



Universidad Nacional de La Matanza
Florencio Varela 1903 - San Justo - Buenos Aires - Argentina

Departamento de Ciencias Económicas

Trabajo de Investigación
B129

**LA HISTORIA COMO EJE METODOLOGICO
PARA EL TRATAMIENTO DE CONCEPTOS
ESTADÍSTICOS EN EL AULA**

Directora: María Eugenia Ángel

Investigadores: Graciela Fernández - Laura Polola
Enrique Borgna - Miriam Ecalle
Liliana Pagano - Silvia Brunetti

INFORME FINAL

Año 2008



Índice

1- Informe Técnico-Académico	
1.1- Introducción.....	2
1.2- Fundamentación:¿Por qué la historia?	3
1.3- Desarrollo de la investigación	
1.3.1- Pautas metodológicas	4
1.3.2- Instrumentación	7
Guía de trabajos prácticos.....	7
Guía para docentes.....	17
Trabajo en el aula	18
1.3.3- Resultados obtenidos.....	20
1.4- Conclusiones.....	21
Anexo: Guía para docentes	23
2- Producción Científico – Tecnológica	
Publicaciones.....	30
Presentación en congresos y reuniones científicas.....	30
3- Protocolo	31
4- Bibliografía consultada.....	34



1- Informe Técnico-Académico

1.1- Introducción

El presente trabajo surge como complemento y cierre del trabajo previo titulado “Génesis y evolución histórica de los conceptos de Probabilidad y Estadística como herramienta metodológica” en el que la tarea estuvo centrada en primera instancia, en la realización de una investigación histórica acerca del surgimiento de teorías y conceptos y cómo fueron desarrollándose a lo largo del tiempo para luego diseñar una metodología de trabajo en el aula.

Al indagar en la génesis y evolución histórica de algunos conceptos estadísticos y de la propia estadística como ciencia, se detectaron numerosas situaciones adversas que fueron propulsoras de nuevas investigaciones y reformulaciones, mostrando la necesidad de herramientas matemáticas hasta entonces no descubiertas y otras veces haciendo tambalear muchas teorías que hoy en día forman parte de la Matemática básica escolar y que ya nadie se atrevería a someter a juicio de duda.

Los científicos y matemáticos de cada época se encargaron de construir el andamiaje matemático necesario para respaldar las teorías que los experimentos hacían entrever y, además, marcando el camino de futuras investigaciones enunciando problemas que aún hoy en día faltan resolver.

Es el haber tomado contacto con esa realidad histórica lo que permitió reafirmar que la evolución del conocimiento no ha transitado un camino lineal sino todo lo contrario, ha tenido que replegarse sobre sí misma, revisarse exhaustivamente para justificarse y para luego hacerse respetar y permanecer como algo establecido aunque sujeto a posibles modificaciones si fuese necesario.

A partir de la investigación previa -realizada por el equipo de investigadores- se interpretaron los procedimientos adoptados por los científicos que, impulsados por las propias



inquietudes y realidades, se encaminaron a modelar situaciones desde la experimentación y la manipulación de datos. Con estas pautas metodológicas y su adaptación a los tiempos y situaciones actuales de aprendizaje se dio forma a un planteo de trabajo en el aula que tiene como objetivo primario propender a la conceptualización de los temas del currículo de esta asignatura en el nivel universitario.

En la presente investigación se realizó la ejecución y evaluación del diseño metodológico, cuyo esquema se elaboró en el trabajo anterior a partir de la experiencia histórica de los pensadores.

1.2- Fundamentación: ¿Por qué la historia?

Fundamentan esta orientación básicamente tres tipos de razones: epistemológicas, pedagógicas –ambas de carácter estructural– y didácticas.

