forma correcta y completa. Para justificarla derivaron la función dada en forma genérica, buscaron las raíces de la derivada primera (a lo que indicaron como función del parámetro a y la llamaron $r(a)$) impusieron discriminante no negativo sin justificar por qué lo hicieron, resolvieron esa desigualdad y concluyeron que la función tiene extremos para valores de $a<0\,o\,a>3$. Después derivaron bien dos veces y explicaron que siempre tiene punto de inflexión.

Cuatro equipos realizaron la justificación tomando valores particulares del parámetro (uno por cada opción).

Uno de los equipos que trabajó sólo con parámetros enteros sacó la conclusión sobre los extremos, pero para valores enteros entre -8 y -4 y entre 4 y 8. Este es otro caso en donde se evidencia problemas sobre conjuntos numéricos. Luego justificaron probando casos particulares.

Los otros siete equipos restantes obtuvieron conclusiones erróneas o confusas. Algunos confundieron la variable x con el parámetro a, otro estudió el crecimiento del máximo, otro dividió los casos en valores mayores o menores a $a=0$, etc.

Conclusiones

Todos los equipos, salvo dos, evidenciaron las capacidades específicas involucradas en la tarea 1 clasificada como nivel 3. Sin embargo, en la segunda tarea, de nivel 4, donde no hay guía del docente, los resultados difieren notablemente del anterior. Casi la mitad de los equipos evidenciaron una interacción muy pobre con el software. Este desempeño también se reflejó en la capacidad de comunicar lo analizado y más aún en fundamentar analíticamente.

Existe una dependencia por parte del estudiante de la guía del profesor, ya sea en el uso del software como en las conjeturas y justificaciones en lápiz y papel. A pesar del trabajo intenso en el aula con el programa, muchos equipos no pudieron siquiera trabajar con las funciones derivadas de la función de la tarea 2 para establecer conjeturas sobre sus extremos y/o punto de inflexión. Algunos grupos sólo pensaron en valores enteros para el parámetro, dificultad notable para emprender el estudio del Cálculo.

Como indica [17] usar las herramientas de forma interactiva requiere algo más que el simple acceso a la herramienta y la habilidad técnica requerida para manejar la situación. Esto implica comprender la manera en que uno puede interactuar y cómo puede usarse para alcanzar las metas planteadas. En este sentido, continúa: “una herramienta no es solamente un mediador pasivo, es un instrumento para un diálogo activo entre el individuo y su ambiente” (p.9).

También se reconoce que en el aula se trabajó con tareas de nivel 1, 2 y 3. En un futuro se incorporará alguna tarea que incluya ítems en los cuales los alumnos deban justificar, en lápiz y papel, lo realizado en el software; como así también, conjeturar sobre diferentes situaciones al variar algún parámetro en particular.

Uno de los objetivos propuesto por la mayoría de los docentes es lograr que los alumnos adquieran independencia y autonomía en su aprendizaje, incorporando herramientas tecnológicas. Por eso es preciso diseñar e implementar tareas, en este caso con GG, que apunten a dicha meta. Ante un futuro tan cambiante tanto en el aspecto tecnológico como científico, es necesario que los docentes colaboren en el desarrollo de alumnos autosuficientes y responsables de su aprendizaje.

Bibliografía

[1] Y. A. Wassie y G.A. Zergaw, Capabilities and Contributions of the Dynamic Math Software, GeoGebra—a Review, *North American GeoGebra Journal,* vol. 7 (1), pp. 68-86, 2018.

[2] S. Rubio-Pizzorno, C.L. Salinas, D. García-Cuéllar y J. L. Prieto, Matemática Educativa en la era digital: recursos educativos abiertos integrando prácticas y tecnologías digitales, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* vol. 32 (2), pp. 693-700, 2019.

[3] C. Gonzáles, K. Vigo, N. Saravia y E. Advíncula, Una secuencia didáctica para la comprensión del concepto de derivada mediada por el software GeoGebra, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* vol. 31 (2), pp. 1352-1358, 2019.

[4] M. García López, I. Romero Albaladejo y F. Gil Cuadra, Efectos de trabajar con GeoGebra en el aula en la relación afecto-cognición, *Enseñanza de las Ciencias,* vol. 39 (3), pp. 177-198, 2021.

[5] M. Pochulu y V. Font Moll, Herramientas y constructos del enfoque ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemáticos para el diseño y análisis de procesos de enseñanza y aprendizaje. En M. Rodríguez, M. Pochulu y F. Espinosa (coordinadores), *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Volumen 2,* pp. 15-48, 2022.

[6] F. Barahona, O. Barrera, B. Vaca y B. Hidalgo, GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil, *Revista Tecnológica ESPOL (RTE)*, vol. 28 (5), pp. 121-132, 2015.

[7] D. García Cuéllar, M. Martínez Miraval y J. Flores Salazar, Genesis instrumental de la razón de cambio instantánea mediada por GeoGebra, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 31 (2), pp. 1876-1883, 2018.

[8] M. Garelik y F. Montenegro, Un problema de movimiento parabólico en Cálculo con uso de GeoGebra, *VI Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación Virtual y a Distancia,* 2015.

[9] J. L. Lupiáñez y L. Rico, Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares, *PNA,* vol. 3 (1), pp. 35-48, 2008.

[10] OCDE, *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*, Versión preliminar, OECD Publishing, Paris, 2017.

[11] CONFEDI, *Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en La República Argentina "libro rojo de CONFEDI"*, 2018.

[12] M. Campos Nava y A.A. Torres Rodríguez, A. A., Diseño de Tareas de Aprendizaje Matemático con GeoGebra: Mecanismos Articulados, *Pädi. Boletín Científico del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería,* vol. 10, pp. 80-85. https://doi.org/10.29057/icbi.v5i10.2939, 2018.

[13] GeoGebra. (2020). *¿Qué es GeoGebra?* https://www.geogebra.org/about

[14] C. L. O. Groenwald, Educación Matemática y Tecnología: planificación de tareas de investigación centradas en el aprendizaje de los estudiantes, *UNION. Revista Iberoamericana de Educación Matemática,* vol. 63, pp. 1- 16, 2021.

[15] J. Fiallo y S. Parada, Curso de precálculo apoyado en el uso del GeoGebra para el desarrollo del pensamiento variacional, *Revista Científica*, vol. 20, pp. 56-71, 2014.

[16] J. Muñoz-Escolano, Crónica del encuentro: Enseñar matemáticas con GeoGebra: retos, roles, resultados. *Revista Suma*, vol. 81, 2016.

[17] OCDE, La definición y selección de competencias claves. Resumen ejecutivo, extraído de https://www.deseco.ch/bfs/deseco/en/index/03/02.parsys.78532.downloadList.94248.DownloadFile.tmp/2005.dscexecutivesummary.sp.pdf, 2005.

TE&ET 2023

XVIII CONGRESO DE

TECNOLOGÍA EN EDUCACIÓN & EDUCACIÓN EN TECNOLOGÍA

15 y 16 de junio de 2023

Universidad Nacional de Hurlingham
Tte. Origone 151, Villa Tesei,
provincia de Buenos Aires

Por cuanto

Betina Williner (UNLaM)

ha participado como autor del trabajo
"Tareas y capacidades matemáticas con el uso de GeoGebra en la clase de Análisis Matemático."
en el **XVIII CONGRESO DE TECNOLOGÍA EN EDUCACIÓN & EDUCACIÓN EN TECNOLOGÍA**, organizado por la Universidad Nacional de Hurlingham, los días 15 y 16 de junio de 2023,
se le otorga el presente certificado.

Hurlingham, 16 de junio de 2023

Mg. Walter Wallach
Vicerrector (rector en ejercicio)
UNAHUR

Lic. Patricia Pesado
Coordinadora
Red UNCI

UNIVERSIDAD NACIONAL DE HURLINGHAM | Educación pública, gratuita y de calidad

RedUNCI

Ponencia 2

Prácticas Educativas Abiertas en tareas de autoaprendizaje en un curso de admisión

Scorzo, Roxana, rscorzo@unlam.edu.ar

Universidad Nacional de La Matanza

Ocampo, Gabriela, gocampo@unlam.edu.ar

Universidad Nacional de La Matanza

Experiencias e iniciativas para la promoción de los PEA

Resumen

En el presente artículo describimos una actividad de autoaprendizaje sobre notación científica, usando video y formularios de Google Drive. La misma se implementó en la primera instancia del curso de Ingreso 2023 a carreras de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad Nacional de La Matanza, la cual se cursa entre los meses de julio a diciembre. Los aspirantes deben cursar y rendir exámenes de tres asignaturas: matemática, geometría y seminario de comprensión de textos. Ingresan a la carrera, aquellos alumnos que obtienen un promedio ponderado entre las tres materias de setenta o más puntos. Por otra parte, esta actividad se enmarca dentro del proyecto de investigación del programa de acreditación PROINCE, titulado Habilidades Matemáticas Digitales vinculadas a Recursos Didácticos con Tecnología. Este tipo de actividades, que promueven el aprendizaje autónomo, son un primer paso para lograr alguna de las competencias de ingreso, que se sugieren en el documento de Consejos de Decanos (2014). En dicho documento clasifican las competencias de ingreso en tres categorías: básicas, transversales y específicas. Dentro de la segunda categoría hacen referencia a las capacidades claves para afrontar los estudios superiores y una de ellas es lograr autonomía en el aprendizaje. Los PEA y la tecnología son las herramientas pedagógicas elegidas para llevar adelante la propuesta. Roque Herrera, et al. (2018) señalan la importancia del desarrollo de actividades que tornen a los estudiantes como protagonistas de su propia formación y que adquieran una posición activa frente al proceso de aprendizaje. Cárcel Carrasco (2016) manifiesta que, si fomentamos el desarrollo de habilidades

de autoaprendizaje, los estudiantes adquieren capacidades de adaptación para emprender estudios posteriores y ser más creativos. Agrega, que la tecnología es una herramienta pedagógica, que debe servir para favorecer el aprendizaje autónomo y la propia autoevaluación de los estudiantes. Las actividades de autoaprendizaje hacen contraste con las clases magistrales, permitiendo que cada individuo regule su ritmo de trabajo y deba tomar decisiones en forma frecuente. El objetivo entonces de esta propuesta fue, analizar el desarrollo de tres habilidades, dos digitales y una matemática. La primera fomentar el autoaprendizaje a partir del uso de videos, la segunda es favorecer la autoevaluación de los estudiantes al usar formularios de Google Drive y la tercera resolver problemas en contexto usando notación científica. A partir de la postura de Barreiro et al. (2017), definimos tareas de matemática de autoaprendizaje con uso de videos (TMAV), como aquellas actividades matemáticas, que incluyen una guía para que el alumno, sin la ayuda del profesor, pueda adquirir conocimiento a través de este tipo de recursos. Incorporamos tres categorías de videos: los motivadores (VM), los explicativos (VE) y los interactivos (VI). Esta clasificación es una adaptación a nuestro contexto de la que proponen Márques, Cabero y Bravo en Couch Villanueva (2021) como medios de información, motivadores y de autoaprendizaje. La TMAV se implementó, como adelantamos, durante la primera instancia del curso de ingreso en las 56 comisiones, totalizando un total de 5200 aspirantes y 32 docentes a cargo de los diferentes cursos. En la primera clase se les indicó que el tema notación científica no se explicaría en clase, que debían recurrir a un video de tipo explicativo y motivador cuyo link es https://youtu.be/jGKPHBVuWDc o bien buscar ellos una explicación del tema. Luego en la tercera clase iban a ser evaluados a través de un formulario de Google Drive https://acortar.link/ob59f8 para ver que comprendieron del tema, podían completarlo en la clase o en sus casas. Esta tarea es voluntaria y no influye en la calificación del examen de ingreso. Completaron un 47% de los aspirantes el formulario de autoevaluación con una media de 6 puntos sobre 10 en las respuestas a los ejercicios planteados. El ejercicio en contexto, donde debían comparar la masa del sol con la de la tierra y verificar la respuesta dada con una información de un portal de ciencia lo realizaron en forma correcta el 21%. Esto en parte muestra que debemos seguir trabajando con problemas en contexto y mejorar la propuesta para que más estudiantes comprendan la importancia de realizar estas actividades de autoaprendizaje. La mayor dificultad para implementar estas actividades es la masividad de las comisiones y las pocas clases con las que contamos para desarrollar el curso.

Palabras clave

Autoaprendizaje. Videos. Ingreso. Notación Científica.

Referencias Bibliográficas

Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2017). Rodríguez (coord.) *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática.* Buenos Aires: Universidad Nacional General Sarmiento.

Cárcel Carrasco, FJ. (2016). Desarrollo de habilidades mediante el aprendizaje autónomo. *3C Empresa*. 5(3):52-60. doi:10.17993/3cemp.2016.050327.52-60.

CONFEDI. (2014). Competencias requeridas para el Ingreso a los Estudios Universitarios en Argentina.

Couoh, J., y Villanueva, R. (2021). El video didáctico en el proceso de enseñanza de la Matemática en el nivel secundaria. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas,* 4(2), 223-231

Roque Herrera, Y., Valdivia Moral, P., Alonso García, S., y Zagalaz Sánchez, M. (2018). Metacognición y aprendizaje autónomo en la Educación Superior*. Educación Médica Superior,* 32(4), 293-302.

RED ISEDU

UNdeC

UNLPam

WPEA

Se Certifica que:

Roxana Scorzo

DNI: 16878115

Ha participado en el V Workshop sobre Prácticas Educativas Abiertas en calidad de Autora del trabajo:

"Prácticas Educativas Abiertas en tareas de autoaprendizaje en un curso de admisión"

San Luis, Argentina - 26, 27 y 28 de Abril 2023

RCD03 - 32/2023

Puede validar este certificado ingresando con el código QR o directamente en http://cie.unsl.edu.ar/Certificados CUV:AUW231416878115

Dra. Alicia M. Printista
Decana
FCFMYN - UNSL

Mg. Marcela C. Chiarani
Comité Organizador WPEA
Red ISEDU

210 mm

RED ISEDU

UNdeC

UNLPam

WPEA

Se Certifica que:

Gabriela Mirta Ocampo

DNI: 20251378

Ha participado en el V Workshop sobre Prácticas Educativas Abiertas en calidad de Autora del trabajo:

"Prácticas Educativas Abiertas en tareas de autoaprendizaje en un curso de admisión"

San Luis, Argentina - 26, 27 y 28 de Abril 2023

RCD03 - 32/2023

Puede validar este certificado ingresando con el código QR o directamente en http://cie.unsl.edu.ar/Certificados CUV:AUW231420251378

Dra. Alicia M. Printista
Decana
FCFMYN - UNSL

Mg. Marcela C. Chiarani
Comité Organizador WPEA
Red ISEDU

210 mm

Ponencia 3

El mundial de fútbol como eje de una experiencia gamificada en un curso de admisión

De Pietri Gisele, gdepietri@unlam.edu.ar
Universidad Nacional de La Matanza
Bottaro Juan Pablo, jbottaro@unlam.edu.ar
Universidad Nacional de La Matanza
Scorzo Roxana, rscorzo@unalm.edu.ar
Universidad Nacional de La Matanza

Experiencias e iniciativas para la promoción de las PEA

Resumen

Con el objeto de integrar y hacer una revisión de los contenidos estudiados en la asignatura Geometría durante el Curso de Ingreso a las carreras del Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas (DIIT) en la Universidad Nacional de La Matanza (UNLaM) se planificó y diseñó una experiencia gamificada que fue aplicada en forma presencial con dos comisiones en diciembre de 2022.
Numerosos autores (Trejo González, 2019; Gómez, 2018) coinciden en que los docentes nos enfrentamos a los retos que implica el uso de tecnología en las aulas, las cuales impactan directamente en la forma de comunicar, aprender e interactuar en las aulas. En este marco manifiestan también que la motivación de los estudiantes a la hora de aprender juega un papel fundamental. Por tal motivo la temática elegida fue la del Mundial de Fútbol 2022 que se estaba desarrollando durante esas semanas en Qatar. La experiencia se implementó la mañana del mismo sábado en que Argentina definía su clasificación a cuartos de final, por lo que les pidió a los alumnos que -en caso de pasar la fase de grupos- asistieran a clase con la remera de la selección o algún elemento celeste y blanco. Dado que eso fue lo sucedido, el clima festivo primaba en el aula. Se unieron los integrantes de dos comisiones y se introdujo la problemática de la experiencia, a través de diapositivas que se proyectaron en el televisor que figura en el aula. Uno de los elementos necesarios para que un juego tenga éxito es que la historia sea atrapante, es por ello que elegimos como tema de motivación el mundial.

Las diapositivas dieron un marco histórico acerca de la Copa del mundo y las veces en que fue robada, y dado que hubo un argentino involucrado en el último robo, agregamos la idea de que su hijo fue a Qatar y, al ver el primer partido de Argentina que pierde a causa de que el VAR había desestimado goles injustamente, decide robar la Copa. El servicio de inteligencia descubre que se trata de un profesor de UNLaM que decidió esconderla en la universidad y se pide ayuda a los alumnos para encontrarla dado que la fuerza pública no puede ingresar en las instituciones universitarias nacionales. El objetivo del juego era encontrar la Copa para luego tomar la decisión de devolverla o no a la FIFA.

Para esto se dividieron en grupos y, a través de la resolución de distintos desafíos en los que se integraban algunos conceptos aprendidos: movimientos rígidos de figuras planas, semejanza, escalas, trigonometría, cuerpos geométricos - lograron acceder al número de aula en la cual estaba escondida. Por tratarse de alumnos ingresantes a la carrera, que no conocían la ubicación de todas las aulas, se les proporcionó un código QR que, a través de Google Maps los guio hasta el destino. Allí descubrieron un maletín con cifrado numérico de seis dígitos, que fue descifrado mediante el trabajo colaborativo de todo el grupo, quienes tuvieron la tarea de ordenar los seis números según ciertas pistas relacionadas con los jugadores del mundial.

"Utilizar gamificación en las aulas es eficaz siempre y cuando se utilice para animar a los estudiantes a progresar a través de los contenidos de aprendizaje, para influir en su comportamiento o acciones y para generar motivación" (Contreras Espinosa et al., 2016 p.16). El alumnado vivió la experiencia de forma muy comprometida, entusiasmados por la dinámica de la realidad mundialista que movilizaba al país, y poniéndose en el rol de ser los responsables de resolver la situación, trabajaron colaborativamente en el repaso de los temas del examen, potenciando el proceso dentro de un clima áulico, para ellos nuevo. La retroalimentación durante la experiencia, entre pares y con los docentes, funcionó como instancia de construcción de nuevos aprendizajes, afianzando los conceptos incorporados y corrigiendo las ideas erróneas que fueron surgiendo.

Los docentes disfrutamos del juego, de ver cómo nuestros estudiantes, interactuaban y debatían entre ellos, por momentos se ponían nerviosos, buscaban en sus apuntes fórmulas y se corregían entre sí los errores.

Estuvimos atentos a los problemas que más dificultades presentaron y nos sirvieron para, una vez finalizado el juego, repasar dichos temas en el pizarrón.

Palabras clave: Gamificación. Ingreso. Geometría. Juego de Escape. Mundial Qatar.

Referencias Bibliográficas

Contreras Espinosa, R., & Eguia, J. (2016). *Gamificación en las aulas universitarias* (Bellaterra). Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona. http://incom. uab. cat/download/eBook_incomuab_gamificacion.pdf

Gómez, M. C. (2018). *Invitar a la motivación al aula: gamifiquemos la clase en pocos pasos.* En [2019] Congreso Internacional de Tecnologías en la Educación.

Trejo González, H. (2019). Recursos tecnológicos para la integración de la gamificación en el aula. Tecnología, Ciencia y Educación, 13, 75-117.

RED ISEDU

UNdeC

UNLPam

WPEA

Se Certifica que:

Roxana Scorzo

DNI: 16878115

Ha participado en el V Workshop sobre Prácticas Educativas Abiertas en calidad de Autora del trabajo:

"El mundial de fútbol como eje de una experiencia gamificada en un curso de admisión"

San Luis, Argentina - 26, 27 y 28 de Abril 2023

RCD03 - 32/2023

Dra. Alicia M. Printista
Decana
FCFMYN - UNSL

Mg. Marcela C. Chiarani
Comité Organizador WPEA
Red ISEDU

Puede validar este certificado ingresando con el código QR o directamente en http://cie.unsl.edu.ar/Certificados
CUV:AUW231316878115

210 mm

Ponencia 4

Estrategias de Microlearning en un Curso de Ingreso a carreras de Ingeniería

Roxana Scorzo[1] Gabriela Ocampo[1] Gisele De Pietri[1] Nadia Suelves[1]

[1]*Universidad Nacional de La Matanza*

rscorzo@unlam.edu.ar, gocampo@unlam.edu.ar, gdepietri@unlam.edu.ar, nsuelves@unlam.edu.ar

Resumen

En el presente artículo describiremos algunos materiales diseñados para el curso de Ingreso a carreras de Ingeniería y Arquitectura enmarcados en la metodología Microlearning. Se trata de una nueva modalidad educativa, cuya característica principal es la fragmentación de contenidos, los micro medios y dispositivos móviles como recursos pedagógicos para abordar un cierto contenido y mejorar el desarrollo de alguna habilidad o competencia. En nuestro caso decidimos favorecer el interés y concentración de nuestros estudiantes en las asignaturas Matemática y Geometría del curso de admisión. Explicitamos las herramientas utilizadas, el contenido abordado, los objetivos pedagógicos y el tipo de actividad propuesta. Por último, presentamos la valoración que realizan los estudiantes sobre estos materiales a través de una encuesta.

Palabras Clave: Microlearning. Matemática. Geometría. Ingreso. Ingeniería.

Introducción

Desde hace un tiempo un motivo de preocupación creciente en la sociedad es el paso de la escuela media a los estudios universitarios. Para ingresar a carreras de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad Nacional de La Matanza los aspirantes deben realizar un curso de ingreso a partir de las consideraciones establecidas por la Ley de Educación Superior. Los principales objetivos del curso son:

- Fortalecer los conocimientos adquiridos por los estudiantes y prepararlos para afrontar las exigencias de la formación de grado universitario.
- Introducir a los aspirantes en el conocimiento científico.
- Ampliar la tasa de retención estudiantil y minimizar el desgranamiento y la deserción de los mismos.

Por otra parte, numerosos autores [1], [2], [3], [4] coinciden en que la evolución de las tecnologías desde la imprenta hasta los celulares, la forma de consumo de la información, las redes sociales, la evolución de la web 2.0, atraviesan nuestras vidas y ocupan un lugar central en el proceso de aprendizaje. Esto nos obliga a los docentes a buscar nuevas estrategias que motiven a los estudiantes y favorezcan la adquisición de contenidos [3]. Sumado a esto, durante la situación de aislamiento generada por la pandemia, la enseñanza se volvió abruptamente virtual y remota, lo cual nos obligó a generar mucho material digital, con el objetivo de sostener la continuidad pedagógica. En ese contexto tuvimos que repensar nuestra práctica docente y nos propusimos diseñar materiales con pequeños contenidos para favorecer el proceso educativo, generando interés y mayor concentración en nuestros estudiantes. En este artículo planteamos la importancia de aplicar entonces, esta metodología de Microlearning que se adapta a nuestros objetivos educativos. La experiencia se lleva a cabo en dos asignaturas Matemática y Geometría del curso de ingreso a carreras de Ingeniería y Arquitectura de la UNLaM. El total de materias que deben aprobar para ingresar a la Universidad es tres, siendo Matemática la específica para Ingeniería y Arquitectura. La tercera es común a todas las carreras y se denomina Seminario de Comprensión y Producción de textos. En el Ingreso 2023 a dichas carreras, tuvimos un total de 7464 inscriptos, distribuidos en 73 comisiones entre las dos instancias. Nuestro equipo cuenta con 33 docentes, cada uno de ellos dicta ambas asignaturas de acuerdo con la dedicación que tiene. La modalidad de cursado es de tipo semipresencial, asisten a clases presenciales y complementan las actividades a través de la plataforma Miel Ingreso (Materias Interactivas en Línea). En la primera instancia del curso los estudiantes asisten dos veces por semana y cursan una materia por vez, a lo largo de veinte semanas. Durante la segunda instancia de cursado, que es más intensiva, se cursan las tres asignaturas en forma conjunta en sólo cinco semanas, por este motivo, se suman dictado de clases en línea a través de la plataforma Teams de Microsoft ©. Los materiales de estudio están organizados por clases y acceden en forma voluntaria a todos ellos. El Microlearning se compone de pequeños contenidos digitales que nos permiten complementar estrategias en el e-learning a través de tecnologías flexibles [4], [5]. Algunas características de estos son [2], [4], [5]: pequeños y precisos (contenidos breves), accesibles (uso intuitivo y disponible en línea), creativos (combinan arte y diseño), continuos (se puede reiterar), interactivos (se utiliza multimedia de corta duración), ubicuos (se usa en diferentes contextos), graduales (de complejidad ascendente), independientes (tienen sentido propio), intencionales (buscan mejorar alguna competencia educativa). Consideramos que los materiales que describiremos en este artículo verifican estas características. Al querer abordar contenidos breves, que los estudiantes puedan recurrir a ellos en forma reiterada, usando diversos dispositivos, en forma voluntaria y finalmente que sean sencillos y de dificultad creciente. Las herramientas que utilizamos en la elaboración de materiales fueron: GeoGebra, Genially, Educaplay, Edpuzzle, Google Form y YouTube, todas con posibilidad de acceso gratuito. Describiremos algunos de los materiales, sus objetivos, contenido abordado y la herramienta utilizada. Finalmente mostraremos algunas opiniones de los estudiantes con respecto a estos recursos.

Acerca del Microlearning

Conceptos como e-learning, aprendizaje mediado por medios electrónicos, m-learning, el medio en este caso son los dispositivos móviles y b-learning donde se combinan procesos virtuales con presenciales, forman parte hace tiempo del ámbito educativo [1]. Es importante rescatar estos conceptos, para comprender el Microlearning como una metodología complementaria de estos. Según diversos autores podemos dividir las experiencias de Microlearning, de acuerdo con el ámbito en que se han desarrollado y a las capacidades específicas que se pretenden fortalecer a través de ellas [4], [5].

- **Enseñanza secundaria**: la estrategia más utilizada es el juego o las historias en línea.
- **Formación profesional**: diseñar sus propios recursos utilizando diferentes herramientas tecnológicas.
- **Enseñanza superior/universitaria**: recursos que le permitan al estudiante estudiar por sí solos en cualquier momento y lugar.
- **Formación en las empresas**: desplegar principalmente estrategias que refresquen conocimientos.
- **Aprendizaje informal**: uso de estrategias complementarias como por ejemplo en el aprendizaje de un idioma en forma particular.

Ventajas, desventajas y recomendaciones acerca del Microlearning

Cevallos [6] en su tesis recomienda el almacenamiento de los materiales elaborados en repositorios con acceso permanente y libre para todos los actores del ámbito educativo. Una de las plataformas que recomienda es YouTube, por ser gratuita y de alcance masivo. Por su parte Racig [4] indica que el desafío en el ámbito universitario, es en primer lugar que se conozca e interprete el uso de Microlearning y además que éstos sean aceptados por la comunidad educativa como parte de la educación formal. Recomienda para esto establecer una prueba piloto, aplicando estos contenidos y evaluar su aceptación, para luego modificarlos de ser necesario. El diseño de estos materiales implica conocimientos de diversas tecnologías y por sobre todas las cosas tiempo para su elaboración. Deben reflejar calidad educativa y mostrar experiencias satisfactorias o no para que mejore su aceptación entre los actores educativos.

Nuestra experiencia

Las estrategias de Microlearning las diseñamos y aplicamos para diferentes momentos:

- Actividades de autoaprendizaje
- Complementos interactivos de las clases.
- Revisión de temas de la asignatura Matemática.
- Revisión de temas de la asignatura Geometría.
- Autoevaluación de los estudiantes.

Veremos en cada uno de los escenarios presentados, ejemplos que sintetizamos en la Figura 1.

	Actividad de autoaprendizaje	Complementos interactivos de las clases	Revisión de temas asignatura Matemática	Revisión de temas asignatura Geometría	Autoevaluación de los estudiantes
Contenido	Operaciones con números complejos	Sistema circular	Conjuntos numéricos	Figuras y cuerpos geométricos	Notación científica
Recurso	Video interactivo, con pausas y preguntas para responder	Apple dinámico para convertir ángulos del sistema circular al radián	Juego de rompecabezas	Ruleta de palabras	Formulario Google Drive de autoevaluación
Herramienta	Edpuzzle	GeoGebra	Genially	Educaplay	Google Drive
Imagen					

Figura 1: algunas estrategias de Microlearning del curso de ingreso

Describiremos cada una de ellas:

- **Actividad de autoaprendizaje**

Contenido: operaciones con números complejos.

Objetivo de la actividad: promover el aprendizaje autónomo de números complejos.

Recurso y herramienta: video interactivo realizado con Edpuzzle. El mismo es una adaptación de un video que figura en el canal de YouTube del curso de ingreso [7]. El mismo fue realizado por una de las docentes de nuestro equipo. Introducimos en él tres preguntas de opción múltiple y una reflexión final (Figura 2). Otra característica de estos videos es que los estudiantes no pueden adelantarlo, deben verlo en forma completa. La aplicación

Edpuzzle nos permite ver estadísticas de cuantos accedieron al mismo, cuántas respuestas correctas e individualizar el accionar de cada estudiante en el avance de la tarea (Figura 3)

Figura 2: imagen del video interactivo y las tres preguntas.

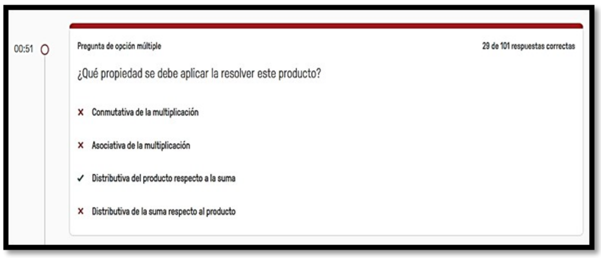


Figura 3: imagen de alguna de las estadísticas de la aplicación Edpuzzle

- **Complementos interactivos de la clase**

Contenido: sistema circular de medición de ángulos.

Objetivo de la actividad: interactuar por medio de deslizadores sobre mediciones de ángulos en la circunferencia trigonométrica.**Recurso y herramienta:** se trata de un Applet realizado con GeoGebra. El enlace al mismo es https://acortar.link/J4yeAH. El recurso fue diseñado por una docente del equipo (Figura 4). Los estudiantes acceden al mismo desde sus celulares, los docentes pueden proyectar en los televisores que figuran en las aulas de la universidad el recurso y en forma dinámica se completa una explicación de clase. Los estudiantes tienen acceso a muchos de estos recursos, que pueden consultar voluntariamente.

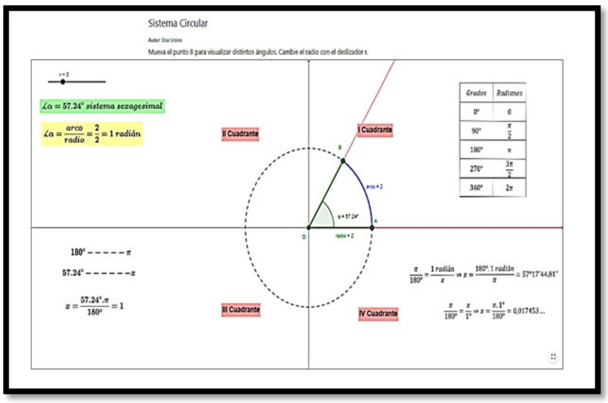


Figura 4: Applet realizado en GeoGebra

- **Revisión de temas de la asignatura matemática**

Contenido: conjuntos numéricos, en particular números complejos.
Objetivo de la actividad: motivar al estudiante a repasar temas sobre números complejos, a través de un juego sencillo.

Recurso y herramienta: juego de rompecabezas elaborado con Genially (Figura 5). Enlace al juego: https://acortar.link/rKvwQH .

El juego consiste en ir respondiendo preguntas, son un total de seis, y a medida que se avanza se va despejando el rompecabezas y aparece una imagen sorpresa. En las preguntas surgen los siguientes temas: representaciones de complejos, operaciones y conceptos básicos como conjugado y opuestos.

Figura 5: imagen del comienzo del juego

- **Revisión de temas de la asignatura Geometría**

Contenido: figuras y cuerpos geométricos, generalidades y propiedades.
Objetivo de la actividad: motivar al estudiante a repasar temas sobre la asignatura Geometría.

Recursos y herramientas: juego de ruleta o también conocido como pasapalabra geométrico elaborado con Educaplay por dos docentes del equipo (Figura 6). Enlace al recurso: https://acortar.link/Q9PYs5 . A través de preguntas sencillas sobre temas vinculados con figuras y cuerpos geométricos, recorren la ruleta, hay un reloj que marca el tiempo utilizado en completarla, para poder acceder al podio que otorga la herramienta. Tienen posibilidades de dos intentos para completarla. Al finalizar el juego pueden compartirlo por redes sociales (Twitter o Facebook), se visualiza el tiempo y puntaje obtenido y las respuestas (Figura 7).

Figura 6: imagen del pasapalabra geométrico

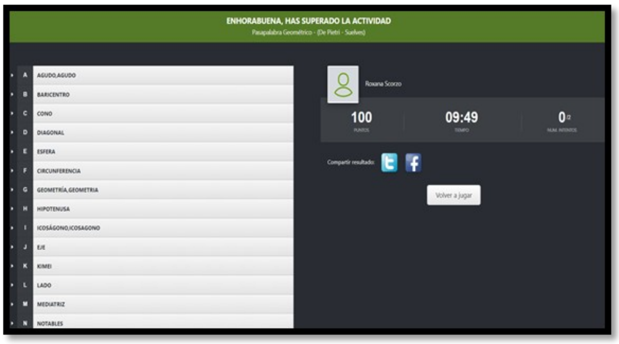


Figura 7: imagen final del juego

- **Autoevaluación de los estudiantes**

Contenido: notación científica

Objetivo de la actividad: lograr que los estudiantes se autoevalúen luego de aprender el tema notación científica por sí solos.

Recursos y herramientas: formulario de autoevaluación, con feedback para reflexionar con respecto a las respuestas tanto correctas como incorrectas. La herramienta utilizada formularios de Google Form. Enlace al recurso: https://acortar.link/ob59f8 . Consta de cinco preguntas obligatorias y una sexta opcional, donde deben comparar los resultados obtenidos con una información de un portal de la web (Figura 8). Esta herramienta de Google Drive nos brinda a través de una planilla Excel una estadística completa general e individual de las respuestas dadas (Figura 9). En el manual de ingreso figuran varios de estos formularios de autoevaluación para ambas asignaturas.

Figura 8: imagen de la pregunta opcional del formulario

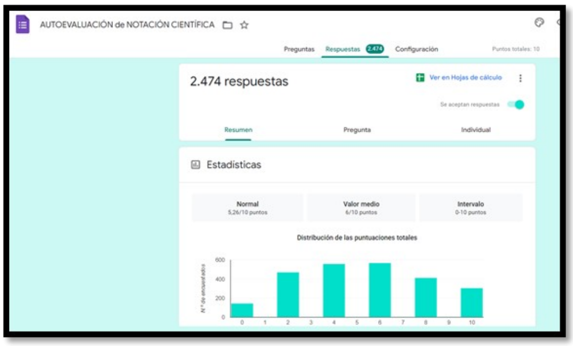


Figura 9: estadísticas que brindan los formularios Google Form

Valoraciones de los estudiantes

Al finalizar cada una de las instancias del curso de ingreso, se les solicita a los estudiantes que completen una encuesta. En uno de los ítems indagamos acerca de los recursos digitales diseñados, solicitando su valoración y pudiendo realizar observaciones en forma opcional. Consideramos importante señalar que el porcentaje de estudiantes que responden a las encuestas, es muy bajo. A pesar de la insistencia, por parte de los docentes, en la importancia que tiene conocer sus opiniones para poder mejorar los recursos. En línea general los aspirantes valoran muy positivamente la organización de los materiales. Notamos que al ser la mayoría de las estrategias de Microlearnig de carácter voluntario, un gran porcentaje de aspirantes no las aprovechan. Se concentran con exclusividad en pensar cómo aprobar el examen de ingreso y en muchos casos, en lo posible, sin hacer esfuerzos.

La valoración sobre los videos que corresponden a la **actividad de autoaprendizaje** sobre números complejos, entre los que se cuentan los de tipo interactivo descriptos anteriormente, casi un 80% otorga un puntaje superior a siete. Algunos pocos aspirantes manifiestan tener que recurrir a otros videos de la web para comprender el tema. (Figura 10)

Figura 10: estadística sobre los videos

Para **complementos interactivos en clase** la herramienta elegida fue GeoGebra. Consideramos importante destacar que tenemos especial interés en que los estudiantes se familiaricen con ella, porque se usa en muchas cátedras de primer año de la carrera. Si bien casi un 80% valoró por arriba de siete puntos, en los comentarios opcionales señalan que no les interesa conocer la herramienta porque no se les permite usarla en el examen. (Figura 11)

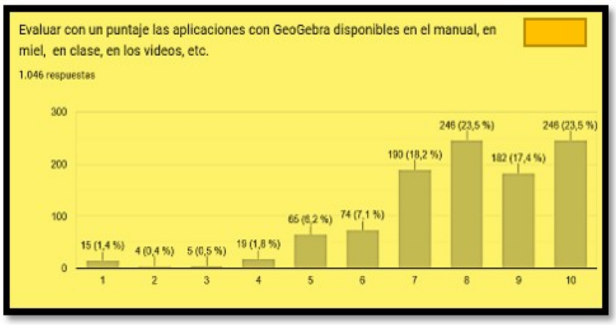


Figura 11: estadística sobre las aplicaciones con GeoGebra

Para **revisión de temas de la asignatura Matemática,** el recurso fue un juego de rompecabezas con Genially. Realizamos dos preguntas, la valoración del juego en sí (Figura 12) y si este les sirvió para repasar el tema (Figura 13). En cuanto a la primera un 76% puntúa el juego por arriba de siete puntos. Para la segunda el porcentaje es levemente menor, 71% contesta por arriba de siete puntos.

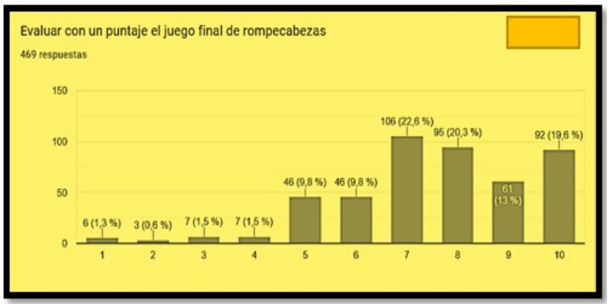


Figura 12: estadística sobre el juego de rompecabezas

Figura 13: estadística sobre la contribución del juego para repasar los temas

Para **revisión de los temas de la asignatura Geometría** también el recurso fue un juego esta vez de tipo pasapalabra. En este caso, no preguntamos particularmente opinión sobre la ruleta, dado que en la clase de repaso de geometría se ofrecen otros dos juegos de escape. El estudiante elige entre estos tres para repasar, en general los comentarios son muy positivos de aquellos que eligen estos recursos. Es importante señalar que una gran mayoría sigue optando por los recursos formales, en este caso un trabajo práctico, al que llamamos de repaso y a veces completan los juegos luego de rendir los exámenes.

Finalmente, para **autoevaluación de los estudiantes,** el recurso son formularios de Google Drive. En este caso mostraremos las estadísticas sobre la cantidad de respuestas bien contestadas. Se observa en la Figura 14 que el valor medio se encuentra en 6 puntos, sobre 10, es decir tres preguntas sobre cinco bien contestadas, sobre el tema notación científica. En el formulario pedimos que valoren esta experiencia de autoevaluarse, casi 1700 estudiantes contestaron en forma satisfactoria. Palabras como desafiante, excelente, interesante, aparecieron con mucha frecuencia en la opinión voluntaria emitida por los alumnos.

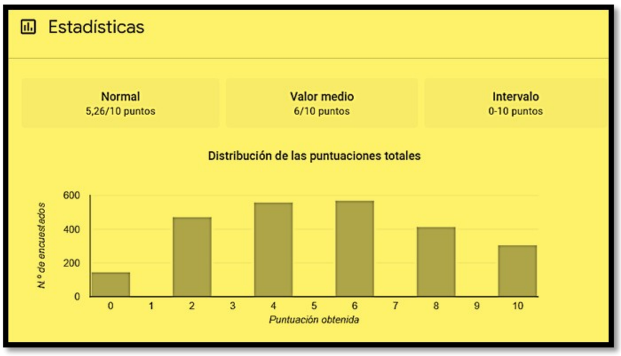


Figura 14: estadística sobre la puntuación obtenida en la autoevaluación de notación científica.

Reflexiones finales

Hemos diseñado variedad de recursos que se adaptan a esta metodología de Microlearning. Consideramos que cumplen con las características explícitas por diferentes autores. Estos son mejorados por el equipo docente en cada una de las instancias de ingreso. También buscamos ampliar este tipo de medio y en muchos casos que el enlace a los mismos figure en el Manual de Ingreso 2024.

También nos interesa señalar que estos recursos, los compartimos con docentes de las escuelas que realizan articulación con la Universidad. En este sentido, observamos con decepción que son poco utilizados en las aulas y en parte se debe a que los contenidos no se abordan con profundidad en dicha instancia.

La intensidad de las clases del curso de ingreso, sumado a que el objetivo a alcanzar es aprobar el examen, tal vez sean las causas de no aprovechar al máximo estos recursos por parte de los estudiantes.

Finalmente, las estrategias enmarcadas en el Microlearning, trascienden al curso de ingreso y se aplican en muchas cátedras de primer año, con el objetivo de motivar y mejorar el aprendizaje autónomo de los estudiantes.

Bibliografía

[1] Bravo Reyes, C. Un sistema de Wooc para la actualización docente. *Revista de la Facultad de Ciencias Económicas*, 2018, no 20, p. 75-87

[2] Alderete, C.; Vera, P.; Rodríguez, R. Herramientas de Microlearning: propuesta de implementación en el ámbito universitario. En *XVI Congreso de Tecnología en Educación & Educación en Tecnología-TE&ET* ,2021

[3] Álvarez Saiz, E. Aprendizaje móvil con micro-contenidos: construyendo conocimiento para la enseñanza de matemáticas, 2019

[4] Racig, N. Microlearning en educación superior, 2020.

[5] Salinas Ibáñez, J. M.; Marín Juarros, V. Pasado, presente y futuro del microlearning como estrategia para el desarrollo profesional. *Campus virtuales: revista científica iberoamericana de tecnología educativa*, 2014.

[6] Cevallos SantaCruz, J. Microlearning como estrategia de apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de álgebra en noveno año EGB de la unidad educativa "Sumak Yachana Wasi" Cotacachi. 2021. Tesis de Maestría.

[7] Canal de YouTube: Roxana y Gabriela coordinadoras del curso de ingreso. https://www.youtube.com/channel/UCr4Khmo3EaUBxmqNBxwPrsA

TE&ET 2023

XVIII CONGRESO DE
TECNOLOGÍA EN EDUCACIÓN & EDUCACIÓN EN TECNOLOGÍA

15 y 16 de junio de 2023

Universidad Nacional de Hurlingham
Tte. Origone 151, Villa Tesei,
provincia de Buenos Aires

Por cuanto

Roxana Scorzo (UNLaM)

ha participado como autor del trabajo
"Estrategias de Microlearning en un Curso de Ingreso a carreras de Ingeniería."
en el **XVIII CONGRESO DE TECNOLOGÍA EN EDUCACIÓN & EDUCACIÓN EN TECNOLOGÍA**, organizado por la Universidad Nacional de Hurlingham, los días 15 y 16 de junio de 2023,
se le otorga el presente certificado.

Hurlingham, 16 de junio de 2023

Mg. Walter Wallach
Vicerrector (rector en ejercicio)
UNAHUR

Lic. Patricia Pesado
Coordinadora
Red UNCI

UNIVERSIDAD NACIONAL DE HURLINGHAM | Educación pública, gratuita y de calidad

RedUNCI

TE&ET 2023

XVIII CONGRESO DE
TECNOLOGÍA EN EDUCACIÓN & EDUCACIÓN EN TECNOLOGÍA

15 y 16 de junio de 2023

Universidad Nacional de Hurlingham
Tte. Origone 151, Villa Tesei,
provincia de Buenos Aires

Por cuanto

Gabriela Ocampo (UNLaM)

ha participado como autor del trabajo
"Estrategias de Microlearning en un Curso de Ingreso a carreras de Ingeniería."
en el **XVIII CONGRESO DE TECNOLOGÍA EN EDUCACIÓN & EDUCACIÓN EN TECNOLOGÍA**, organizado por la Universidad Nacional de Hurlingham, los días 15 y 16 de junio de 2023,
se le otorga el presente certificado.

Hurlingham, 16 de junio de 2023

Mg. Walter Wallach
Vicerrector (rector en ejercicio)
UNAHUR

Lic. Patricia Pesado
Coordinadora
Red UNCI

UNIVERSIDAD NACIONAL DE HURLINGHAM | Educación pública, gratuita y de calidad

RedUNCI

ANEXO A: tareas matemáticas con RDT. Marco teórico y algunas definiciones propias

Con respecto a GG

La indagación que venimos haciendo estos años de investigación más la del proyecto actual nos permitió actualizar y profundizar el marco teórico. Presentamos una síntesis de los tres pilares en los que se sustenta:

Aspectos relativos al software GeoGebra
GG es uno de los softwares de Geometría Dinámica más difundido en las últimas dos décadas por utilizarse como herramienta auxiliar para la enseñanza de las matemáticas (Campos Nava y Torres Rodríguez, 2018). Tiene la ventaja de ser de código abierto, su interfaz es de fácil uso y se adapta a todos los niveles educativos. Incluye geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo, con la posibilidad de incorporar actividades dinámicas. Ofrece a los docentes la oportunidad de crear materiales de aprendizaje interactivos como páginas web o applets, por lo que se convierte en una herramienta de autoría. GG no es solamente un software libre, se ha convertido en una comunidad con millones de usuarios en casi todos los países del mundo en la que comparten sus recursos y experiencias en apoyo a la educación en ciencias, tecnología, ingeniería y matemática. Esto contribuye a la innovación en la enseñanza y aprendizaje en casi todas las latitudes (GeoGebra, 2020). Además, GG brinda una serie de aplicaciones para usar en el celular que son gratuitas y disponibles para iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook y Linux, lo que asegura la utilización en diversos dispositivos.