Desde lo epistemológico:

- ✓ Explorar algunos problemas que, naciendo desde bien variadas ramas del conocimiento, sus soluciones fueron conformando la ciencia estadística y delineando su naturaleza, a la sazón, eminentemente transdisciplinaria.
- ✓ Entender los procesos de transición que llevaron a ampliar los puntos de vista de la ciencia estadística. Como el gran paso dado desde el milenarismo enfoque descriptivo y necesariamente abarcativo de poblaciones completas (los catastros territoriales egipcios, los censos israelitas de población masculina para la guerra, etc.) a, desde hace cuatro centurias a esta parte, la sistematización y consecuente metodologización del empleo de sólo partes de la población – muestras– para describirla.
- ✓ Dar cuenta de las coyunturas instrumentales que cambiaron y cambian hoy los usos y costumbres en el arte estadístico.

Desde lo pedagógico:



- ✓ Incorporar elementos socio-históricos al estudio de la teoría estadística. Tomando a la economía como parangón, puede decirse que sería muy complicado estudiar teoría económica –en rigor, las teorías económicas– sin relacionar con autores, fechas, escuelas económicas, controversias, embates corporativos para imponer como paradigmas puntos de vista propios, etc. En ese sentido, aunque sobre hechos históricos visiblemente menos violentos y en una escala más reducida, se da un contexto similar en el estudio de la estadística.
- ✓ Contribuir a posicionarse críticamente –analíticamente–, sobre todo a los docentes, ante contradicciones, discordancias, ocultamientos y uso anacrónico de procedimientos, por parte de algunos textos bibliográficos comercialmente más difundidos.

Y desde lo didáctico, experimentar una vía para la motivación del trabajo en el aula, ensayando otras fuentes de inspiración en la búsqueda de estrategias de enseñanza.

1.3- Desarrollo de la investigación

1.3.1- Pautas metodológicas

En el transcurso de la investigación se han cumplimentado las etapas previstas. Se seleccionaron los conceptos fundamentales más adecuados para ser tratados desde el aspecto histórico, se diseñó su metodología de trabajo y a partir de allí se elaboró una guía de trabajos prácticos que los alumnos de toda la cátedra de la materia Estadística, de las carreras que se dictan en el Departamento de Ciencias Económicas de la UNLaM, debieron utilizar a partir del primer cuatrimestre del año 2008.

Se decidió trabajar con la historia en el proceso de enseñanza como eje transversal de los contenidos del curso. La intención fue, además de acotar algún dato histórico, biográfico o



cronológico aislado, plantear situaciones de modo que puedan reproducirse las experiencias que dieran origen al concepto, a la teoría y/o a la disciplina misma para mejorar su comprensión y aprendizaje.

Los siguientes temas fueron seleccionados para implementar la metodología:

- Recolección de datos
- Calculo de medidas
- Gráficos y Tablas
- Números Índices
- Series de Tiempo
- Probabilidades
- Variables aleatorias
- Distribuciones especiales

Desde el análisis y procesamiento del material bibliográfico surge información sobre la historia de la ciencia de muy diversas fuentes pero es la recopilada en el trabajo anterior la que posibilitó contar con suficientes detalles para guiar el diseño de las actividades a realizar en clase.

Se destacaron como factores de análisis para su mejor aprovechamiento, aquellas situaciones en las que se encuentran presentes aspectos previos al surgimiento de un concepto o técnica de trabajo, la multiplicidad de trabajos simultáneos que realizaron los autores definitivos del mismo y las competencias establecidas para adjudicarse la autoría de los descubrimientos.

Si bien la componente histórica de los contenidos no se trabajan tradicionalmente en el aula, su análisis y tratamiento permiten realizar más naturalmente una justificación teórica para su validación y a la vez, mostrar la relación que existe entre los conceptos.

En resumen, enfocando de esta manera el programa de estadística se realizó un estudio teórico más integral permitiendo una visualización más amplia y favoreciendo su transferencia y aplicación.