Actividades matemáticas realizadas con tecnología
Arcavi y Hadas (2002) plantean una serie de características para que las actividades matemáticas realizadas con tecnología promuevan procesos como los de visualización, experimentación, sorpresa, retroalimentación y necesidad de argumentar y probar. La visualización se refiere a la habilidad de representar, transformar, comunicar, argumentar, explicar un hecho a partir de lo observable por ejemplo en un gráfico. La experimentación la vincula con las facilidades que algunas herramientas tecnológicas permiten, por ejemplo, el uso de entornos dinámicos que proponen diferentes posibilidades de solución a una situación propuesta. La sorpresa se refiere a las respuestas rápidas que los estudiantes dan a ciertos problemas que luego no coinciden con las posibilidades de otras soluciones que pueden explorarse haciendo uso de la tecnología. La retroalimentación se puede lograr cuando, por ejemplo, se comparan resultados o cuando se reformulan procesos en los cuales la expectativa inicial no coincide con los resultados obtenidos. La necesidad de argumentar y probar puede darse cuando el alumno explica a través de palabras que un resultado no se ajusta el contexto de un problema.

Tareas matemáticas con incorporación de GeoGebra
Las tareas son uno de los recursos más importantes que tiene el profesor para lograr que los alumnos entiendan los conceptos matemáticos.
Existen varios estudios que incorporan el uso de GG en las clases de matemática, algunos citados en la introducción del presente artículo. Entre ellos: Barahona et al (2015); Campillo, et al. (2021); Fiallo y Parada (2014); García Cuéllar et al. (2018); Garelik y Montenegro (2015); Pabón et al. (2015); Ruiz et al. (2018); Saucedo et al. (2014). Si bien estos trabajos se diferencian en varios aspectos (marco teórico, objetivos, metodología, etc.) podemos sintetizar algunas conclusiones en común. Uno de ellos es la motivación y participación que se logra tanto en el alumno como en el docente cuando usa este tipo de recursos. A su vez la utilización de este tipo de software agrega la posibilidad de trabajar en distintos registros de representación al mismo tiempo, construir gráfi-

cos y representaciones con un carácter dinámico permitiendo, de esta manera, una mejor visualización de las situaciones propuestas.

En cuanto al diseño de tareas, varios de los autores citados coinciden en que existe una fase de exploración en la que predomina la habilidad visual y manipulativa y el alumno puede realizar conjeturas. Luego se pasa a una fase de formalización o institucionalización de los contenidos y acá es primordial la presencia del docente.

Sosa, Aparicio y Tuyub (2008) proponen a la hora de diseñar tareas con software utilizar sus posibilidades para utilizar tablas, hacer gráficos, construir funciones, controlar cálculos; de manera tal que el alumno lleve a cabo procesos de experimentación y análisis de diferentes situaciones para determinar propiedades y características de los objetos matemáticos en estudio. También aconsejan fomentar el uso de varios registros de representación semiótica de un mismo objeto matemático, ya que no basta "hacer visible" un concepto matemático con el uso de la computadora, sino que se deben plantear procesos de codificación y decodificación que reorganicen la estructura conceptual de los alumnos respecto a los conceptos tratados. Sugieren promover procesos de visualización matemática, contextualizar las propiedades de los conceptos, favorecer la experimentación y la exploración, realizar inferencias, establecer conjeturas y generar argumentos.

Entre las conclusiones de uno de los grupos del CIEM (Muñoz Escolano, 2016) sobre tareas con GG se recomienda que tengan dos momentos: un primer momento exploratorio para favorecer la comprensión de la tarea y la aplicación eficaz de la técnica; y un momento posterior que consista en la resolución con lápiz y papel para favorecer la consolidación de la técnica y los procesos de instrumentalización.

Fiallo y Parada (2014) explican la reinterpretación de las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele que dieron lugar a pautas para el diseño de tareas con GG:

1. Fase de información y exploración libre: al inicio de la actividad se plantea el problema para que el estudiante lo trate de resolver sin el uso del software (de manera individual o grupal) La idea es que el alumno trabaje con sus conocimientos previos para resolver el problema de manera intuitiva y logre aproximarse a la solución.
2. Fase de socialización de los resultados obtenidos: los estudiantes comunican sus soluciones a todo el grupo, aclaran dudas, corrigen errores, y se promueve la necesidad de ofrecer una solución matemática válida al problema planteado.
3. Fase de exploración dirigida: se parte de la exploración de un archivo de GG para que, a través de la exploración y de la orientación guiada por preguntas, el estudiante usando las diferentes herramientas del software vaya encontrando respuestas al problema, plantee conjeturas y justifique matemáticamente los resultados visualizados en las diferentes representaciones que ofrece el software: gráfica, algebraica, hoja de cálculo.
4. Fase de explicitación: se debate lo que cada uno hizo con orientación del profesor de tal manera que se llegue a la construcción del conocimiento que es el objetivo de la actividad.
5. Orientación libre: se plantea un nuevo problema en el que el estudiante tiene que aplicar lo que aprendió, pero no de manera mecánica.

Como resultado de la investigación pudimos lograr: *categorización de tareas de matemática con uso de software GeoGebra*

A partir de la postura de Arcavi y Hadas (2002) definimos tareas de matemática con uso de software GG (TMGG) a aquellas actividades matemáticas en las que se utiliza lápiz y papel juntamente con el software, con el fin de facilitar procesos de visualización, experimentación, sorpresa, retroalimentación y necesidad de argumentar y/o formalizar lo realizado.

En cada tarea establecimos:

- Objetivos: decidimos si la tarea se usaría para introducir conceptos, presentar comandos o ejemplos de diversas situaciones, inferir relaciones entre objetos matemáticos, descubrir propiedades, entre otros.
- Interacción del alumno con GG: esta interacción puede ser nula cuando, por ejemplo, el profesor utiliza la computadora y comparte con los alumnos lo que hace, hasta interacción con o sin guía del docente.
- Acciones en lápiz y papel o pizarrón: luego del momento exploratorio con el software es preciso realizar la justificación y fundamentación analítica ya sea en entorno de lápiz y papel o en el pizarrón.

Como resultado de esta etapa pudimos diseñar tipos de tareas con un orden creciente de interacción del alumno con el software y las fuimos implementando paulatinamente en la cursada de la materia. Pudimos diseñar tres categorías de tareas. Las denominamos TMGG sin interacción, TMGG con interacción guiada y TMGG con interacción libre.

Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra Sin Interacción (TMGGSI)

Son aquellas tareas en las cuales el docente, usando su computadora o dispositivo electrónico y los televisores disponibles en las aulas, o en clases virtuales, expone los temas específicos de la asignatura con inclusión de GG, realizando acciones tanto en el software como en el pizarrón. El objetivo es introducir temas, conceptos o relaciones entre objetos matemáticos utilizando la App de manera conjunta con el pizarrón. El profesor muestra el uso de comandos necesarios para el tema elegido a la vez que guía a los alumnos con preguntas sobre lo visto en la App. La interacción del alumno con GG es nula, es el docente quien lo usa, dirige la clase e invita a los alumnos a realizar acciones en lápiz y papel. Los ítems para realizar en el pizarrón corresponden a anotaciones para resumir lo realizado y a la formalización de los conceptos, interpretación geométrica o propiedad estudiada. Ejemplos de temas que podrían desarrollarse con este tipo de tareas son: definición de función continua en un punto, orden de contacto entre dos curvas, sumas de Riemman, entre otros.

Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra con Interacción Guiada (TMGGIG)

Son las tareas en las cuales se usa GG y lápiz y papel durante las clases. El docente enseña diferentes comandos y herramientas a la par de contenidos matemáticos específicos y los alumnos usan la App en sus celulares acorde a la guía del docente. El objetivo es que los alumnos extraigan conclusiones o realicen alguna conjetura a partir de indicaciones, por parte del docente, de las acciones a ser efectuadas en el programa. Luego se hace una puesta en común y, si es necesario, se formalizan contenidos. La interacción del alumno con GG es alta pero guiada por el docente y también implica acciones en lápiz y papel por parte de los alumnos. Los ítems para realizar en lápiz y papel corresponden a la generalización de las propiedades vistas utilizando lenguaje matemático apropiado, tanto en los cuadernos de los alumnos como en el pizarrón. Ejemplos de contenidos que podrían realizarse en estas tareas son: estudio de las características principales de funciones sencillas, exploración de los corrimientos de funciones, resolución de ejercicio de interpretación geométrica de la derivada, entre otros.

Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra con Interacción Libre (TMGGIL)

Son las tareas realizadas exclusivamente por los alumnos, generalmente en grupos, usando GG y lápiz y papel. Son domiciliarias con plazo de entrega de una semana. El objetivo es que los alumnos puedan resolver algún ejercicio específico, buscar patrones o relaciones y justificar analíticamente lo realizado. La interacción del alumno con GG es alta y libre, sin intervención del docente. también implica acciones en lápiz y papel para realizar justificaciones analíticas sobre lo realizado con GG. Ejemplos de temas para este tipo de tareas: estudio de las asíntotas de una función racional de acuerdo con la variación de un parámetro, análisis de la continuidad de una función definida por intervalos acorde a la variación de parámetros, estudio de funciones, entre otros.

Referencias bibliográficas

Arcavi A. y Hadas, N. (2000). El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque. Recuperado el 20 de agosto de 2010, de http://www.scribd.com/doc/15782300/LA-PC-COMO-MEDIO-DE-APRENDIZAJEArcavi2000

Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B e Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL (RTE), 28* (5), 121-132. http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429

Campillo, A., Cafferata, S. Srour, Y. y Kostov, G. (2021). GeoGebra como herramienta en la resolución de problemas de optimización. *Memorias IV día GeoGebra Argentina y IX GeoGebra Iberoamericano.* YouTube. https://youtu.be/7zXhPEqYS2o

Campos Nava, M. y Torres Rodríguez, A. A. (2018). Diseño de Tareas de Aprendizaje Matemático con GeoGebra: Mecanismos Articulados. *Pädi. Boletín Científico del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería, 10*, 80-85. https://doi.org/10.29057/icbi.v5i10.2939

Fiallo, J. y Parada, S. (2014). Curso de precálculo apoyado en el uso de GeoGebra para el desarrollo del pensamiento variacional. *Revista Científica, 20*, 56-71. https://doi.org/10.14483/23448350.7689

Garelik y Montenegro (2015). Un problema de movimiento parabólico en Cálculo con uso de GeoGebra. *VI Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación Virtual y a Distancia.*

GeoGebra. (2020). *¿Qué es GeoGebra?* https://www.geogebra.org/about

García Cuéllar, D., Martínez Miraval, M y Flores Salazar, J. (2018). Genesis instrumental de la razón de cambio instantánea mediada por GeoGebra. En L. Serna y D. Páges (eds), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 31* (2) (pp. 1876-1883).

González, C., Vigo, K., Saravia, N. y Advíncula, E. (2018). Una secuencia didáctica para la comprensión del Concepto de derivada mediada por el software GeoGebra. En L. Serna y D. Páges (eds), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 31* (2) (pp. 1352-1358).

Muñoz Escolano, J. (2016) Crónica del encuentro: Enseñar matemáticas con GeoGebra: retos, roles, resultados. Muñoz Escolano, J. (2016) https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/s81-secretos_geogebra.pdf

Pabón, J., Nieto, Z., Gómez C. (2015). Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos, Ciencia y Tecnología, 7* (1), 64-70. https://doi.org/10.22335/rlct.v7i1.257

Ruiz, L., Del Rivero, S. y Valenzuela, H. (2018). GeoGebra: auto regulador del aprendizaje en conocimientos previos en cálculo diferencial. *Revista Entorno Académico*, *20*, 15-22.

Saucedo, R., Godoy, J., Fraire, R. y Herrera, H. (2014). Enseñanza de las integrales aplicadas con GeoGebra. *El Cálculo y su Enseñanza* 5 (5), CINVESTAT, 125-138.

Con respecto a los videos

Desarrollaremos los puntos teóricos en los cuales nos apoyamos para llevar adelante la experiencia en el curso de ingreso a carreras de ingeniería y arquitectura, sobre actividades de autoaprendizaje con uso de videos.

Tarea matemática con uso de video: el ingreso universitario y el desempeño de los estudiantes en las asignaturas de primer año de las carreras universitarias es motivo de preocupación en los últimos años, para todo el sistema universitario. Palabras como deserción, inclusión, permanencia, retención se transformaron en categorías de análisis de numerosas investigaciones en las instituciones universitarias. Atendiendo a estas cuestiones resulta necesario poner el foco en las estrategias de enseñanza que se ponen en práctica en los diversos cursos de ingreso. (De Gatica et al.,2019).

Los resultados de las pruebas estandarizadas a nivel medio, especialmente en la asignatura matemática, son preocupantes, sumado a los contextos de masividad en las aulas a nivel superior, nos obligan a pensar estrategias centradas en el estudiante. En este sentido, la incorporación de recursos audiovisuales como los videos aportan ventajas sobre los materiales escritos, especialmente en el diseño de tareas matemáticas, favoreciendo la comprensión, visualización, simulación de fenómenos, motivación de los estudiantes y la posibilidad de verlos en forma reiterada en cualquier momento y lugar (Diaz Dávila et al., 2000).
Numerosos autores (Roque Herrera, et al., 2018) señalan la importancia del desarrollo de actividades que tornen a los estudiantes como protagonistas de su propia formación y que adquieran una posición activa frente al proceso de aprendizaje. Como consecuencia de esta tendencia surge la necesidad de establecer un nuevo paradigma en la relación alumno-docente. Una de las principales características es el rol que asumen cada uno de ellos, el docente es un orientador, limitándose a delinear actividades para que los estudiantes puedan desarrollar habilidades vinculadas con la gestión de su propio aprendizaje. Esto requiere que los profesores que se desempeñan en Educación Superior deban tener una formación sólida en didáctica y metodología, como también ser creativos a la hora de planificar la tarea docente para promover que el estudiante sea un sujeto activo de la clase, protagonista de su propio aprendizaje.
Moreno et al. (2016) realizan una diferencia entre *tarea y actividad matemática.* Según los autores la segunda está vinculada con el "hacer" del estudiante, es decir la acción del alumno mientras que la primera es una invención del docente que implica selección, diseño y secuenciación de acciones para lograr la construcción de nuevos conceptos matemáticos. Acuñan el término *tareas matemáticas significativas* cuando en el inicio se incluyen contenidos y procedimientos que los estudiantes conocen, que sean un desafío para los alumnos, que le permitan interconectar estos conceptos y procedimientos conocidos con los nuevos por desarrollar y que en la medida que las resuelven puedan verificar, justificar y decidir si llegaron a una respuesta acorde a lo solicitado en dicha tarea. También establecen que una tarea debe tener una *finalidad o meta*, se refieren a las expectativas de aprendizaje que se espera logren con la tarea; una *formulación*, que puede ser en diversos formatos, escritos, videos u otros, *recursos materiales,* si es que se necesitan para llevarla a cabo; *tipo de agrupamiento,* es decir cómo se organizarán los estudiantes; una *situación de aprendizaje o contexto,* donde y a quienes va dirigida la acción y una *temporalización,* tiempo aproximado que se empleará para llevarla a cabo.
Una de las principales actividades que se nos presentan a diario a los docentes es la elaboración de consignas matemáticas. Muchas veces de ellas depende que un concepto matemático se comprenda de manera superficial o no. Si a esto le agregamos la incorporación de recursos tecnológicos, dicho desafío se complejiza aún más. En este sentido Barreiro et al. (2017) definen *consigna* a los enunciados de las *tareas matemáticas* y cuando se refieren al término *tarea* especifican que ésta se compone de tres partes: una consigna, un contexto y un objetivo.

El video como recurso didáctico en tareas de autoaprendizaje: numerosas investigaciones tratan acerca del uso de videos como herramienta didáctica en los procesos de aprendizaje. Pons y Cabero (1990) analizan de forma experimental tres usos del video:

- *Como mediador del aprendizaje:* en este sentido los autores analizan si el video como recurso didáctico, facilita el proceso de aprendizaje de los estudiantes frente a otros medios escritos.
- *Como instrumento de conocimiento:* contrastan de manera experimental las diferencias en cuanto al aprendizaje de los estudiantes si utilizan video o texto escrito.
- *Como evaluador del proceso de enseñanza aprendizaje:* analizan el rendimiento académico de los estudiantes influenciado por la presencia del video frente al texto escrito.

Rodriguez Licea et al. (2017) también realizan una investigación comparativa con grupo control y experimental analizando el impacto en el rendimiento académico, motivación y el grado de satisfacción de los estudiantes al utilizar videos, bajo la modalidad Blended Learning, en el proceso de enseñanza de la asignatura matemática en escuela media. Los autores afirman que los resultados de la investigación muestran una mejora en la comprensión de los contenidos conceptuales que abordaron en dichos videos (puntos notables del triángulo) en el grupo de alumnos experimental. Aseguran que el uso de videos es sinónimo de innovación, elevan el potencial de las estrategias de enseñanza y brindan nuevas posibilidades didácticas.
Cabero et al. (2005) manifiestan que no existen medios tecnológicos mejores o superiores a otros, si no se tienen en cuenta los objetivos educativos que se pretenden alcanzar y el potencial educativo que se puede lograr a través de ellos dependerá en gran parte de las estrategias y metodologías que se pongan en práctica para alcanzar esos objetivos planteados. A sí mismo, señalan que el video es un recurso más, cuya principal característica es de ser de fácil acceso para los estudiantes y recomiendan que no todas las experiencias educativas deben hacerse con esta tecnología.
Sandoval (2016) señala algunas ventajas que se obtienen al utilizar videos en los procesos de aprendizaje:

- Ser un medio atractivo para los estudiantes
- Permitir revisar los contenidos las veces que sea necesario.
- Disponer de su tiempo cuando desean verlos
- Es una propuesta innovadora y dinámica frente a lo estático de otras formas como puede ser una exposición a través de diapositivas.

La misma autora indica once pasos divididos en tres fases, para crear videos educativos. La primera fase la denomina de preproducción del video compuesta por: elegir la temática a tratar, escribir un guion, seleccionar el escenario y practicar lo que se va a decir antes de comenzar la grabación. La segunda fase de producción: revisar cámara y audio en función de la herramienta con la que se hará la grabación, tener en cuenta la duración y los tres momentos del video, introducción, desarrollo y síntesis de lo expuesto, finalmente utilizar una buena dicción que transmita énfasis. La tercera fase de postproducción se refiere a la edición y publicación del video.
Moreno y Mayer citados en Couoh, Villanueva (2021), definen cinco tipos de interactividad de un recurso digital: *diálogo, control, manipulación, búsqueda, y navegación,* cuando una o más de ellas se integra en un video se obtiene según los autores un *video interactivo.* Se refieren a *diálogo* cuando en un video se incluyen preguntas para ser respondidas por los alumnos y recibir algún tipo de retroalimentación. *Control* pueden modificar el orden de reproducción del video. *Manipulación* se incluyen opciones que permiten cambiar colores, tamaños de textos entre otros. *Búsqueda* consultar el video sin necesidad de recorrerlo en forma completa. *Navegación* integrar enlaces que conecten con contenidos que tengan que ver con la información desarrollada en el video. Por su parte Ramos (2000) señala que romper la pasividad de un estudiante es un hecho fundamental para que este asimile y comprenda un concepto. Por tal motivo propone una serie de actividades para que el sujeto se transforme en activo mientras mira el video, algunas de ellas pueden ser la incorporación de preguntas, tomar apuntes, realizar una síntesis del contenido del video, entre otras. También recomienda que el profesor debe tener en claro que debe realizar, antes, durante y después del uso del video en sus clases y que este tipo de recurso no se agotan en sí mismos, sino que son un complemento de las estrategias implementadas por los docentes.
Márques, Cabero y Bravo también citados en Couch Villanueva (2021), clasifican a los videos de acuerdo con los objetivos didácticos que persiguen. Establecen tres tipos: el video como *medio de información,* explicación de contenidos curriculares utilizando diferentes formas de representación de estos como ser símbolos, gráficos, incluyendo software en dichas explicaciones, etc. El *video como instrumento motivador,* los que poseen la capacidad de captar la atención del espectador, el interés y la motivación frente a un tema a desarrollar. El *video como medio de*

autoaprendizaje son aquellos que se transforman en una herramienta autónoma del aprendizaje, dentro de este tipo se enmarcan los videos interactivos, aquellos que permiten por ejemplo la introducción de preguntas y generan algún tipo de interacción con el estudiante. Es importante remarcar lo que manifiestan Cabero et al. (2005), para que el recurso didáctico resulte efectivo, es decir que se logren los objetivos planificados, la mediación docente juega un papel clave.

Como resultado de la investigación pudimos lograr: tarea matemática de autoaprendizaje con uso de video

A partir de la revisión teórica definimos *tareas de matemática de autoaprendizaje con uso de videos (TMAV)* como aquellas actividades matemáticas que incluyen una guía para que el alumno, sin la ayuda del profesor, pueda adquirir conocimiento a través de este tipo de recursos. Incorporamos tres categorías de videos: los motivadores (VM), los explicativos (VE) y los interactivos (VI).

En esta etapa de la investigación, diseñamos e implementamos dos TMAV*,* la primera trata el tema de notación científica y la segunda sobre números complejos.

En cuanto al diseño, tuvimos en cuenta los conocimientos previos con los que deberían contar los aspirantes a ingresar a carreras de ingeniería, las dificultades que se presentan en aulas súper pobladas y muy heterogéneas en referencia a la procedencia de orientaciones educativas diversas de la enseñanza media y el corto tiempo con el que contamos para desarrollar los temas matemáticos.

- TMAV sobre notación científica: consta de un solo video de tipo VE y VM, diseñado especialmente, donde se introduce el tema a partir de situaciones en diversos contextos y una autoevaluación con formularios Google Drive.
- TMAV sobre números complejos: consta de 6 videos, cuatro de tipo VE y dos de tipo VI para los cuales usamos la aplicación gratuita EdPuzzle. El contenido desarrollado en los videos fue definición de números complejos, formas de representarlos, módulo, conceptos de complejos opuestos y conjugados, operaciones básicas en forma binómica: suma, resta, multiplicación, división y potencias elementales. Además, incluimos dos autoevaluaciones una a través de un App de GeoGebra y otra en formato de juego tipo verdadero-falso diseñada con Genially. Finalmente, un formulario de Google Drive para subir un ejercicio que debían resolver en lápiz y papel y una encuesta para saber las opiniones de los estudiantes con respecto a esta tarea implementada.

Referencias bibliográficas

Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2017). Rodríguez (coord.) *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática.* Buenos Aires: Universidad Nacional General Sarmiento.

Cabero Almenara, J., Cejudo Llorente, M., Graván, P. (2005). Las posibilidades del video digital para la formación. *Labor docente*, 4, 58-74.

Couoh, J., & Villanueva, R. (2021). El video didáctico en el proceso de enseñanza de la Matemática en el nivel secundaria. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, *4*(2), 223-231.

De Gatica, A., Bort, L., Romero, M. M., & De Gatica, N. P. (2019). La formación en el ingreso a la universidad. *Revista Educación, política y sociedad*.

Diaz Dávila, L., Britos, J., Hirschfeld, G., Comerci, S., Galoppo, J., & Martiarena, N. (2020). La pandemia. Acciones para facilitar el aprendizaje en Matemática durante el ingreso a carreras de Ingeniería. En *XV Congreso Nacional de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología (TE&ET 2020)*

López Rodríguez, M., & Barac, M. (2019). *Valoración del alumnado sobre el uso de clickers y video tutoriales en la educación superior.*

Moreno, A., & Ramírez, R. (2016). *Variables y funciones de las tareas matemáticas.*

Pons, J., & Cabero Almenara, J. (1990). El video en el aula I. El video como mediador del aprendizaje. *Revista de educación, 291, 351-370*.

Ramos, J. (2000). El vídeo educativo. *Guía Metodológica. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid, Madrid*.

Rodríguez Licea, R., López Frías, B., & Mortera Gutiérrez, F. (2017). El video como Recurso Educativo Abierto y la enseñanza de Matemáticas. *Revista electrónica de investigación educativa*, *19*(3), 92-100. https://doi.org/10.24320/redie.2017.19.3.936

Roque Herrera, Y., Valdivia Moral, P. Á., Alonso García, S., & Zagalaz Sánchez, M. L. (2018). Metacognición y aprendizaje autónomo en la Educación Superior. *Educación Médica Superior*, *32*(4), 293-302.

Sandoval C. (2016). 11 pasos para crear videos educativos efectivos. http://elearningmasters.galileo.edu/2016/12/13/crear-videos-educativos/

ANEXO B: habilidades matemáticas y digitales. Marco teórico y resultados

Con respecto al uso de GG

Costa (2011) pudo establecer tipologías sobre las acciones de los alumnos cuando trabajan con tareas con GG. El autor diseñó y puso a prueba una secuencia de siete actividades de Geometría Analítica para inducir a los alumnos a la “matematización” con acciones en lápiz y papel y en el entorno del software GG. Se define como matematización horizontal a la acción en la cual los estudiantes utilizan herramientas matemáticas que los ayudan a organizar y resolver un problema en el contexto de una situación realista. Implica transitar desde las situaciones en contextos hasta la simbología matemática. Esta matematización la divide según surja de la manipulación con el software GG (a la que denotamos MHG) o en entorno de lápiz y papel (cuyas siglas establecimos MHE). La matematización vertical (MV) es aquella en la cual los alumnos descubren conexiones entre conceptos y estrategias y aplican estos descubrimientos. Implica procesos de abstracción y generalización.

El estudio fue cuantitativo y cualitativo. Del análisis del desarrollo de estas actividades y la respuesta a cuestionarios por parte de los 19 alumnos que intervinieron en la experiencia, pudo establecer las siguientes tipologías o categorías:

- Matematizadores completos: pueden contemplar las situaciones en sus aspectos matemáticos concretos y también pueden generalizar. Resuelven mediante GG las situaciones concretas que plantean las actividades y expresan correctamente por escrito los cálculos que conducen hacia las soluciones. A partir de situaciones concretas que resolvieron o estudiaron con ayuda del software, escriben expresiones algebraicas generales.
- Matematizadores horizontales: resuelven mediante GG y lo expresan por escrito, ambas cosas con altas consecuciones, pero obtienen un logro mucho más discreto en la generalización. Se mueven con comodidad dentro de situaciones concretas, pero les cuesta el movimiento vertical hacia las generalizaciones.
- Matematizadores tecnológicos: resuelven con alta consecución mediante GG, pero presentan un rendimiento significativamente más bajo cuando expresan por escrito, algebraicamente, los resultados. Y todavía tienen mayores dificultades para generalizar. Se mueven con comodidad en un entorno visual y manipulativo, pero no muestran igual desenvoltura por escrito.
- Matematizadores débiles: obtienen resultados bajos o discretos en todos los tipos de matematización. Ni siquiera en un entorno visual, manipulativo e interactivo matematizan con cierta desenvoltura.

Haciendo un paralelismo con las ideas anteriormente descriptas, definimos las siguientes habilidades para estudiar en este proyecto:

- *Habilidad digital*: organizar y resolver un problema en contexto (intra o extra-matemático) usando GG. Esta habilidad está relacionada con la MHG que define Costa. Implica, ante una TMGG, planificar las acciones para realizarla con el software, ejecutar dichas acciones y dar una respuesta a esa tarea.
- *Habilidades matemáticas*: luego de realizar la manipulación con el software, organizar, resolver y justificar un problema usando lápiz y papel. Estas habilidades están relacionadas con la MHE que implica llevar acciones en lápiz y papel en forma paralela con lo que se realiza en el software, usando simbología matemática adecuada. Si a esto le agregamos elaboración de conjeturas para generalizar o alguna justificación analítica genérica pasamos a una MV.

Si bien las TMGGSI no promueven este tipo de habilidades son necesarias realizar para introducir al alumno en aspectos generales del software: registro en la página, distintos tipos, guardado de archivos, comandos principales, entre otros.
Las TMGGIG y las TMGGIL promueven los dos tipos de habilidades, pero la diferencia es que, en el primer caso, esas acciones están dirigidas, no así el otro.

Referencia bibliográfica

Costa, J. (2011). Plataforma de matematización en un entorno GeoGebra dentro de un planteamiento didáctico «desde abajo hacia arriba». *Enseñanza de las Ciencias, 29* (1), 101–114. https://doi.org/10.5565/rev/ec/v29n1.527

Con respecto a los videos

Cárcel Carrasco (2016) manifiesta que, si fomentamos el desarrollo de habilidades de autoaprendizaje, los estudiantes adquieren capacidades de adaptación para emprender estudios posteriores y ser más creativos. Las actividades de autoaprendizaje hacen contraste con las clases magistrales, permitiendo que cada individuo regule su ritmo de trabajo y deba tomar decisiones en forma frecuente.
De acuerdo con la definición de TMAV y la postura de Cárcel Carrasco (2016) antes descripta planteamos para este proyecto las siguientes habilidades.

- Habilidad digital organizar y producir información para construir conocimiento, acorde al trabajo realizado con las TMAV, y comunicarla claramente.
- Habilidad matemática resolver problemas en contexto usando notación científica; representar y resolver operaciones con números complejos.

Referencia bibliográfica

Cárcel Carrasco, FJ. (2016). Desarrollo de habilidades mediante el aprendizaje autónomo. 3C Empresa. 5(3):52-60. doi:10.17993/3cemp.2016.050327.52-60

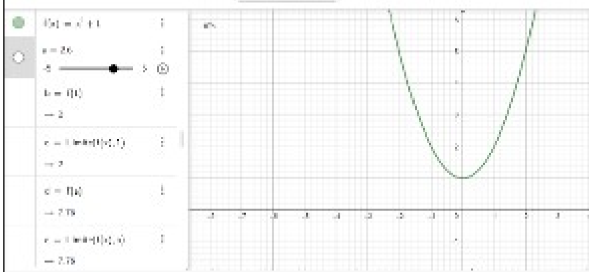
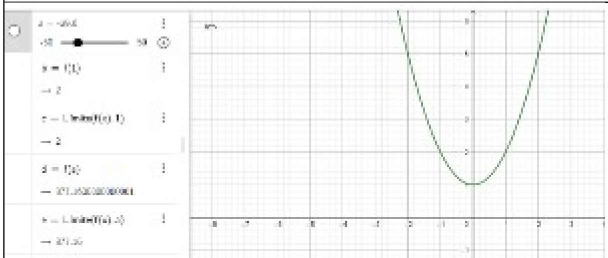
ANEXO C: tareas diseñadas

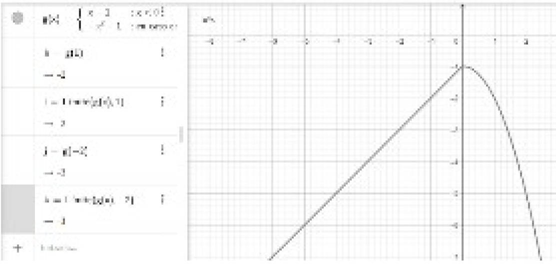
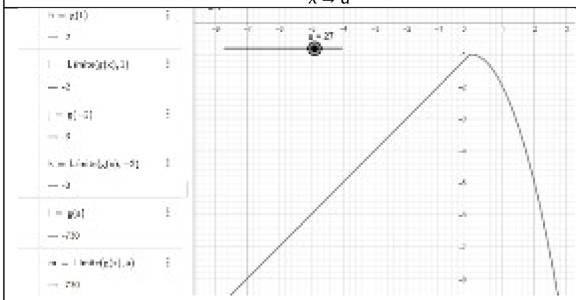
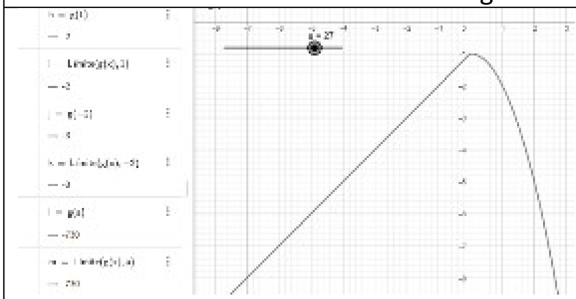
Con respecto a GG

TMGGSI (Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra Sin Interacción)

Ejemplo de TMGGSI que se realizó sobre el tema continuidad de una función en un punto. Para esta tarea (ya se habían trabajado en clase ingreso de funciones en GG, de deslizadores y los comandos de límite.

Tema para desarrollar: definición de continuidad de una función en un punto	
Enunciado	
Dadas las funciones $f(x)=x^2+1$ y $g(x)=\begin{cases} x-1 x<0 \\ -x^2-1 x\geq 0\end{cases}$.hallar: $f(1)\ y \lim\limits_{x\to 1} f(x)$ $f(a)\ y \lim\limits_{x\to a} f(x)\ \forall a \in D_f$ $g(1)\ y \lim\limits_{x\to 1} g(x)$ $g(-2)\ y \lim\limits_{x\to -2} g(x)$ $g(a)\ y \lim\limits_{x\to a} g(x)\ \forall a \in D_g$	
Características	
Objetivos	Deducir, utilizando GG, la definición de continuidad de una función en un punto
Nivel de interacción del alumno con GG	Nulo. El docente muestra en pantalla lo que hace en GG
Ítems para realizar en lápiz y papel o pizarrón	Lo realiza el docente en el pizarrón
Fases	
Información y exposición	Se comienza la clase explicando que con la ayuda de GG se calcularán imágenes y límites de funciones dadas con el objetivo de comparar los valores obtenidos. Se escribirá lo analizado en el pizarrón.
Exploración dirigida	no
Exploración libre:	no
Formalización	Sí, a cargo del docente en el pizarrón
Fundamentación	no
Acciones	
A continuación, describimos las acciones del profesor tanto en GG como en el pizarrón. El docente muestra la pantalla de GG desde su página Web, ingresa la función $f(x)=x^2+1$, crea un deslizador “a” y les pregunta a los alumnos sobre su dominio y lo escribe en el pizarrón.	

<table>
<tr><th>En GG</th><th>En el pizarrón</th></tr>
<tr><td></td><td>$f(x)=x^2+1$
$D_f=R$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Calcula $f(1)\ y \lim_{x \to 1} f(x)$ y que escribe los resultados en el pizarrón.</td></tr>
<tr><td></td><td>$f(x)=x^2+1$
$D_f=R$
$f(1)=2$
$\lim_{x \to 1} (x^2+1)=2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Luego explica que, como hay que repetir los cálculos para cualquier valor “a” del dominio de la función se puede usar el deslizador previamente definido para calcular $f(a)\ y \lim_{x \to a} f(x)$. Lo acciona y va preguntando por los resultados obtenidos para cada valor de $a \in (-5,5)$:y escribe en el pizarrón</td></tr>
<tr><td></td><td>$f(x)=x^2+1$
$D_f=R$
$f(1)=2$
$\lim_{x \to 1} (x^2+1)=2$
$\forall a \in (-5,5): f(a)=\lim_{x \to a} f(x)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Luego invita a modificar el intervalo de definición del deslizador y hacer los mismos cálculos.</td></tr>
<tr><td></td><td>$f(x)=x^2+1$
$D_f=R$
$f(1)=2$
$\lim_{x \to 1} (x^2+1)=2$
$\forall a \in (-50,50): f(a)=\lim_{x \to a} f(x)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Acompaña a los alumnos a razonar que puede generalizarse los valores de a para cualquier valor del dominio de la función escribiendo:</td></tr>
<tr><td></td><td>$f(x)=x^2+1$
$D_f=R$
$f(1)=2$
$\lim_{x \to 1} (x^2+1)=2$
$\forall a \in D_f\, f(a)=\lim_{x \to a} f(x)$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Luego ingresa la función $g(x)$ usando el comando $Si(x<0, x-1, -x^2-1)$. Pregunta por su dominio. Calcula $g(1)\ y \lim_{x\to 1} g(x)$ y $g(-2)\ y \lim_{x\to -2} g(x)$ y escribe todo en el pizarrón.</td></tr>
<tr><td></td><td>$g(x)=\begin{cases} x-1 & x<0 \\ -x^2-1 & x\geq 0\end{cases}$
$D_f=R$
$g(1)=-2$
$\lim_{x\to 1}(-x^2-1)=-2$
$g(-2)=-3$
$\lim_{x\to -2}(x-1)=-3$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Luego indica que deberían hacer el mismo procedimiento llevado a cabo con la función $f(x)$, calculando $g(a)=\lim_{x\to a} g(x)$ usando el deslizador y escribe en el pizarrón</td></tr>
<tr><td></td><td>$g(x)=\begin{cases} x-1 & x<0 \\ -x^2-1 & x\geq 0\end{cases}$
$D_f=R$
$g(1)=-2$
$\lim_{x\to 1}(-x^2-1)=-2$
$g(-2)=-3$
$\lim_{x\to -2}(x-1)=-3$
$\forall a\in(-50,50): g(a)=\lim_{x\to a} g(x)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Invita a los alumnos a razonar sobre la generalización para todo valor del dominio.</td></tr>
<tr><td></td><td>$g(x)=\begin{cases} x-1 & x<0 \\ -x^2-1 & x\geq 0\end{cases}$
$D_f=R$
$g(1)=-2$
$\lim_{x\to 1}(-x^2-1)=-2$
$g(-2)=-3$
$\lim_{x\to -2}(x-1)=-3$
$\forall a\in D_g: g(a)=\lim_{x\to a} g(x)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">A partir de estos ejemplos, guía a los alumnos a la definición de función continua en un punto, por lo que escribe en el pizarrón</td></tr>
<tr><td></td><td>$f(x)\ es\ continua\ en\ x=a \Leftrightarrow$
$i\text{¿}\exists f(a)$
$ii\text{¿}\exists \lim_{x\to a} f(x)$
$iii\text{¿}\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$</td></tr>
</table>

Y puede agregar que, si esto se cumple para todo a del dominio de la función, se dice que la función es continua en su dominio:	
	$f(x)\, es\, continua\, en\, su\, dominio$ $\Leftrightarrow \forall\, a \in D_f\, f(a)=\lim\limits_{x \to a} f(x)$

TMGGIG (Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra con Interacción Guiada)

Tarea sobre continuidad de una función en un punto (año 2022)

Consigna:

Armen un archivo en Word con el enunciado de cada punto y a continuación su resolución. Esta puede consistir en una captura de lo que hicieron en GeoGebra o respuestas de las preguntas o justificaciones analíticas. Luego lo pasan a PDF con nombre: GrupoN_UT2 (N significa el número de grupo) y lo envían al docente por mensajería de MIEL.

Acceder al Applet de GeoGebra en https://www.geogebra.org/m/eefysqvy

1. En el Applet dado tilden sólo el casillero de **f**. Tenemos la siguiente función:

$$f: R \rightarrow R/f(x)=\begin{cases} x^2+4 & x \leq 1 \\ ax+b & 1<x \leq 4 \\ 2-\sqrt{8(x-4)} & x>4 \end{cases}$$

Muevan los deslizadores **a** y **b** hasta que la función f resulte continua en x = 1 y x = 4 ¿pueden predecir cuánto valen **a** y **b**?

Adjunten una captura de pantalla en la que se vean esos valores.

2. Calculen de manera analítica los valores de **a** y **b**. Adjunten una captura de dicha justificación (en tinta y papel, prolija)

3. ¿Coinciden con los valores del ítem anterior? Si no coinciden, ¿a qué creen que se deba?

4. Ahora sólo tilden el casillero **g**. Tenemos la siguiente función:

$$g: R \rightarrow R/f(x)=\begin{cases} d+\ln(¿x-2)¿x>2 \\ ¿ \end{cases} -1<x \leq 2¿|x|¿x \leq -1¿$$

Muevan los deslizadores **d** e **i** hasta que la función g resulte continua en x = -1 y x = 2. ¿pueden predecir cuánto valen esos parámetros?

Adjunten una captura de pantalla donde se vean dichos valores.

5. Calculen de manera analítica los valores de **d** y **i.** ¿Coinciden con los valores del ítem anterior? Si no coinciden, ¿a qué creen que se deba?

Habilidades promovidas

Esta tarea promueve la habilidad digital organizar y resolver con el software. A su vez demanda acciones en lápiz y papel, con lo cual promueve la habilidad matemática organizar y resolver. Si bien no hay una generalización ni una elaboración de conjetura, en el punto 4, pone al alumno en conflicto sobre lo que ve en el software con lo que calcula analíticamente en el entorno de lápiz y papel.

Tarea sobre problema de optimización (año 2023)

Consigna:

¿Cuál es el área máxima que puede tener rectángulo que tiene 2 vértices sobre la parábola $y=f(x)=12-x^2$ con $y>0$ y dos vértices sobre el eje x?

Trabajo con GeoGebra: Para interpretar el problema acceder al Applet de GeoGebra en https://www.geogebra.org/m/kc8yauyj

1. Muevan el punto A vértice del rectángulo que se forma atendiendo a la consigna, y observen cómo cambia el rectángulo y el área de éste a medida que este punto cambia (el cálculo del área se encuentra "dentro" del rectángulo).
2. Estimen, observando lo anterior, cuál sería el valor de la abscisa del punto A que hace que el área de ese rectángulo sea máxima. Hagan captura de pantalla de esta situación.

3. Planteen la función que nos permite calcular analíticamente la abscisa encontrada en forma gráfica. Calculen su máximo y revisen si coincide con lo visto en GeoGebra. Adjunten esta solución en el archivo.
4. Tilden el casillero que dice "Función área" y "Máximo de la función área". Verifiquen si dicha función y su máximo coincide con lo que ustedes obtuvieron en el punto 3.

Habilidades promovidas

Habilidad específica	Habilidad general
Estimación de la abscisa del máximo enviando captura de pantalla	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software
Planteo de la función a optimizar	Habilidad matemática: organizar y resolver problemas con lápiz y papel
Cálculo la abscisa del máximo (punto crítico, método y respuesta)	Habilidad matemática: organizar y resolver problemas con lápiz y papel
Verificación lo realizado en lápiz y papel con el software	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software

TMGGIL (Tareas de Matemática con uso de software GeoGebra con Interacción Libre)
Tarea sobre asíntotas a una curva (año 2022)
Consigna

Estudiar las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - a} + 1$ siendo $a \in R \quad si \quad a > 0; a = 0; a < 0$
Pregunta 1: ¿Qué harían en GG para entender el problema y tratar de resolverlo? (No hay que resolverlo, sólo explicar qué harían)
Actividad 1: explorar en GG y subir una imagen de la función y sus asíntotas para a = 4, a = 0 y a = - 4. Contar los comandos que usaron y lo que hicieron en GG.
Actividad 2: en lápiz y papel indicar las conclusiones a las que arribaron y su justificación. Subir tres archivos con lo realizado en forma prolija y legible: uno para el caso a > 0, otro para el caso a = 0 y otro para a < 0.
Pregunta 2: ¿tuvieron dificultades para la justificación analítica? Explicar cuáles.
Pregunta 3: ¿Les parece más sencillo de resolver si primero usan GG? Justificar la respuesta.

Habilidades promovidas
Esta tarea promueve la habilidad digital organizar y resolver con el software. A su vez demanda acciones en lápiz y papel, con lo cual promueve la habilidad matemática organizar y resolver en entorno de lápiz y papel. Agregamos una elaboración de conjetura que luego se tiene que justificar en forma analítica en entorno de lápiz y papel. Esta tarea promueve los tres tipos de matematizaciones: MHG, MHE y MV.

Tarea sobre estudio de funciones (año 2023)
Consigna
Estudiar, usando GeoGebra, cómo cambian los extremos y puntos de inflexión de la función $f: R \rightarrow R / f(x) = x^3 + a.x^2 + a.x$, a medida que varía el parámetro a real.
Trabajo con GeoGebra: es libre, pero damos las siguientes sugerencias:

1. Para explorar con GeoGebra pueden definir un deslizador llamado "a" que tome valores positivos y negativos e ir observando los elementos pedidos de la función. También pueden estudiar la situación para valores de "a" particulares. Otra posibilidad es graficar su función derivada.

2. Envíen el archivo en GeoGebra (formato ggb con nombre GrupoN_UT4) donde trabajaron este ejercicio. En ese archivo tiene que estar todo lo que hicieron con el programa para poder resolverlo.

3. En papel escriban con palabras lo que fueron haciendo y qué posibilidades obtuvieron.
4. Justificar analíticamente en papel lo obtenido.

Habilidades promovidas

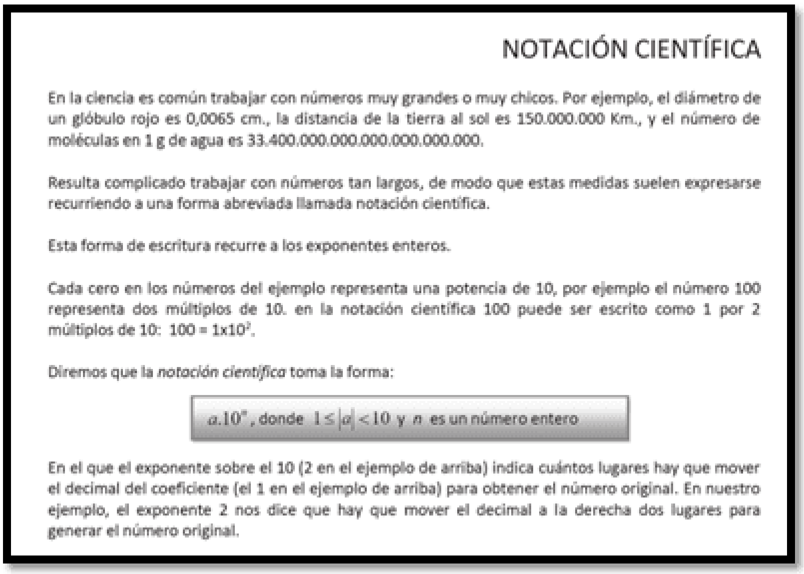
Habilidad específica	Habilidad general
Ingreso del deslizador (parámetro de la función) en GG para estudiar la situación planteada	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software
Ingreso en GG de la función a estudiar	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software
Análisis de los extremos relativos a medida que varía el parámetro usando GG	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software
Estudio de los puntos de inflexión a medida que varía el parámetro usando GG	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software
Comunicación en forma clara y precisa de la conjetura que extrajo sobre extremos/sobre puntos de inflexión	Habilidad matemática: organizar y resolver problemas con lápiz y papel
Fundamentación en forma analítica en lápiz y papel de lo conjeturado (extremos/puntos de inflexión)	Habilidad matemática: organizar y resolver problemas con lápiz y papel

Con respecto a los videos

TMAV sobre Notación Científica
Esta tarea tiene por objetivos:

- Expresar números grandes o pequeños, en forma convencional, a través del uso de notación científica.
- Aplicar las propiedades de la potencia.
- Reflexionar sobre la importancia del uso de notación científica en distintos contextos.