Los objetivos que se buscan alcanzar con esta forma de trabajo, orientados al mejoramiento de la calidad del proceso educativo en esta disciplina, son:

- Revalorizar la historia y evolución de la ciencia en el proceso educativo.
- Evidenciar cómo la necesidad de contar con fundamentos teóricos en los distintos contextos históricos, motivó el continuo desarrollo y crecimiento de la Estadística
- Reflexionar sobre cómo se produce la construcción del conocimiento.
- Lograr que los antecedentes históricos de las nociones estadísticas constituyan un verdadero puente entre la Estadística como ciencia y los saberes específicos de los alumnos.
- Lograr que los alumnos reconozcan los principales hitos en el desarrollo de la Estadística para una mejor comprensión y explicación de la misma.
- Valorizar la Estadística como herramienta de comunicación y síntesis del quehacer profesional y cotidiano.

Desde el planteo de objetivos transversales tendientes a revalorizar la historia de la ciencia como fuente inspiradora de recursos metodológicos, se trabajó en la elaboración de objetivos alcanzables, como ser:

- ✓ integrar la estadística y el contexto,
- ✓ reconocer la importancia de contar con datos fiables ,
- ✓ a partir de una situación real y desde la perspectiva de su modelización, lograr una representación tabular o gráfica eficiente, capturar las características del mundo real a través de las medidas y finalmente comunicar la información que surge de los datos, en forma universalmente comprensible.
- ✓ percibir la variación que hay en los valores de los datos, así como la incertidumbre asociada al momento de utilizarlos para realizar predicciones.
- ✓ lograr razonar con modelos estadísticos y al mismo tiempo diferenciarlos de los datos.



Con respecto a las estrategias no sólo se utilizaron aquellas basadas en el trabajo conjunto en clase sobre los problemas planteados, sino que además se incorporaron actividades que incluyen la experimentación y la simulación en problemas similares a los que dieron surgimiento o permitieron el desarrollo de esta ciencia. En particular, se trabajó desde algunas pautas básicas como la importancia de leer conjuntamente con los alumnos los párrafos que dan inicio y cierre a cada práctica de la guía, debatir y relacionar los distintos conceptos, capitalizando la aparición de dificultades y dudas.

1.3.2- Instrumentación

La instrumentación de la metodología se llevó a cabo por medio de la elaboración de una guía de trabajos prácticos, una guía orientadora para que los docentes pudieran trabajar en el aula y el trabajo áulico propiamente dicho. A continuación se describe la fundamentación de las guías mencionadas y las actividades áulicas desarrolladas.

Guía de trabajos prácticos

La guía de trabajos prácticos para los alumnos se confeccionó respetando la red conceptual de los contenidos siguiendo un grado de dificultad creciente de las actividades propuestas.

Está dividida en 12 prácticas que corresponden a las distintas unidades temáticas, recorriendo a través de ellas toda la currícula. Las prácticas se refieren a: procesamiento de datos, tipos de medidas, números índices, series de tiempo, cálculo de probabilidades, variable aleatoria, distribuciones especiales de probabilidad (para variables discretas y para variables continuas), distribuciones de estadísticos muestrales, estimación de parámetros, prueba de hipótesis y análisis de regresión y de correlación



La intención perseguida, de trabajar con la historia en el proceso de enseñanza como eje transversal a todo el currículo, queda plasmada en la confección de la guía de trabajos prácticos como se pone de manifiesto en las actividades propuestas y en los siguientes textos que figuran en el desarrollo de cada una de las prácticas, de manera introductoria como complementaria y que fueron elaborados para tal fin.

Inicialmente, se tratan diversas maneras de organizar los datos y se prepara el material de base para que en adelante se puedan elaborar indicadores estadísticos o medidas estadísticas. Cada forma de organización, implica la caracterización de distintos espacios abstractos donde a posteriori se diseñaran las medidas estadísticas.

El extraer información de los datos de campo o compilados y representarla tabular y/o gráficamente permite darle sentido a esos datos. Lo mismo ocurre al contemplar la realidad desde la perspectiva de su modelización surgiendo la comprensión de las cualidades o características del mundo real.

Como se evidencia en distintas actividades, el gráfico de la ojiva de Galton -que conlleva el concepto de acumulación de frecuencias- permite extraer información del conjunto de datos desde otro ángulo.

A pesar de que el concepto de acumulación parece surgir naturalmente a posteriori del de frecuencia simple, en la realidad histórica se formalizó antes: el gráfico de la Ojiva de Galton precedió al histograma de Pearson en más de una década.