Esta TMAV se les presentó a los alumnos en la clase 1 del curso de ingreso, durante el transcurso de la primera instancia. Para complementar la explicación teórica sobre notación científica que figura en el manual de ingreso (Figura 1) se les solicitó que miren el video que figura en el siguiente enlace https://youtu.be/jGKPHBVuWDc.



NOTACIÓN CIENTÍFICA

En la ciencia es común trabajar con números muy grandes o muy chicos. Por ejemplo, el diámetro de un glóbulo rojo es 0,0065 cm., la distancia de la tierra al sol es 150.000.000 Km., y el número de moléculas en 1 g de agua es 33.400.000.000.000.000.000.000.

Resulta complicado trabajar con números tan largos, de modo que estas medidas suelen expresarse recurriendo a una forma abreviada llamada notación científica.

Esta forma de escritura recurre a los exponentes enteros.

Cada cero en los números del ejemplo representa una potencia de 10, por ejemplo el número 100 representa dos múltiplos de 10. en la notación científica 100 puede ser escrito como 1 por 2 múltiplos de 10: $100 = 1x10^2$.

Diremos que la *notación científica* toma la forma:

$a.10^n$, donde $1 \leq |a| < 10$ y n es un número entero

En el que el exponente sobre el 10 (2 en el ejemplo de arriba) indica cuántos lugares hay que mover el decimal del coeficiente (el 1 en el ejemplo de arriba) para obtener el número original. En nuestro ejemplo, el exponente 2 nos dice que hay que mover el decimal a la derecha dos lugares para generar el número original.

Figura 1: imagen del manual de ingreso, explicación introductoria del tema Notación Científica

El video se diseñó en base a un PPT (Figura 2) y es de tipo VE y VM de acuerdo con la clasificación adoptada.

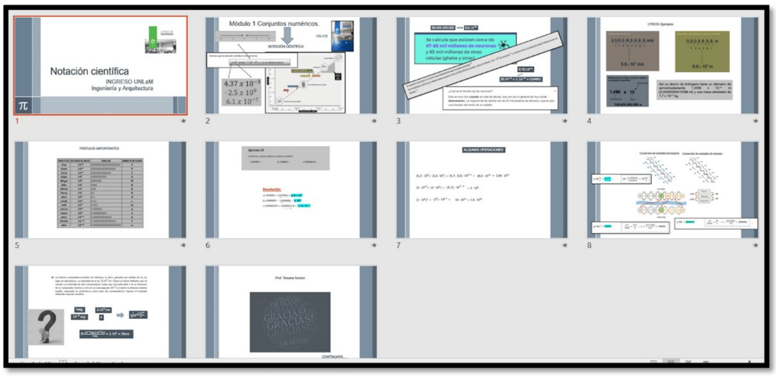


Figura 2: Imagen de las diapositivas del PPT en que se basa el video

Se introduce el tema a partir de la interpretación de un gráfico cartesiano sacado de una revista científica, se dan ejemplos en diferentes contextos, se formaliza el concepto. Se explican ejercicios del manual y problemas en contexto como el siguiente:

> Los futuros computadores podrán ser fotónicos, es decir, operados por señales de luz, en lugar de electrónicos. La velocidad de la luz $(3\ .\ 10^{10}\ cm/s)$ será un factor limitante para el tamaño y la velocidad de tales computadores. Supón que una señal debe ir de un elemento de un computador fotónico a otro en un nanosegundo $(10^{-9}\ s)$ ¿Cuál es la distancia máxima posible, expresada en centímetros, entre estos dos computadores? Expresa el resultado utilizando notación científica.

Cada clase del curso de ingreso tiene una ficha donde se ordenan los temas que se deben desarrollar en cada una. Estas fichas se encuentran en la plataforma MIEL INGRESO. El enlace al video figura en la ficha de la clase 1 y allí mismo se les comunica que en la clase 3 deberán realizar una autoevaluación para ver que comprendieron del tema, diseñada con formularios Google Drive. El link a esta autoevaluación es el siguiente: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfdBTwTf7XvFuU89bnqQj7jNcXkscGTuzz_0KEzkC5bmekwKA/viewform

Esta autoevaluación consta de cinco preguntas obligatorias de dos puntos cada una y un sexto interrogante opcional, donde queríamos que comparen la respuesta obtenida en el ítem 5 con una información que figura en una página que trata temas sobre el clima (Figura 3)

TMAV sobre Números Complejos

Esta tarea tiene por objetivos:

- Introducir el concepto de números complejos, su representación gráfica y su forma de expresión en forma binómica.
- Resolver operaciones básicas con números complejos.

Esta TMAV se les presentó a los alumnos en la clase 2 del curso de ingreso, durante el transcurso de la primera instancia.
Se divide en cuatro etapas: aprendizaje, autoevaluación, evaluación y encuesta final. En la primera etapa se introduce el tema con el siguiente video de tipo VE https://youtu.be/PTlUReERSS0 , en el que se define números complejos, formas de representarlos, módulo y conceptos de complejos opuestos y conjugados. Las explicaciones brindadas en los diferentes videos deben completarlas con la lectura del manual de ingreso. Luego, en otros dos VE se explican operaciones en forma binómica y además tienen a su disposición dos videos más de tipo VI, con preguntas incorporadas, que es necesario responder para que el mismo continúe su reproducción. Éstos últimos fueron diseñados con una aplicación gratuita: EdPuzzle. Para finalizar la etapa de aprendizaje, hemos incorporado un applet de GeoGebra donde pueden verificar cálculos en forma gráfica https://www.geogebra.org/m/fng4xfjf. En la segunda etapa de autoevaluación les proponemos un juego de rompecabezas muy sencillo diseñado con Genially (herramienta online para crear material interactivo) y otra actividad con Geogebra, esta vez de preguntas con solución

instantánea. La etapa de evaluación consistió en subir un archivo a un formulario de Google (Figura4).

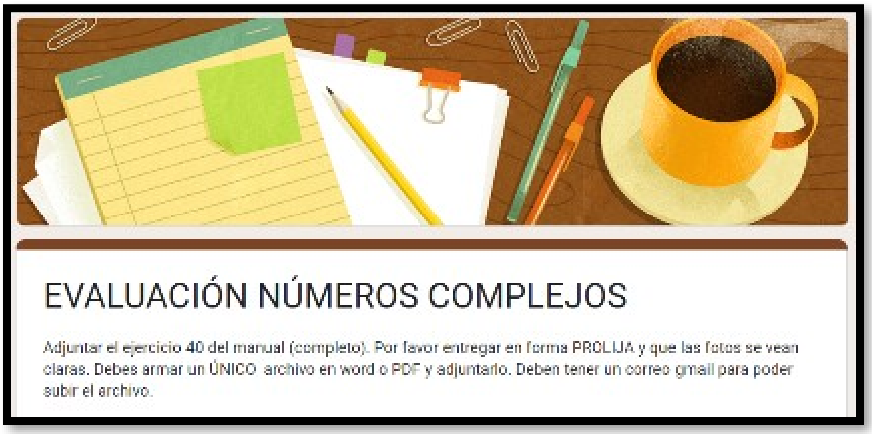


Figura 3: formulario para adjuntar el ejercicio solicitado como evaluación final

En él debían resolver un ejercicio del manual de ingreso, cuyo enunciado es:
Dado el complejo Z = 3 - 3 i, se pide:

a) Hallar el producto entre Z y $-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$
b) Dividir Z por el conjugado de - 6 - i
c) Restar Z del cuadrado de su opuesto.
d) Representar los números complejos resultados de las tres partes.

Esta evaluación fue de carácter voluntario. La devolución de esta actividad la realiza cada docente a cargo del curso en forma genérica, señalando los principales errores cometidos. Este feedback está planificado para realizarse en la clase 5 del curso. Quizá parezca algo insignificante el hecho de armar un único archivo, generar una imagen y adjuntarla a un formulario, pero en nuestro contexto podemos decir que no es una práctica frecuente entre nuestros aspirantes, requiere de una habilidad digital que también necesitamos desarrollar y en el siguiente proyecto ver el nivel de alcance de la misma.
Finalmente, en la última etapa los estudiantes durante la clase 5 completan una encuesta https://acortar.link/s4NC8l para conocer las opiniones acerca de los materiales diseñados para esta actividad (Figura 4) También les consultamos acerca de la percepción de ellos frente a esta propuesta de autoaprendizaje, su creencia en cuanto al entendimiento del contenido tratado, si tuvieron que recurrir a otros materiales o que detallen cualquier opinión respecto a la actividad propuesta.

Figura 4: Encabezado de la encuesta sobre opinión de los estudiantes sobre la actividad de autoaprendizaje sobre números complejos

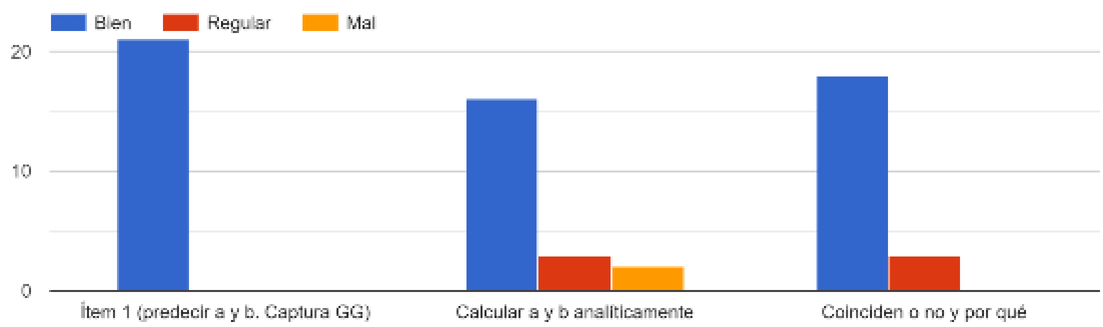
ANEXO D: resultados obtenidos 2022

Con respecto a GG

Los resultados presentados corresponden a una comisión del turno mañana a cargo de una de las integrantes del equipo.

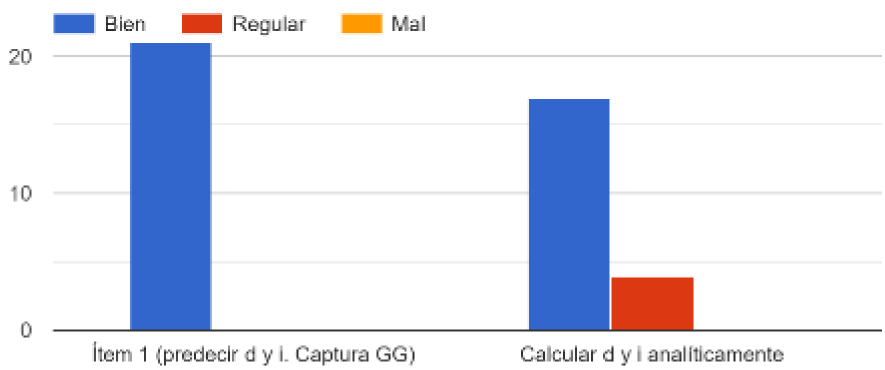
TMGGIG. Continuidad (ver enunciado en página 54)

Participaron en esta tarea 21 equipos formados por 4 o 5 integrantes cada uno. Evaluamos cada ítem con las opciones Bien (B), Regular (R) o Mal (M).
Para las dos funciones presentadas los alumnos debían manipular el Applet mediante los deslizadores para obtener valores que hagan a dicha función continua en los puntos donde cambiaba la regla de asignación. Tenían que enviar captura de pantalla de lo realizado (habilidad digital asociada a MHG), luego realizar el cálculo en forma analítica y observar si coincidían dichos valores con los obtenidos (habilidad matemática MHE). Los resultados para la primera función fueron los siguientes:



Fueron 21 equipos los que realizaron Bien las acciones con el software. Respecto al cálculo de a y b, 16 lo hicieron Bien, 3 Regular y 2 Mal. Los alumnos que tuvieron un desempeño regular no compararon los límites laterales con la imagen del punto. Al analizar si coinciden o no, 18 contestan Bien y 3 en forma Regular.

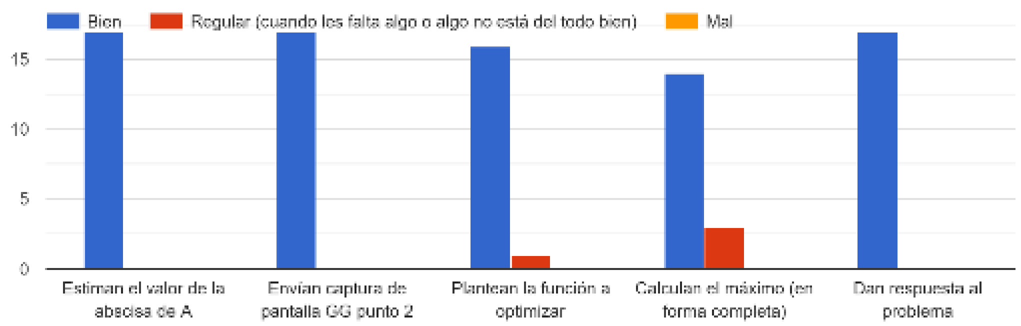
Los resultados obtenidos para la segunda función fueron los siguientes:



Otra vez todos los equipos realizan bien la resolución con GG. En cuanto al cálculo analítico de los parámetros, 17 lo hacen Bien y 4 Regular (por la misma razón anterior).
En este caso no coincidía lo obtenido analíticamente con lo visualizado en el programa. Son 20 equipos contestan en el sentido que buscan una respuesta acorde a lo ofrecido por el software y lo realizado en forma analítica. La mayoría explica que no coinciden por el hecho que la función tiene una asíntota vertical en x = 2 y no van a encontrar el valor de "d" pero no hacen mención a la limitación visual del programa. Solo dos equipos mencionan que esto sucede por una cuestión de zoom o de escala del software.

TMGGIG. Problema de optimización (ver enunciado en página 55)

Presentaron la tarea resuelta 17 equipos de 3 o 4 integrantes cada uno.
En cuanto a los resultados obtenidos:



Respecto a la habilidad digital de resolver y organizar con GG todos los equipos tienen un buen desempeño. En cuanto a la habilidad matemática los 3 equipos que lo hacen regular es porque olvidan la condición suficiente para extremo relativo.

TMGGIL. Tarea de asíntotas (ver enunciado en página 56)
Fue realizada por 20 equipos de tres o cuatro integrantes cada uno.
Producciones en GG

Pregunta 1: ¿Qué harían para entender el problema y tratar de resolverlo? (no hay que resolverlo, sólo decir qué harían)

La mayoría de los grupos mencionaron el uso de un deslizador. Fueron 12 los equipos que indicaron definirlo y dos los que explicaron que cuando entraron la función con el parámetro en GG, en forma automática, establece un deslizador. En ambos casos manifestaron que de esta forma pudieron deducir qué pasaba para los distintos valores de "a" sobre las características de la función y sus asíntotas. Tres de los grupos expuso, en esta pregunta, las conclusiones respecto a las asíntotas que fueron observando (en dos casos justificaron con alguna explicación sobre el límite de variable infinita). En estos casos ya se produce un proceso de MV.
Cinco fueron los grupos que contestaron que reemplazarían "a" por los tres valores pedidos. Un equipo no contestó esta pregunta. Si bien las respuestas corresponden a una MHG, reflejan un uso diferente del programa: un nivel, que podríamos llamar inicial, en el que los estudiantes graficaron una función por cada caso y, aparentemente, con un solo valor de "a" para cada posibilidad, extrajeron las conclusiones. Otro nivel más avanzado donde escribieron en GG la función con el parámetro y se dieron cuenta que el programa ya les definía el deslizador. Es muy probable que no hayan tenido la intención de antemano trabajar con deslizador, pero el software se los propuso. En un nivel más avanzado en el cual no sólo definieron el deslizador previo a la entrada de la

función, sino que escribieron qué conclusiones pudieron sacar (aunque en este punto no se pedían) para cada caso. Brindamos ejemplos de las tres categorías mencionadas anteriormente:

Graficaríamos 3 veces F(x) y cambiaríamos el valor de A en cada una, luego observamos las asíntotas de cada función. En la primera A sería mayor que 0.

Para entender el problema en GeoGebra primero introducimos la función tal cual se nos presenta, luego al darle a la tecla de Enter el propio sistema nos agrega un desplazador correspondiente a "a", el cual podemos ir desplazando para ver como varía la función a medida que vamos cambiando el valor de "a" y de esta manera poder analizar como que esta misma cuando "a" es menor a cero, cuando es igual y cuando es mayor.

Para entender el problema con GeoGebra y tratar de resolverlo empezaríamos creando un deslizador llamado ''a'' con un mínimo = -5 y un máximo = 5. Luego, plantearíamos la función dada con dicho "a" en el denominador, de modo que, al variar "a" con el deslizador podamos apreciar el comportamiento de la gráfica cuando a<0, a=0 y a>0 y así darnos una idea de qué tipo de asíntotas tiene en función del valor de "a".

Actividad 1: Subir una imagen de lo obtenido para a = 4, a = 0, a = -4. Contar los comandos que usaron y lo que hicieron en GeoGebra

En cuanto a los comandos utilizados más mencionados fueron deslizador y Asíntota. Luego hay variantes de cómo los usaron. Fueron ocho los equipos que manualmente insertaron las funciones con los tres valores de “a” para subir cada imagen y el comando asíntota para graficarlas y hallar sus ecuaciones. Fueron ocho los equipos que explicaron que movieron el deslizador en los valores pedidos para observar lo que pasaba en cada uno de esos casos y subir las imágenes solicitadas usando el comando Asíntota. Un equipo insertó manualmente cada caso y supuestamente calculó las ecuaciones de las asíntotas ya que no se evidencia comando alguno en las producciones.Fueron tres los equipos que subieron cada imagen mostrando sólo la función para cada valor del parámetro sin las asíntotas correspondientes. Mostramos tres imágenes que diferentes equipos dieron como respuesta a esta actividad. En la primera (figura 1) el equipo sólo mostró la gráfica de la función y de su asíntota oblicua para el valor de a = -4, sin ninguna aclaración ni los comandos usados. En la figura 2 mostramos la producción de un equipo que indicó la expresión analítica de la función, la ecuación de su asíntota oblicua en formato texto y dejaron el deslizador en evidencia:

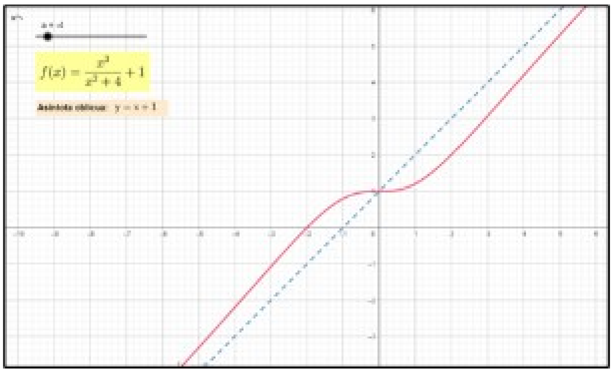
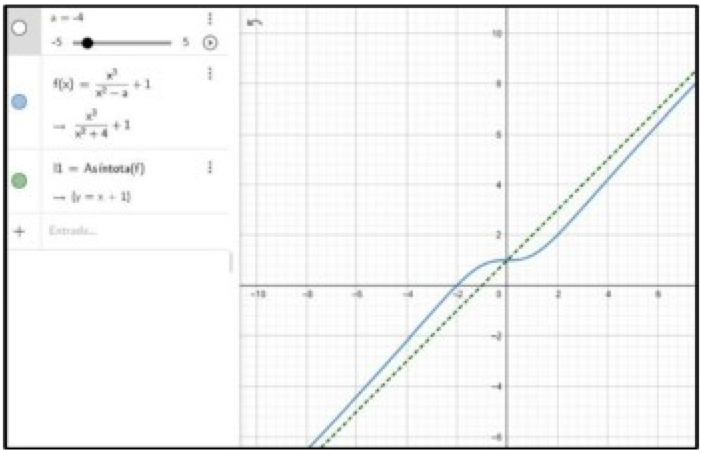


Figura 2. Producción de uno de los equipos

En la próxima imagen (figura 3) observamos el deslizador (posicionado en el valor pedido), la expresión analítica genérica y luego para ese valor y el comando asíntota. No hay texto en el gráfico.

Figura 3. Producción en GG de uno de los equipos



Ejemplos de respuestas:

En GeoGebra graficamos cada condición por separado y no utilizamos comandos específicos, ya que no sabíamos cómo utilizarlos de manera idónea. Empezamos graficando la función para a = 4 y le sacamos, tanto su asíntota vertical como la oblicua (con sus respectivas fórmulas de limite infinito), para a = 0 observamos que es igual a la asíntota oblicua, por lo tanto, se superpone a la misma, mientras que en a = -4 la graficamos y observamos su comportamiento.

En este caso utilizamos el comando "Asíntota", para que nos indique la ecuación y posición de la misma. También hicimos uso del 'deslizador', para ver los valores que tomaba "a", y como cambiaba la función según estos.

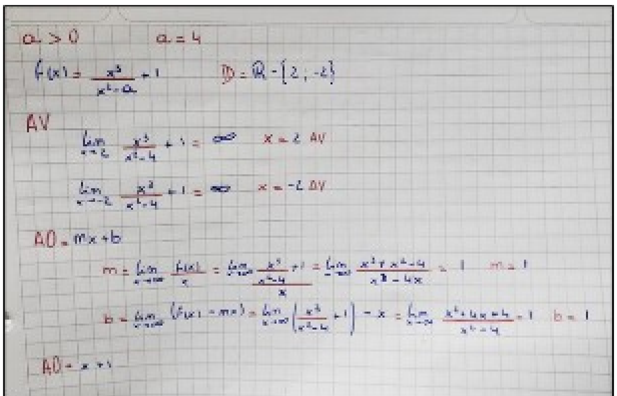
Como resumen de estos dos puntos en los que los estudiantes trabajaron con el entorno visual de GG, pudimos establecer diferentes niveles de MHG. A saber:

- Un nivel inicial en que observamos en las imágenes el gráfico de las tres funciones (una para cada valor del parámetro) sin las asíntotas ni sus ecuaciones.
- Otro nivel en el que en las imágenes observamos el gráfico de cada una de las tres funciones (sin deslizador) y las ecuaciones de sus asíntotas sin utilizar el comando correspondiente.
- Uno más avanzado en el que en las imágenes vemos el gráfico de las tres funciones (no se ve el deslizador ni el grupo indica que lo usó) y sus asíntotas con el comando correspondiente.
- En el último pudimos advertir definido el deslizador, la función con su parámetro, el comando Asíntota y el valor del deslizador detenido en los tres casos pedidos.

Este análisis corresponde a la actividad 2:

Actividad 2: en lápiz y papel indicar las conclusiones a las que arribaron y su justificación. Subir tres archivos con lo realizado en forma prolija y legible: uno para el caso a > 0, otro para el caso a = 0 y otro para a < 0

Fueron cinco los equipos que no realizaron ninguna de las tres justificaciones analíticas bien, ni siquiera para valores particulares del parámetro "a". Fueron tres los grupos que brindaron las ecuaciones de las asíntotas verticales y oblicua para a = 4 justificándolas a través del límite correspondiente, respondieron que en el caso de a = 0 coincidía la función con su asíntota oblicua (salvo



para x = 0) y también dedujeron la asíntota oblicua para a = -4. Ejemplo de esto es la producción se encuentra en la figura que sigue:

Figura 4. Justificación analítica de uno de los equipos

Fueron cuatro los equipos que justificaron en forma correcta y genérica dos de los casos pedidos: o positivo y cero o negativo y cero. Fueron ocho los grupos que realizaron una deducción genérica bien en los tres casos. Mostramos una de esas producciones en la figura 5 (observamos algunos errores de menor importancia como, por ejemplo, las ecuaciones de las asíntotas verticales).