Toda ciencia es medición, toda medición es estadística. Hermann L.F. de HELHOMTZ (físico y fisiólogo alemán-s.XIX)

A continuación se comienza a medir sobre el conjunto de datos con la finalidad de determinar sus características principales.

Las medidas a determinar son los denominados indicadores estadísticos del grupo de datos. La interpretación que se realice de cada uno de estos indicadores debe referirse estrictamente al grupo de datos tratados.



A comienzos del siglo XIX el astrónomo Adolfo Quetelet –considerado el fundador de la estadística moderna- aplicó a las ciencias sociales los métodos estadísticos hasta entonces utilizados en las ciencias naturales, contribuyendo a la ampliación del campo de la estadística.

A partir de mediados de 1960, con el Análisis Exploratorio de Datos (EDA), desarrollado por J. Tukey y otros, surgió un nuevo enfoque en el tratamiento de datos cimentado en el uso de la informática donde el soporte tecnológico permitió sostener una gran masa de datos y procesarlos en tiempo real, contribuyendo así al mejoramiento de la calidad de la información resultante.

El EDA condujo además a la aparición de productos gráficos tales como el diagrama de caja y bigotes, entre otros.

El número índice es una medida de intensidad y el objetivo de su cálculo es el de encontrar indicadores que pongan de manifiesto, en forma cuantitativa y abreviada, las variaciones relativas de los valores que adopta un fenómeno en dos o más circunstancias distintas en el tiempo o en el espacio (en su acepción más amplia).

Si bien cada medida de posición es única para un mismo conjunto de datos, es el fenómeno en estudio el que debe incidir en la decisión de elegir cuál o cuáles son las más indicadas u óptimas para representarlo. Para las medidas de intensidad, en particular para los números índices, no sólo incide el fenómeno sino que además la propiedad de unicidad no se cumple.

Todo esto indica que la elección de una medida en el marco de un problema de estudio está influenciada por subjetividades, hecho que conlleva el riesgo de manipulación estadística y/o la mala información.

Si al observar una variable estadística hay razones para pensar que los valores de ésta están influenciados por los momentos de tiempo en que se los observa -y es lo que caracteriza al fenómeno estudiado estadísticamente- no sirve el enfoque de frecuencias, se hace necesario



utilizar otro tipo de enfoque que consiste en observar cada valor de la variable anotando el transcurso del tiempo (ya no su repetición, ya no su frecuencia).

Este otro enfoque produce que los datos relevados queden organizados en una distribución que se denomina Serie de Tiempo.

Mientras que la función de los números índices es la de describir en forma puntual el comportamiento de uno o algunos valores de una variable en dos situaciones diferentes de tiempo, la función de las series de tiempo es describir en forma grupal el conjunto de todas las situaciones en análisis y realizar predicciones.

La teoría de la probabilidad es la herramienta conceptual necesaria para abordar con fundamento los problemas de la estadística inferencial.

En la inferencia estadística, las muestras representativas de una población son el material básico de trabajo y para poder extraerlas adecuadamente se utilizan los experimentos aleatorios compuestos por repetición de uno simple. Por otro lado, el estudio de la asociación y/o relación causa efecto entre variables se apoya en los experimentos compuestos bivariados.

Fue en el siglo XVII donde se desarrolló el Cálculo de probabilidad como disciplina científica, paralelamente al desarrollo de la Estadística pero en forma independiente. Se podría decir que a fines del siglo XIX se comenzó a utilizar el concepto de azar, indeterminismo o aleatoriedad.

La obra de Laplace y de otros matemáticos como Poisson, Gauss, Galton etc., proveyeron al cálculo de probabilidades de recursos matemáticos que lo llevaron a un grado de perfeccionamiento que lo ha hecho apto para las aplicaciones a diversos campos de la ciencia y muy especialmente a la estadística.

Los primeros estudios sobre probabilidad estaban intrínsecamente unidos con los juegos de azar, buscando la máxima rentabilidad monetaria o la mayor utilidad. Este objetivo estuvo vigente hasta que apareció la obra de Daniel Bernoulli, hacia 1730.