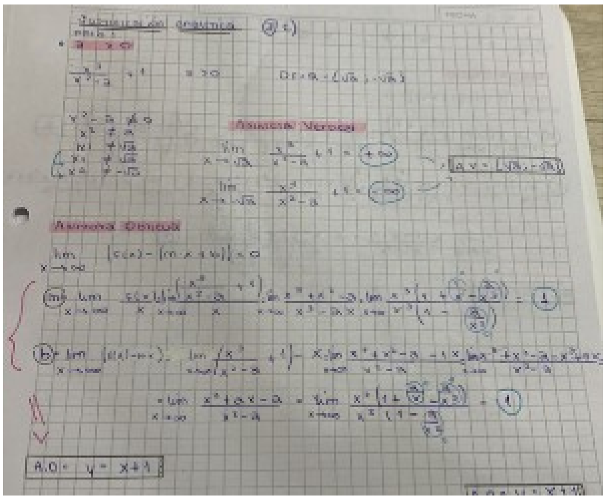


Figura 5. Justificación analítica de uno de los equipos

Entonces, en cuanto a las justificaciones analíticas sobre las ecuaciones de las asíntotas que tiene cada uno de los casos definidos por el parámetro (a>0, a=0, a<0), pudimos establecer niveles de MHE y de MV:

- No realizan MHE ni MV: el grupo no hace bien ninguna de las justificaciones solicitadas.
- Una MHE en la que el grupo justifica bien para el valor del parámetro concreto a = 4 o a = -4 o justifica bien para los tres valores concretos: a = 4, a = -4 y a = 0.
- Una MV no completa, en donde se justifica en forma genérica el resultado obtenido, pero no todos los casos del parámetro. Esto es sólo para el parámetro positivo o sólo para el negativo.
- Una MV completa en la que el grupo justifica en forma genérica y bien todas las ecuaciones de las asíntotas.

Preguntas de valoración del software GG

Pregunta 2: ¿Tuvieron dificultades para la justificación analítica? Explicar cuáles

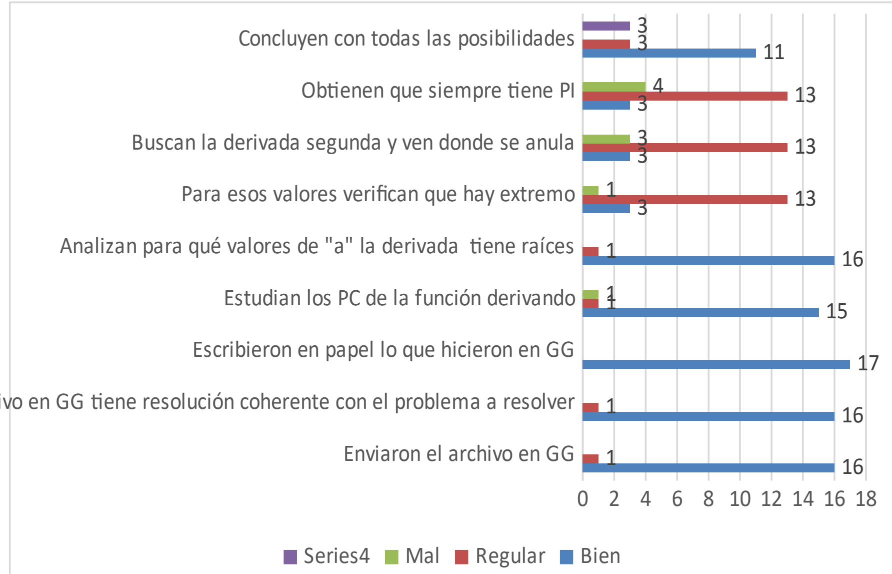
Algunos equipos (seis en total) mencionaron en forma explícita que la dificultad fue la generalización, es decir, pensar el comportamiento de la función para cualquier valor de "a" en cada uno de los rangos determinados. Otros equipos no escribieron dicha palabra, pero dieron a entender que fue ese el obstáculo con expresiones como: "no estamos familiarizados con la expresión analítica", "las dificultades surgieron cuando a>0 y a<0" y otro "la dificultad fue para x > a porque nos confundimos con la raíz cuadrada." Suponemos que quisieron poner el caso de a > 0. Fueron seis los equipos que mencionaron no haber tenido problemas para la justificación.

Pregunta 3: ¿Les parece más sencillo de resolver si primero usan GG? Justificar la respuesta

Una amplia mayoría de los equipos (19 de 20) responde que sí, que es más simple primero observar la situación en GG y luego realizar la justificación analítica. Algunos fueron más explícitos e indicaron que GG les ayudó a ver cuáles eran las asíntotas a la curva, las intersecciones con los ejes y cómo estos elementos iban cambiando a medida que cambiaba "a" y, a partir de esto, hacer la justificación correspondiente. Varios indicaron que esa visualización les permitió saber si lo que hacían analíticamente era correcto.

Mostramos dos respuestas:
No sentimos diferencia alguna, ya que de todas maneras tenes que recurrir a las ecuaciones para justificar lo que estás haciendo. La única ventaja que puede tener resolviendo primero en GeoGebra es que ya te da el valor de las asíntotas, o directamente si es que existen, por lo que si en las ecuaciones te da alguna asíntota que no aparece en GeoGebra se puede deducir que está mal hecha la ecuación.
Si, ya que la aplicación nos permite guiarnos para averiguar la ecuación de una asíntota, o para ver más claro donde corta la función a los ejes, si es que los corta, por ejemplo. Nos ayuda al mostrarnos cuales son los valores que nos deberían dar nuestros cálculos, y así sabemos de antemano si nuestras cuentas son correctas o no.

TMGGIL. Tarea de estudio de funciones (ver enunciado en página 56)
La realizaron 17 equipos



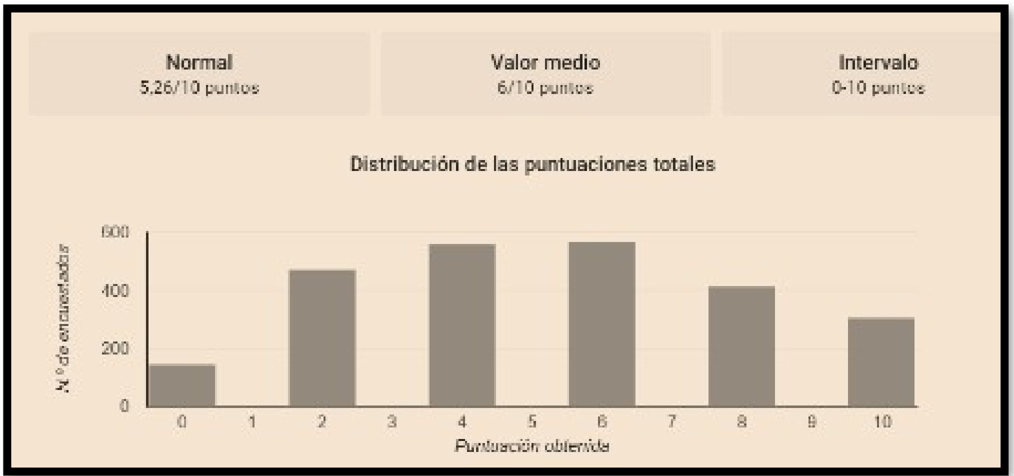
La habilidad digital tiene buen desempeño en 16 de los 17 equipos que presentaron la tarea resuelta. La dificultad en la habilidad matemática consistió en justificar en forma analítica y genérica lo que pudieron resolver con el software. La mayoría de los equipos encuentra los valores de “a” para los cuales tiene extremos, pero a la hora de justificar son sólo 3 equipos los que lo hacen genérico. Los demás lo hacen para un valor de “a” específico. Sí concluyen bien 11 equipos con todas las posibilidades estudiadas.

Con respecto a los videos

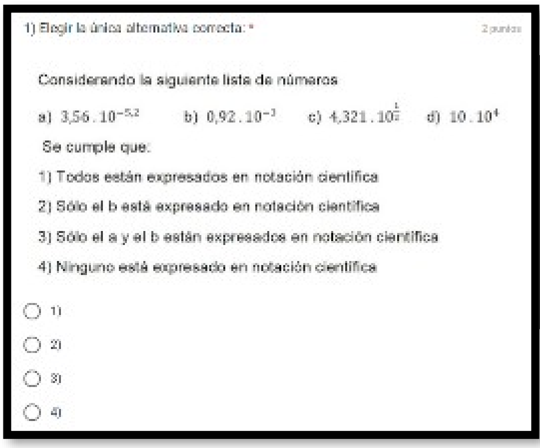
Ambas TMAV se implementaron en las 56 comisiones del curso de ingreso, aproximadamente un total de 5200 aspirantes a ingresar a carreras de Ingeniería, Arquitectura y Tecnicaturas del DIIT. El carácter de estas es de tipo voluntario, es decir el aspirante decide si quiere o no realizarlas, pero se les dice que esos contenidos no se desarrollaran en clase y que pueden ser incluidos en el examen de ingreso. A través de un cronograma se planifica las TMAV, y los docentes a cargo de las distintas comisiones se encargan de difundir las mismas.

TMAV sobre Notación científica

Completaron el formulario de autoevaluación 2471 estudiantes, aproximadamente el 50% de la cantidad total de inscriptos. La puntuación media obtenida fue de 6 puntos como se observa en el siguiente gráfico:



La primera y segunda pregunta tenían como objetivo ver si comprendieron la forma convencional de expresar un número en notación científica. Mostramos enunciado de la pregunta y la estadística de la respuesta, un 36% respondió en forma correcta la primera pregunta y 79% la segunda. La diferencia creemos que se debe a que en la primera pregunta tenían que identificar más de un número y comparar el enunciado de cada alternativa, mientras que en la segunda el enunciado fue más directo.



1) Elegir la única alternativa correcta: * 2 puntos

Considerando la siguiente lista de números

a) $3{,}56 \,.\, 10^{-5,2}$ b) $0{,}92 \,.\, 10^{-3}$ c) $4{,}321 \,.\, 10^{\frac{1}{2}}$ d) $10 \,.\, 10^{4}$

Se cumple que:

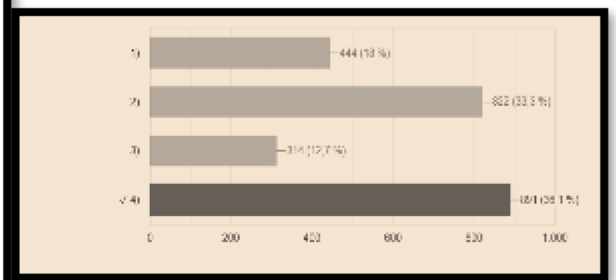
1) Todos están expresados en notación científica

2) Sólo el b está expresado en notación científica

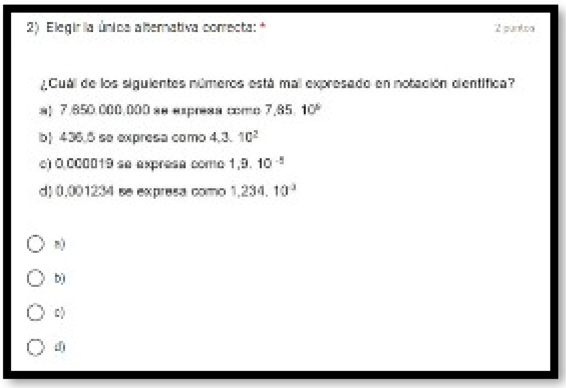
3) Sólo el a y el b están expresados en notación científica

4) Ninguno está expresado en notación científica

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)



Código	FPI-009
Objeto	Guía de elaboración de Informe final de proyecto
Usuario	Director de proyecto de investigación
Autor	Secretaría de Ciencia y Tecnología de la UNLaM
Versión	5
Vigencia	03/9/2019



2) Elegir la única alternativa correcta: * 2 puntos

¿Cuál de los siguientes números está mal expresado en notación científica?

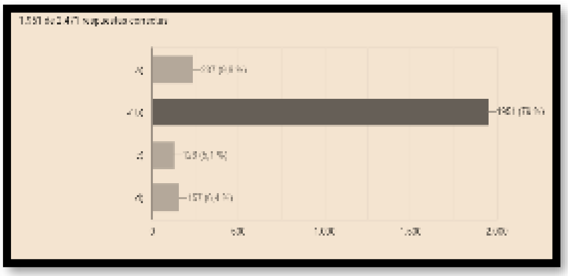
a) 7.850.000.000 se expresa como $7{,}85.\ 10^{9}$

b) 436,5 se expresa como $4{,}3.\ 10^{2}$

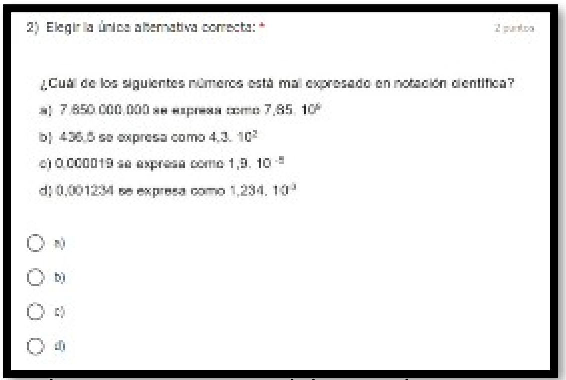
c) 0,000019 se expresa como $1{,}9.\ 10^{-5}$

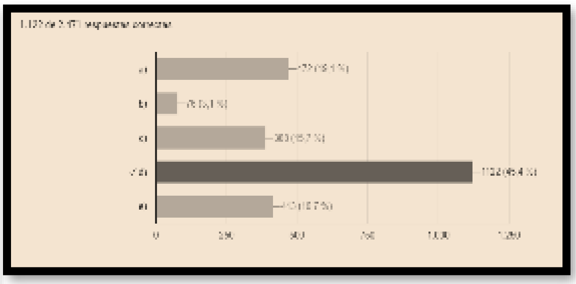
d) 0,001234 se expresa como $1{,}234.\ 10^{-3}$

- a)
- b)
- c)
- d)

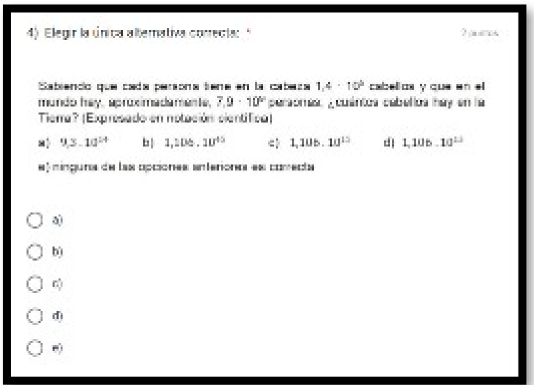


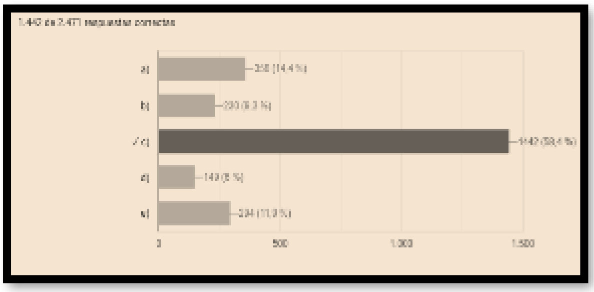
La tercera pregunta tiene el mismo objetivo que las dos anteriores pero los números se los presenta en lenguaje coloquial. Al sumar otra dificultad en el enunciado las respuestas correctas fueron de un 45%



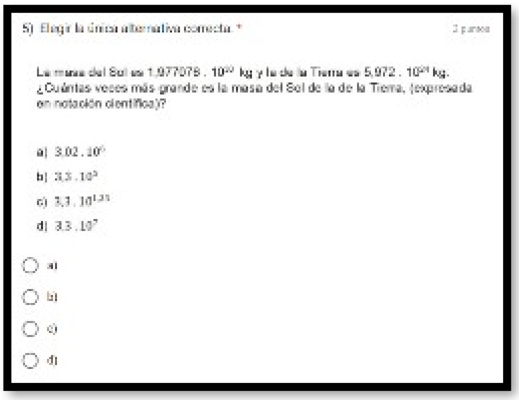


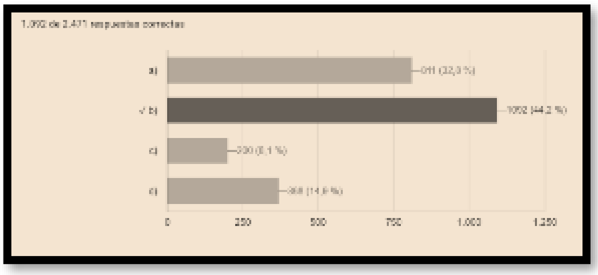
En la cuarta pregunta deben realizar una operación para dar respuesta a la consigna. Un 58% respondió de manera correcta.

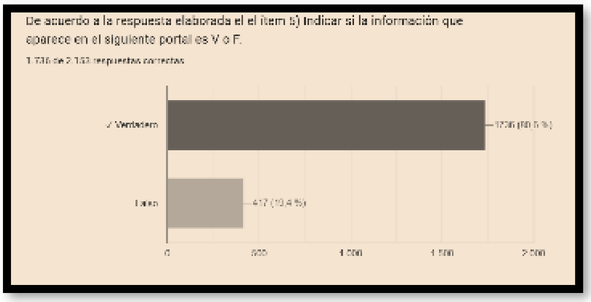




La quinta pregunta está vinculada con la sexta de carácter opcional, debían comparar dos masas, lo que implica una operación de división en el orden pedido. Responden correctamente un 44%, frente al 80% que responde que la información es verdadera, que silo es, pensamos que en esta respuesta jugó el azar ya que no se relaciona una respuesta con la otra. Por otra parte, no coinciden la cantidad de respuestas entre una y otra pregunta otro dato que nos permite afirmar el uso del azar en la pregunta opcional.



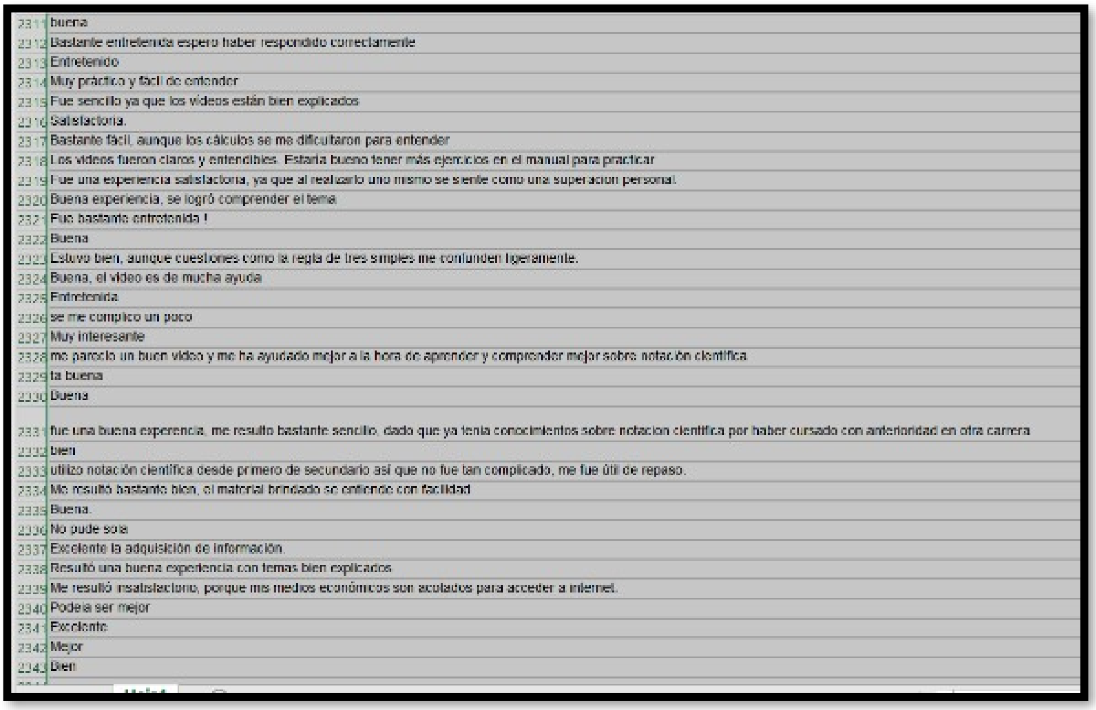




Agregamos una pregunta abierta, no obligatoria cuyo texto es el siguiente:

- Realiza un breve comentario acerca de cómo te resultó esta experiencia de aprender en forma autónoma a través de un video el tema Notación Científica.

Respondieron casi todos a dicha consigna y los comentarios fueron muy positivos respecto a la experiencia de aprender un tema solos a través de un video. Los comentarios acerca del mismo fueron muy favorables y una palabra que apareció con frecuencia fue “interesante y diferente” y destacan la posibilidad que brinda el hecho de detenerlo y volver a verlo las veces necesarias. Esto nos indica que la gran mayoría no tuvo experiencias similares de autoaprendizaje en instancias anteriores. Varios señalaron que tuvieron dificultad a la hora de responder la pregunta 5 y 6. Otros, pero pocos, manifiestan que prefieren la explicación en el aula. Solo a modo descriptivo mostramos una imagen con algunos de dichos comentarios.



2311	buena
2312	Bastante entretenida espero haber respondido correctamente
2313	Entretenido
2314	Muy práctico y fácil de entender
2315	Fue sencillo ya que los videos están bien explicados
2316	Satisfactoria.
2317	Bastante fácil, aunque los cálculos se me dificultaron para entender
2318	Los videos fueron claros y entendibles. Estaria bueno tener más ejercicios en el manual para practicar
2319	Fue una experiencia satisfactoria, ya que al realizarlo uno mismo se siente como una superacion personal.
2320	Buena experiencia, se logró comprender el tema
2321	Fue bastante entretenida !
2322	Buena
2323	Estuvo bien, aunque cuestiones como la regla de tres simples me confunden ligeramente.
2324	Buena, el video es de mucha ayuda
2325	Entretenida
2326	se me complico un poco
2327	Muy interesante
2328	me parecio un buen video y me ha ayudado mejor a la hora de aprender y comprender mejor sobre notación científica
2329	ta buena
2330	Buena
2331	fue una buena experencia, me resulto bastante sencillo, dado que ya tenia conocimientos sobre notacion cientifica por haber cursado con anterioridad en otra carrera
2332	bien
2333	utilizo notación cientifica desde primero de secundario así que no fue tan complicado, me fue útil de repaso.
2334	Me resultó bastante bien, el material brindado se entiende con facilidad
2335	Buena.
2336	No pude sola
2337	Excelente la adquisición de información.
2338	Resultó una buena experiencia con temas bien explicados
2339	Me resultó insatisfactorio, porque mis medios económicos son acotados para acceder a internet.
2340	Podeia ser mejor
2341	Excelente
2342	Mejor
2343	Bien

En cuanto al desarrollo de las habilidades planteadas, la digital *organizar y producir información para construir conocimiento, acorde al trabajo realizado con las TMAV, y comunicarla claramente*, en este caso no tuvo

mayores inconvenientes ya que tuvieron que completar un formulario, algunos manifestaron queja a la hora de no tener servicio de internet para acceder tanto al video como al formulario. Un inconveniente grande se presenta en la universidad porque no hay wifi libre, motivo por el cual para completar el formulario en las aulas deben usar datos móviles de sus celulares y no todos los estudiantes tienen acceso a ello.

En cuanto al desarrollo de la habilidad matemática *resolver problemas en contexto usando notación científica,* consideramos que se desarrolló parcialmente, ya que la mayor dificultad se manifestó en responder la pregunta 5 vinculada con la 6 que justamente trata de un problema en contexto: comparara dos masas la del sol con la de la tierra.

TMAV sobre Números Complejos

Sobre un total de 5200 inscriptos apenas 911 estudiantes subieron sus producciones, un 17%. Si bien es la primera vez que implementamos actividades de autoaprendizaje, resulta muy significativo la falta de actitud de los estudiantes por realizar tareas no obligatorias, sabiendo además que el tema no se desarrollaría en clase, sin embargo, el desinterés por aprenderlo fue notorio. Algunos documentos sin errores: muy pocos trabajos se entregaron en forma adecuada, desde el punto de vista de presentación, interpretando las consignas de los enunciados, operando correctamente, representado en forma adecuada los complejos obtenidos.

Enunciado y solución del ejercicio que debían subir al formulario de Google

Ejercicio 40

Dado el complejo Z = 3 - 3 i , se pide :

a) Hallar el producto entre Z y $-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$.

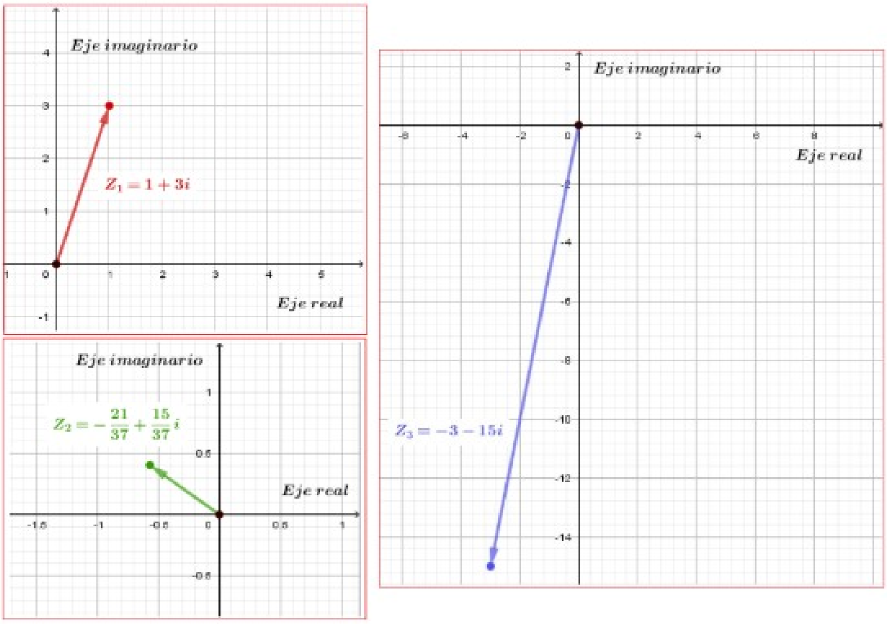
b) Dividir Z por el conjugado de - 6 - i .

c) Restar Z del cuadrado de su opuesto.

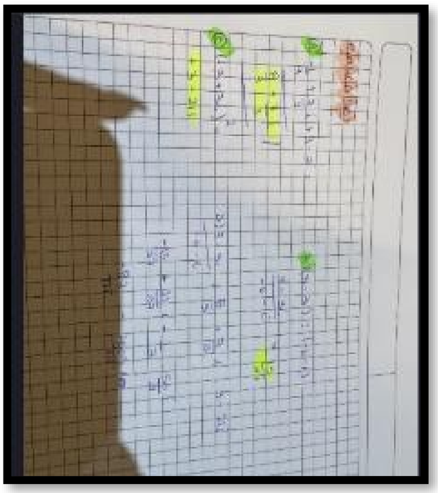
d) Representar los números complejos resultados de las tres partes.

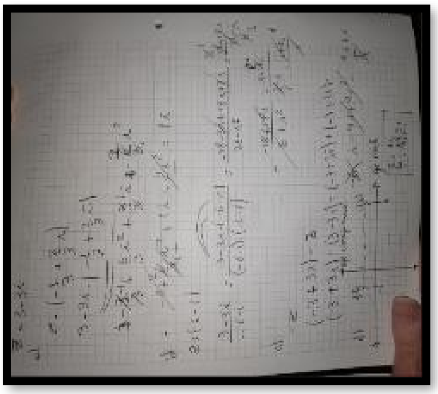
Algunas consideraciones generales sobre de las producciones entregadas:

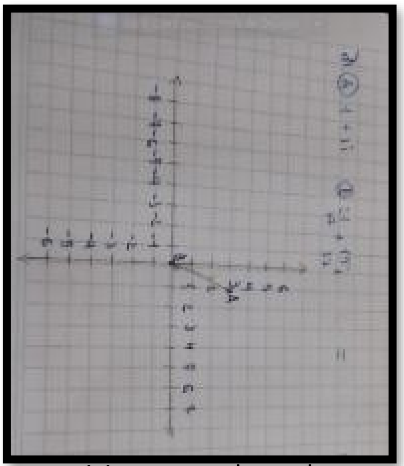
d) Representación:



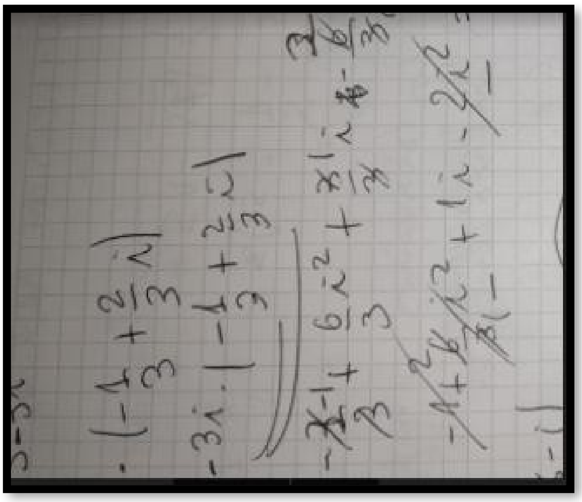
- Imágenes poco legibles, fotos que incluyen elementos que no deberían estar presentes en una entrega de trabajo práctico, algunos ejemplos:





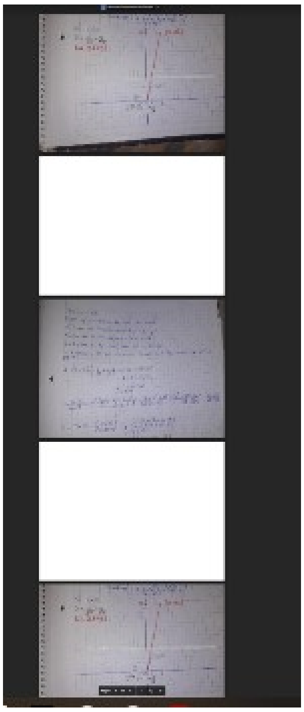


Imágenes en posiciones no adecuadas para realizar una lectura. Además, estos tres ejemplos reflejan carencia absoluta de conceptos matemáticos



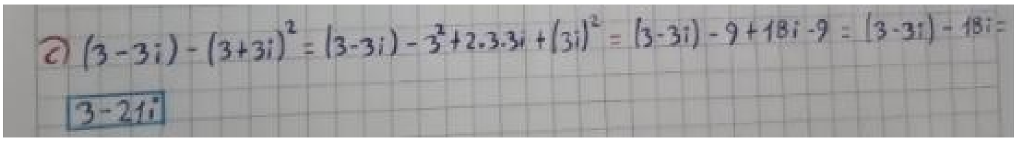
Actividades absolutamente impresentables, sin sentido.

Acerca de la elaboración de un único archivo en pdf para entregar, esta habilidad digital que suponíamos que debían tener todos los estudiantes luego de la experiencia del trabajo remoto motivado por la pandemia covid 19, fue realmente un problema para nuestros estudiantes. Notamos que una gran mayoría no supo armar un único pdf y adjuntarlo al formulario como se pedía en la actividad. A modo de ejemplo:

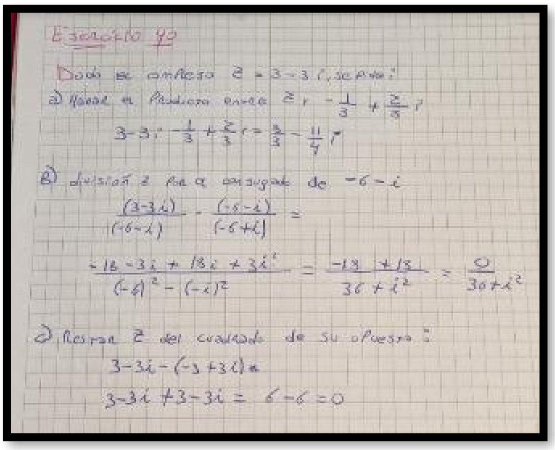


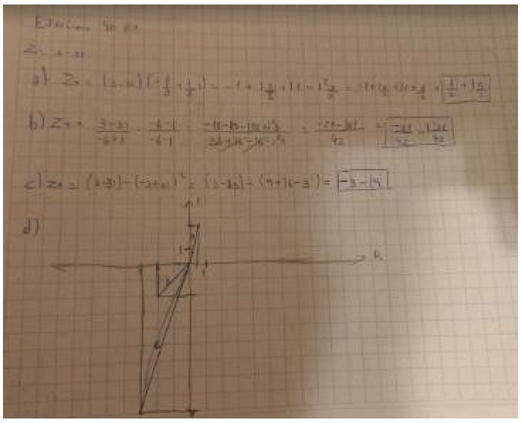
Fotos desordenadas, repetidas, con páginas en blanco no necesarias

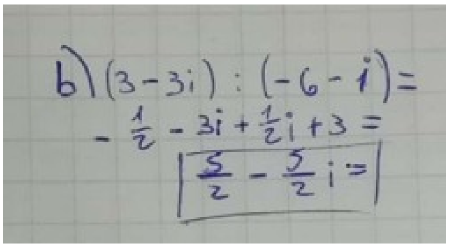
Errores conceptuales matemáticos, ejemplos:



NO incluir vínculos implica cambiar las operaciones, además olvida sumar dos partes reales de acuerdo con los términos que le quedan

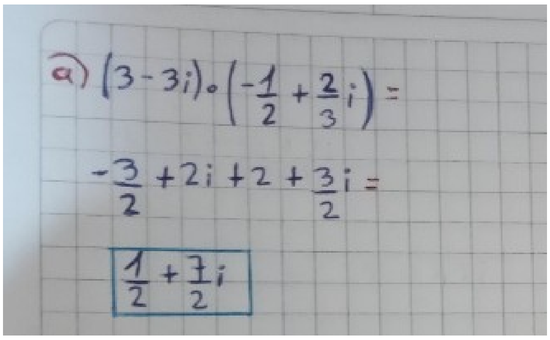


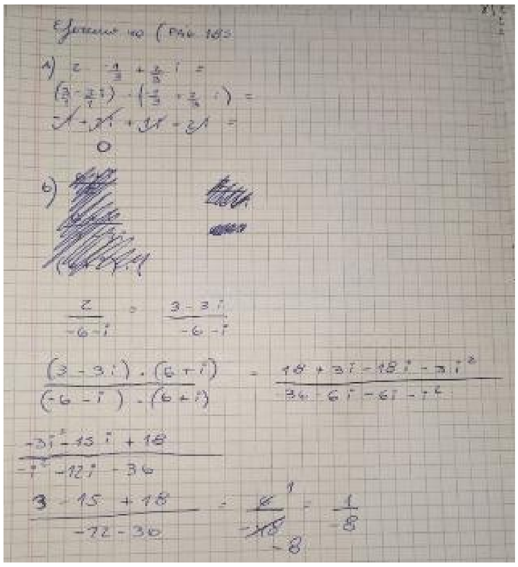




Estos estudiantes no operan ni interpretan las operaciones que se piden ni respetan las consignas. Errores conceptuales graves.

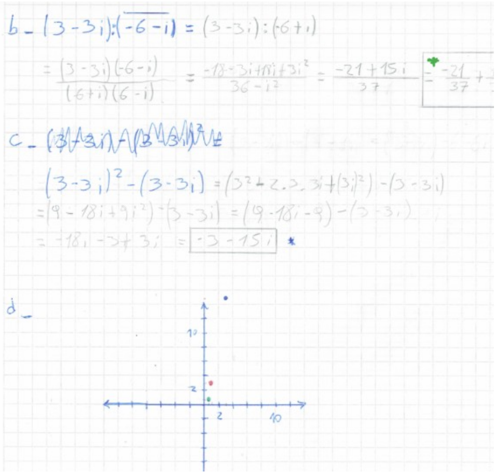
Copiar mal los datos del ejercicio, ejemplos:

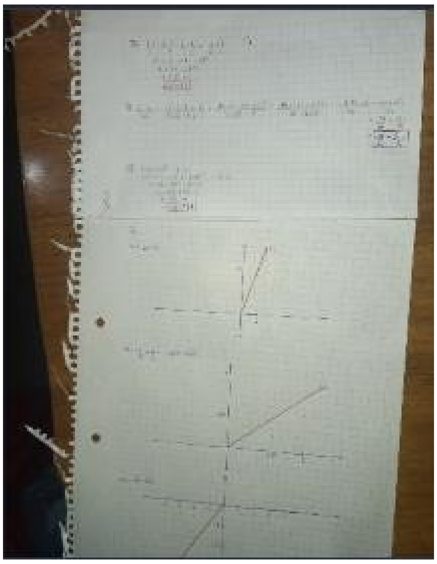




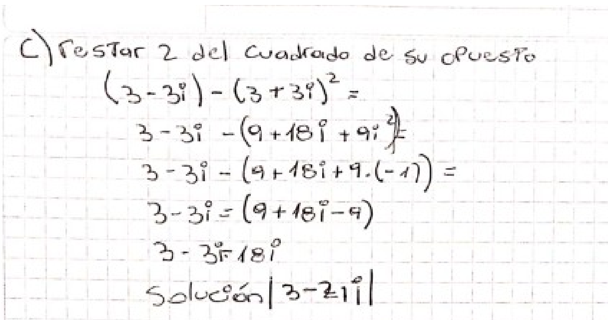
No es el complejo que figura en el ejercicio

Presentación de documentos desprolijos, con tachaduras, sin recortar bordes de las hojas, descuidados, algunos ejemplos:

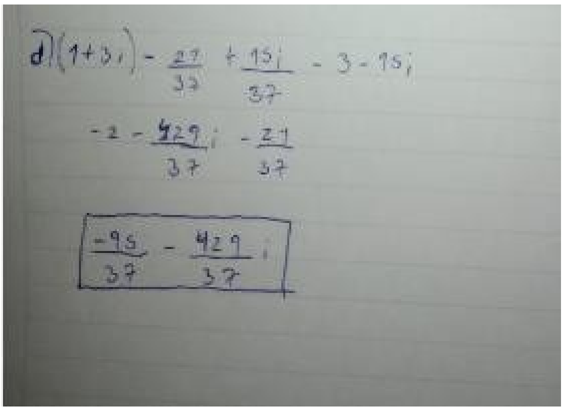


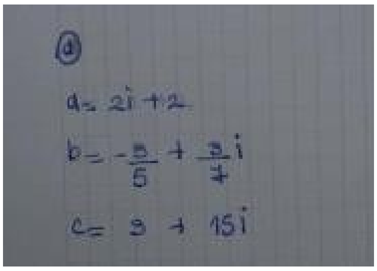


Interpretar mal las consignas del ejercicio:



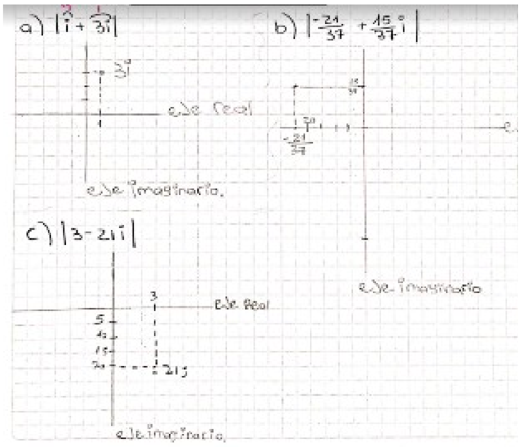
Plantea la resta al revés de cómo se explicita en la consigna. Error conceptual: la resta no es conmutativa



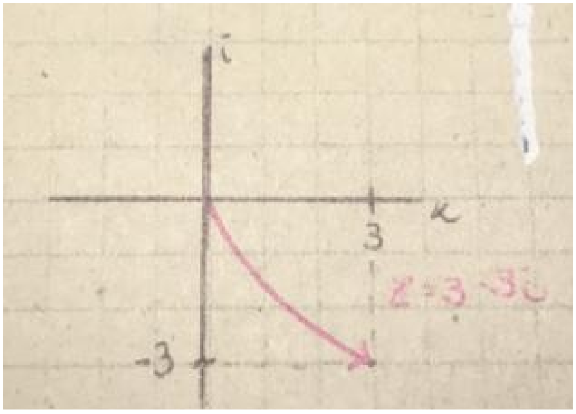


No interpreta que significa representar los complejos, para este alumno representar significó sumar los resultados obtenidos para otros representar es escribir los resultados obtenidos

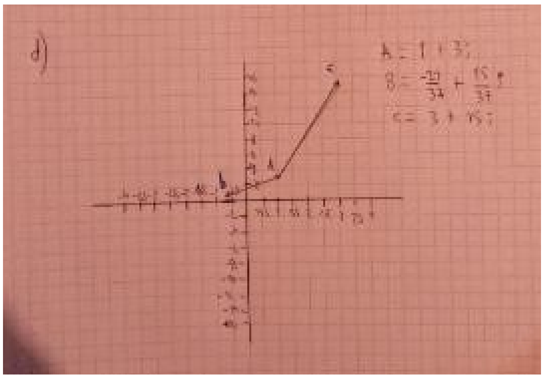
Observaciones sobre las representaciones gráficas:



Falta representar el vector y los ejes son dos rectas sin escalas.



No sabe representar complejos.



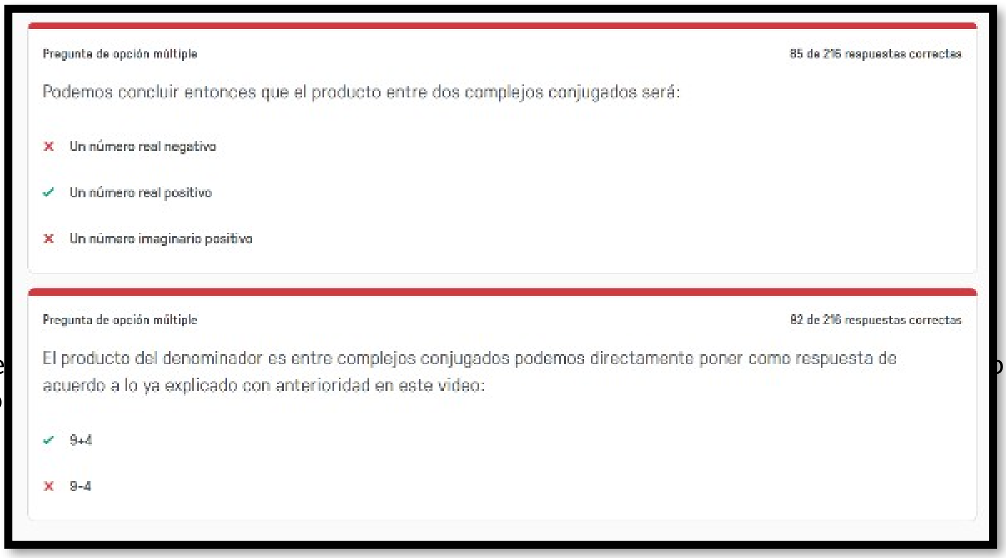
La representación de un complejo no es un vector.

De acuerdo con lo descripto anteriormente creemos que las habilidades planteadas tanto la digital como la matemática no se desarrollaron en forma satisfactoria.

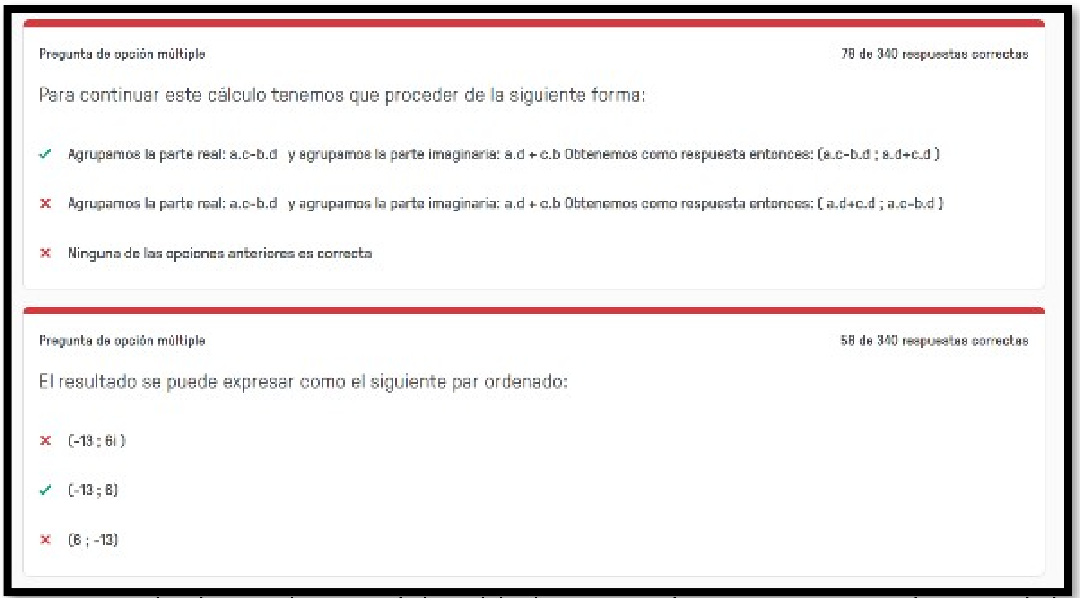
Creemos que en parte se debe al poco compromiso con actividades no obligatorias por parte de los estudiantes, el poco tiempo con el que disponen para organizar su trabajo en tareas de autoaprendizaje a las que no están acostumbrados. También depende de la insistencia del docente a cargo del curso en cuanto a señalar la importancia de resolver este tipo de actividades.

También en este caso hemos pedido que respondan a una encuesta para recoger las opiniones de los estudiantes acerca de esta TMAV sobre Números Complejos. Sólo 469 estudiantes respondieron a la misma, un 9%, comparado con la actividad anterior una baja significativa, a pesar de que debían responderla a lo largo de la clase 5. Como muchos no habían cumplimentado la actividad, no completaron tampoco la encuesta.

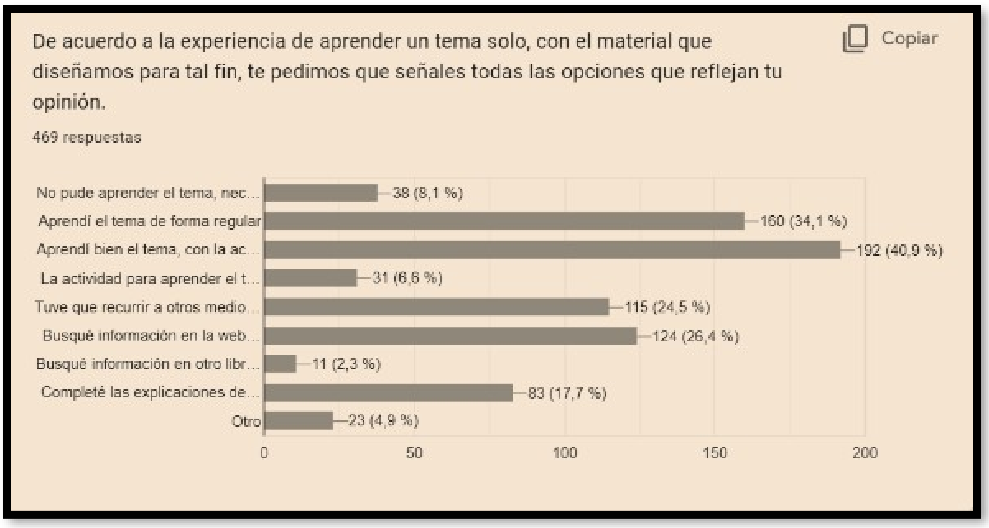
Pedimos que califiquen los videos que formaban parte de la tarea, podemos decir que el puntaje promedio fue entre 7 y 8 puntos, lo que nos interpela en mejorarlos. Fue muy significativo que los videos interactivos fueron los menos vistos.
En la siguiente imagen se observa la poca cantidad de estudiantes que completaron todas las preguntas que aparecen en el VI, en general podemos decir una cuarta parte de los que accedieron a estos videos, que incluso comparado con los 5200 aspirantes, apenas 216 (2%) se interesó en este tipo de VI.



En gene … de
ejemplo …



Nos interesó saber si el material digital (videos-GeoGebra-juegos- autoevaluaciones) diseñado para esta tarea fue acorde a lo que planteamos como objetivo. El 41% de los que respondieron manifestaron que pudieron comprender el tema con la actividad planteada, mientras que el 34 5 dijo que aprendió en forma regular. El 25% dijo que necesitó recurrir a otros medios para aprender el tema. Un 8% manifestó que no pudo entender el tema, que le resultó muy larga la actividad.



Como reflexión final repetiremos la experiencia ajustando las tareas y trataremos de incluir alguna TMAV con un tema de geometría. La pondremos como tarea obligatoria, para ver si participan y se comprometen más tanto los estudiantes como los docentes. Como los aspirantes tienen como principal objetivo entrar a la universidad y eso se logra aprobando los exámenes, incorporamos el tema número complejos para ser evaluado, quizá así se motiven y comprendan que a pesar de que el tema deben aprenderlo por sí solos, el mismo estuvo presente en el examen.

Anexo E: resultados obtenidos 2023

Con respecto a GG

En el primer cuatrimestre de 2023, en una de las comisiones de Análisis Matemático I, se implementaron tareas con uso de GG de diferentes niveles. Primero las tareas se realizaron en el aula y consistieron en la presentación del programa, el uso de los primeros comandos y las posibilidades de configuración (TMGGSI). Esto se hizo a través del televisor del aula y de los dispositivos móviles de los alumnos. Luego se llevaron a cabo tareas algorítmicas para realizar cálculos en el momento de trabajo en conjunto en la clase (TMGGIG). Al finalizar el cuatrimestre se propusieron dos de las tareas diseñadas en 2022 para ser entregadas en equipos de tres o cuatro integrantes correspondientes. Las consignas y las producciones de los alumnos fueron entregadas en la plataforma MIeL (Materias Interactivas en Línea) de la universidad. El plazo de entrega fue de una semana. Se analizaron las producciones de 13 equipos de una de las comisiones del turno mañana a cargo de una de las integrantes del equipo de investigación. Cada grupo debía enviar dos archivos: uno formado por imágenes extraídas del programa y respuestas en lápiz y papel a los ítems de la tarea (todo en formato PDF) y otro en extensión ggb con todo lo realizado en GG.

TMGGIG. Problema de optimización (ver enunciado en página 55)

Análisis preliminar de las habilidades promovidas: en la siguiente tabla la primera columna contiene la habilidad específica y en la segunda a qué habilidad general de las planteadas en el proyecto contribuye:

Habilidad específica	Habilidad general
Estimación de la abscisa del máximo enviando captura de pantalla	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software
Planteo de la función a optimizar	Habilidad matemática: organizar y resolver problemas con lápiz y papel
Cálculo la abscisa del máximo (punto crítico, método y respuesta)	Habilidad matemática: organizar y resolver problemas con lápiz y papel
Verificación lo realizado en lápiz y papel con el software	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software

Fueron 11 los equipos que evidenciaron todas las capacidades específicas indicadas en la tabla 1. Un equipo planteó la función a optimizar, la derivó, buscó sus raíces y concluyó, sin método, que el valor obtenido correspondía a la abscisa del máximo. El otro equipo planteó la función a optimizar y directamente indicó cuál es el valor del máximo.

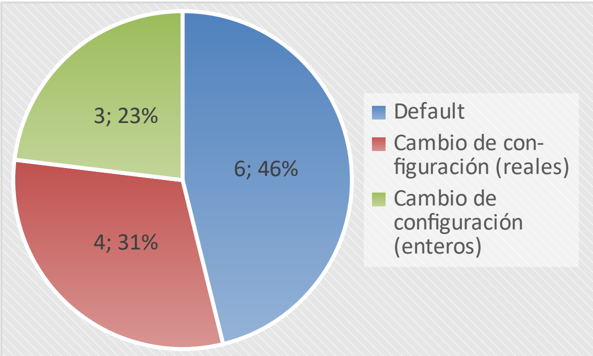
TMGGIL. Estudio de funciones (ver enunciado en página 56)

Análisis preliminar de las habilidades promovidas: en la siguiente tabla la primera columna contiene la habilidad específica y en la segunda a qué habilidad general de las planteadas en el proyecto contribuye:

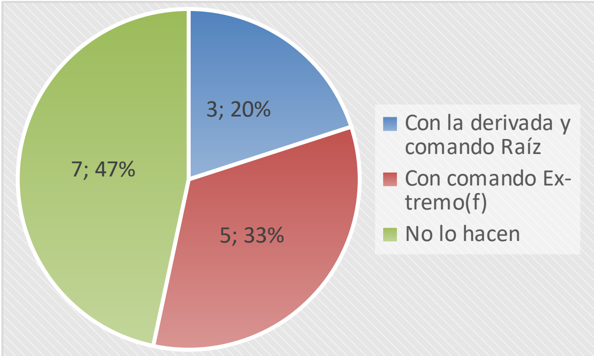
Habilidad específica	Habilidad general

Ingreso del deslizador (parámetro de la función) en GG para estudiar la situación planteada	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software
Ingreso en GG de la función a estudiar	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software
Análisis de los extremos relativos a medida que varía el parámetro usando GG	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software
Estudio de los puntos de inflexión a medida que varía el parámetro usando GG	Habilidad digital: organizar y resolver problemas con el software
Comunicación en forma clara y precisa de la conjetura que extrajo sobre extremos/sobre puntos de inflexión	Habilidad matemática: organizar y resolver problemas con lápiz y papel
Fundamentación en forma analítica en lápiz y papel de lo conjeturado (extremos/puntos de inflexión)	Habilidad matemática: organizar y resolver problemas con lápiz y papel

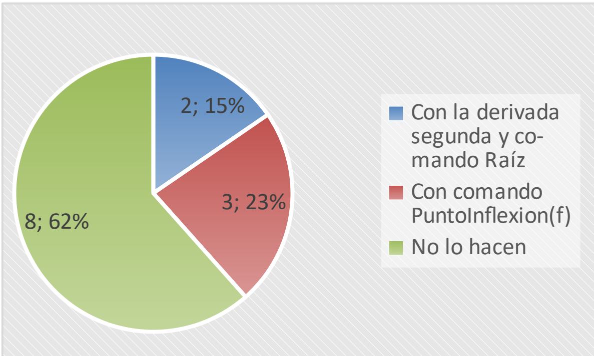
Mostramos los resultados por habilidad específica:
Habilidad: Ingreso en GG de la función a estudiar
Al analizar las producciones enviadas por los equipos, se obtuvieron tres posibilidades: deslizador por default, deslizador con cambio de configuración en donde se usaron valores reales y con cambio de configuración donde se usaron solamente valores enteros.
Se indican los resultados gráficamente (frecuencias absolutas/relativas):



Habilidad: ingreso de la función genérica con parámetro
Todos los equipos evidenciaron esta habilidad, salvo uno que sólo entró el caso particular en el que $a=0$.
Habilidad: análisis de los extremos relativos de la función a medida que varía el parámetro usando GG
Fueron siete los equipos que no evidenciaron esta capacidad. De los restantes, uno estudió los extremos a través de la derivada primera (derivaron con el software) y el comando Raíz. Fueron tres los equipos que usaron el comando Extremo(f) y dos equipos que realizaron en forma conjunta las dos acciones anteriores.



Habilidad: estudio de los puntos de inflexión a medida que varía el parámetro usando GG
Siendo las opciones similares a las anteriores se obtuvo:



Habilidad comunicación en forma clara y precisa de la conjetura que se extrajo
En el caso de los extremos de la función: dos equipos escribieron bien todos los casos posibles; cuatro equipos omitieron uno de los casos o lo escribieron mal (por ejemplo, corchetes en vez de paréntesis o uno de los equipos que trabajó con números enteros identifica los tres casos, pero con ese tipo de números). Fueron tres los grupos que sólo dieron un caso; tres que extrajeron conclusiones erróneas y uno no lo hizo.
Respecto al punto de inflexión: fueron tres los equipos que explicaron todos los casos posibles, dos omitieron un caso, cuatro se equivocaron en sus conclusiones y cuatro no dieron respuesta a este ítem.

Habilidad: fundamentación en forma analítica en lápiz y papel de lo conjeturado (extremos)
Ningún equipo fundamentó en forma correcta todas las posibilidades de extremos en forma genérica. Un equipo hizo bien dos casos, dos fundamentaron uno solo y tres realizaron mal la justificación.
Algunos equipos (cuatro) hicieron esta justificación tomando casos particulares (un valor de "a" por posibilidad). Fueron dos los equipos que estudiaron dos casos y uno que analizó sólo uno.

Habilidad: fundamentar en forma analítica en lápiz y papel lo conjeturado (puntos de inflexión)
Dos equipos fundamentaron en forma genérica bien para todos los valores del parámetro y uno lo hizo regular. Fueron tres equipos que analizaron casos particulares bien y dos que lo hicieron en forma regular ya que les faltó alguna posibilidad. Los demás (cinco) no justificaron.

Otras habilidades específicas ligadas al uso del software
Durante el análisis de las producciones de los equipos se evidenciaron algunas capacidades específicas ligadas al uso del GG. Entre ellas: cambio de configuración de las funciones (en color y grosor). Solo dos equipos desarrollaron esta capacidad. Un equipo usó texto y casillas de control para

mostrar lo que habían estudiado. Tres equipos utilizaron puntos (con sus etiquetas) para mostrar los extremos y el punto de inflexión de la curva.

Sintetizando las producciones de los 13 equipos acorde a su desempeño en la habilidad digital organizar y resolver problemas con software en la tarea 2, pudimos categorizar en:

• Nivel básico de uso del software: lo evidenciamos en las producciones de seis equipos y podemos dar cuenta de dos casos. En el primero sólo ingresaron un deslizador llamado "a" y la función a estudiar (dos equipos). En el segundo, manifestado en cuatro equipos, ingresaron el deslizador, la función a estudiar y la función derivada escrita por ellos. No hay cambios de configuración de ningún tipo.

• Nivel intermedio de uso del software: incluimos dos posibilidades: además del deslizador y la función, los estudiantes derivaron con el software obteniendo la primera y segunda derivada (esto se manifiesta en un equipo). Otro caso en el que además del deslizador y la función usaron los comandos Extremo o PuntoInflexión o Raíz (esto se evidenció en las producciones de dos equipos) En ningún caso cambiaron la configuración de colores o etiquetas o usaron texto.

• Nivel más avanzado de uso del software: evidenciado en cuatro equipos. Además del deslizador y la función genérica, trabajaron con sus derivadas marcando puntos (por ejemplo, las raíces o combinando comandos Extremo con comando Raíz o comando PuntoInflexión con comando Raíz) Algunos marcaron los puntos con distintos colores o los denominaron con etiquetas como MAX o MIN. En uno de estos casos utilizaron casilla de control para ir viendo primero todo lo relativo a la función original, luego a la derivada primera y luego a la derivada segunda.

Sobre los archivos en entorno de lápiz y papel, acorde a la exposición en el punto anterior, se tuvieron resultados muy heterogéneos, lo que no indujo a crear categorías al respecto.

Sólo un equipo logró escribir las conclusiones en forma correcta y completa. Para justificarla derivaron la función dada en forma genérica, buscaron las raíces de la derivada primera (a lo que indicaron como función del parámetro a y la llamaron r(a)) impusieron discriminante no negativo sin justificar por qué lo hicieron, resolvieron esa desigualdad y concluyeron que la función tiene extremos para valores de $a<0\, o\, a>3$. Después derivaron bien dos veces y explicaron que siempre tiene punto de inflexión.

Cuatro equipos realizaron la justificación tomando valores particulares del parámetro (uno por cada opción).

Uno de los equipos que trabajó sólo con parámetros enteros sacó la conclusión sobre los extremos, pero para valores enteros entre -8 y -4 y entre 4 y 8. Este es otro caso en donde se evidencia problemas sobre conjuntos numéricos. Luego justificaron probando casos particulares.

Los otros siete equipos restantes obtuvieron conclusiones erróneas o confusas. Algunos confundieron la variable x con el parámetro a, otro estudió el crecimiento del máximo, otro dividió los casos en valores mayores o menores a $a=0$, etc.

Con respecto a los videos

Los videos utilizados en la segunda instancia del curso de ingreso, la cual se desarrolla durante el mes de febrero y mediados de marzo, fueron los mismos que en la primera instancia.

Ambas TMAV se implementaron en las 18 comisiones de la segunda instancia del curso de ingreso, aproximadamente un total de 2100 aspirantes a ingresar a carreras de Ingeniería y Tecnicaturas del DIIT. El carácter de estas, al igual que en la primera instancia, es de tipo voluntario. A través de un cronograma se planifica las TMAV, y los docentes a cargo de las distintas comisiones se encargan de difundir las mismas. Teniendo en cuenta que en esta segunda instancia se cursan las tres materias del curso en forma simultánea y hay menos clases que en la primera. En la siguiente imagen se observa la planificación de la actividad sobre Notación científica.

Nro de CLA SE	TEMAS A DESARROLLAR	EJERCICIOS SUGERIDOS (COMO FIGURAN EN LAS FICHAS). Recomendamos no explicar los que están en video, elegir otros y sugerirles a los alumnos que vean los videos.
CLASE 1 (semana 1)	PAUTAS GENERALES Conjuntos numéricos Desigualdades. Intervalos Valor absoluto. Potenciación Notación científica (Autoaprendizaje) Radicales	Ejercicios: 1-2-3 Ej: 6 (Explicado en video: sugerir que lo miren de allí) Algunos de ejercicios:11 y 12 Ejercicios 16 y 17 Algunos del Ej. 18 Se evaluará NOTACIÓN CIENTÍFICA EN LA CLASE 4 Ej. 24 , 25
CLASE 2 (semana 1)	Números complejos AUTOAPRENDIZAJE ACTIVIDAD GUIADA (Figura en Miel en la clase 2 como archivo o bien se puede acceder por el siguiente enlace https://acortar.link/9oDxg5 Módulo 2 Polinomios: generalidades Operaciones: adición, sustracción y producto	Recordar a los alumnos de los dos temas que deberán aprender solos y que ambos pueden ser incluidos en el examen. Módulo 2 Ej. 1, 2 (algunos, el 2iib) explicado en video,sugerir que lo miren, elegir otro) 3 ,4 y 6 (algunos). Ej. 7 a). Algunos del 9.

Completaron el formulario de autoevaluación 604 estudiantes, aproximadamente el 29% de la cantidad total de inscriptos, un porcentaje marcadamente menor que en la instancia anterior. La puntuación media obtenida fue entre 4 y 6 puntos como se observa en el siguiente gráfico, es decir un rendimiento más bajo que en la primera instancia:

En general las apreciaciones de los estudiantes con respecto a esta actividad fueron positivas, aunque muchos manifestaron tener problemas con las conversiones de unidades, ya que desconocían el tema o no se acordaban cómo hacerlo.

Algunas opiniones se reflejan en el siguiente gráfico:

Por mi parte me es más fácil aprender con videos que leyendo, el video fue muy bien explicado y me ayudó a comprender mejor el tema.
Me pareció interesante este tema
estuvo bueno, pude entenderlo bien al tema pero había algunos casos que no se explicaron en los videos, pero preguntándole a la profesora se entienden mejor.
Entretenida
Buena
Me resulto bueno poder retroceder el video para volver a ver algo que no entendi, pero si tengo que elegir, elijo presencial por que puedo preguntar si tengo alguna duda
me cuesta mucho resolver las actividades con elevaciones muy grandes, como por ejemplo en el caso del ejercicio 5 o 4
la autoevaluación me pareció bien
Muy bueno
Bastante bien hay cosas que me cuestan debido a los tiempos.por el trabajo.
Buena
En mi opinion sirve para poder sacarse dudas sobre el tema de notacion cientifica
No logro comprender si se puede usar fracciones y los números negativos en la primera parte.
Muy buena
Los videos explicativos de los diferentes temas son muy útiles
La verdad que muy bueno, ya que nos impulso a buscar diferentes tutoriales para poder entender el tema.
Bien pero de todas formas hay algunas notaciones cientificas que me cuentan mas trabajo que otras.
interesante
Me pareció buena la idea pero es cierto que sin la ayuda del profesor que me resuelva algunas dudas se complica un poquito más. Pero está bueno.
es muy dinamica pero me gustaria que se enseñe de manera presencial
Fue muy didáctico.
Fue bastante cómodo. Junto con el video explicativo, fue fácil de entender y realizar.
Estuve bien, los videos fueron muy completos y entendibles. Lo único que hubieron algunas actividades del manual que no pude hacer porque no sabía cómo realizarlas

TMAV sobre Números Complejos

Sobre un total de 2100 inscriptos apenas 234 estudiantes subieron sus producciones, un 11%. Lo que demuestra el gran desinterés por trabajar en forma autónoma. Las producciones también mostraron poca dedicación a la actividad.

Hemos incorporado en esta etapa la entrega de un ejercicio en formato papel, que debían resolver en la clase número cinco, cuyo enunciado se observa en la siguiente imagen:

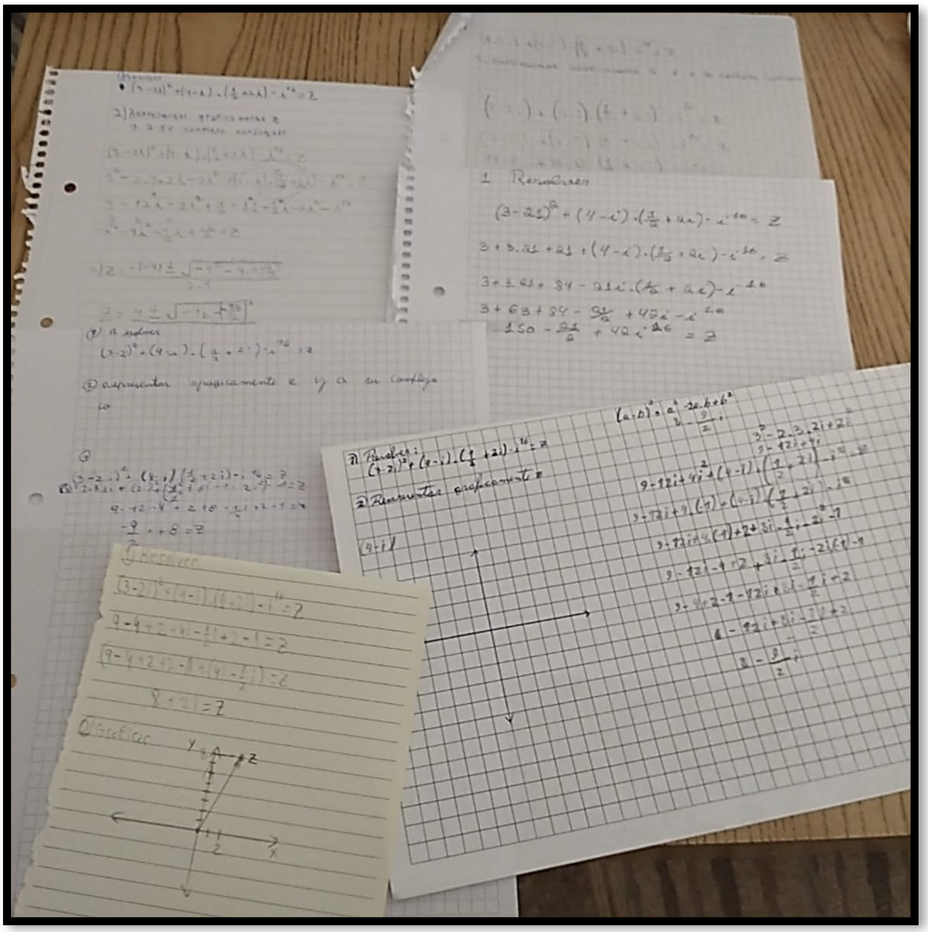
Resolver en clase en papel y entregar el siguiente ejercicio (tomado en examen). **La solución de este ejercicio es complementaria del que deben subir al formulario, es decir ambas cosas son obligatorias.**

Resolver $(3-2i)^2+(4-i).(\frac{1}{2}+2i)-i^{40}=Z$

Luego representar a Z y a su complejo conjugado.

Las entregas muestran falencias graves en cuanto a lo que significa entregar un ejercicio resuelto de manera correcta, no cortan los flecos de las hojas, todo en lápiz, ejercicios muy incompletos,

no usan reglas, etc. Resultó muy notorio, por las observaciones de los docentes de los diferentes cursos, que muchos alumnos, no habían mirado los videos, no tenían idea de cómo empezar a resolver el ejercicio planteado, buscaban en los apuntes tomados en las clases para ver si podían dar respuesta a lo solicitado. Se muestran algunos ejemplos en la siguiente imagen.
Es decir, ni el documento solicitado en PDF, ni el ejercicio en formato papel, se corresponden con lo que debería ser la entrega de un estudiante que aspira a ingresar a un nivel universitario.



De acuerdo con lo descripto anteriormente creemos que las habilidades planteadas tanto la digital como la matemática no se desarrollaron en forma satisfactoria, incluso de manera menos satisfactoria que durante la primera instancia.
Creemos que en parte se debe al poco compromiso con actividades no obligatorias por parte de los estudiantes, el poco tiempo con el que disponen para organizar su trabajo en tareas de autoaprendizaje a las que no están acostumbrados.
También en este caso hemos pedido que respondan a una encuesta para recoger las opiniones de los estudiantes acerca de toda la propuesta didáctica de la materia.

Sólo 95 estudiantes respondieron a la misma como se observa en la imagen anterior, apenas un 4% de los inscriptos.
Los videos son evaluados positivamente, casi un 67 % los califican con notas superiores a 8 puntos. Incluso si comparamos con el puntaje que le otorgan a la actividad con GeoGebra que también forma parte de esta propuesta, con un 48 % superior a 8 o más puntos, concluimos que los videos son más valorados que éstas.