La condición de equiprobabilidad es introducida por Laplace como un recurso para compensar el déficit en la formulación clásica de la probabilidad.



Una variable aleatoria es una asignación unívoca diseñada para cuantificar los sucesos resultantes de un experimento aleatorio. Esta síntesis numérica es la que permite, junto con el modelo probabilístico, determinar algunas características del comportamiento del fenómeno en estudio

Los valores de una función de probabilidad de una variable aleatoria discreta son probabilidades en cambio, los de una función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua no son probabilidades.

La función de densidad permite calcular la probabilidad de cualquier intervalo del recorrido de la variable aleatoria continua a través del área encerrada por la función y los extremos de dicho intervalo, de ahí que cualquier probabilidad puntual para este tipo de variables es cero.

Un ejemplo notable de modelización estadística a partir de un problema práctico son las distribuciones de probabilidad, que permiten describir en forma sintética el comportamiento de las distribuciones empíricas de datos estadísticos y hacer predicciones sobre el mismo.

Uno de los problemas de gran interés entre algunos matemáticos de los siglos XVIII y XIX (como J. L. Lagrange y C. F. Gauss) fue el del ajuste de curvas a los datos, dando surgimiento a los modelos de las distribuciones continuas de probabilidad.

Las distribuciones de probabilidad como modelo son la base de la inferencia estadística y es en las distribuciones binomial y normal en las que se apoya la inferencia clásica.

Otros posibles modelos de distribución son la distribución uniforme -que provee la base teórica para estudiar la propagación de los errores de redondeo- y la distribución exponencial –íntimamente vinculada a un proceso de Poisson– que se utiliza en modelos de Costos y en Investigación Operativa.

Alrededor del año 1800 Laplace, Gauss y otros, desarrollaron un aporte fundamental para la teoría Estadística: la teoría de los errores de observación.



Del estudio del comportamiento de los estadísticos muestrales surgen propiedades que los relacionan intrínsecamente con los respectivos parámetros.

Las curvas de distribución resultantes de ese estudio son claves para fundamentar las soluciones a los problemas que plantea la estadística inferencial.

La inferencia estadística es el procedimiento por el cual se extrapolan o extienden (no generalizan) los resultados de una muestra representativa a la población en estudio.

Los resultados o conclusiones que se obtienen al hacer inferencias nunca son ciertos siempre están provistos de algún grado de confianza o de algún margen de error, que se obtiene a través de la probabilidad y de la distribución de probabilidad de los estimadores. Por esto la teoría de la probabilidad es la que da fundamento y sustento a la inferencia estadística.

La inferencia estadística aborda básicamente dos tipos de problemas: la estimación de parámetros y la prueba de hipótesis.

La estimación por intervalos de confianza permite a través de los resultados de una muestra, obtener –con una cierta probabilidad asociada– entre qué valores podría encontrarse un parámetro poblacional.

En general, puede verificarse que en los procesos de fabricación en los que intervienen variables de medición como ser: peso, longitud, capacidad, etc. la distribución de estas variables es aproximadamente normal.

La distribución Chi-cuadrado surgió a partir de los problemas de muestreo en poblaciones normales. La distribución T fue diseñada para problemas de muestreo donde la varianza muestral siguiera una distribución Chi-cuadrado. Por tal motivo la distribución T tanto como la Chi sólo pueden aplicarse al muestreo en poblaciones normales.

La prueba de hipótesis es otro de los problemas abordados en la inferencia estadística, en este tipo de problemas, si bien el parámetro es desconocido se posee algún valor referencial previo sobre él. El valor de referencia o valor hipotético puede ser alguna



información basada en el comportamiento histórico, algún supuesto, alguna condición que debería cumplirse (por ejemplo en el control de calidad) o algún valor establecido arbitrariamente.

Dado que no hay certezas en las conclusiones de las pruebas de hipótesis estadísticas, es conveniente el uso del tiempo potencial (podría, tendría, etc) tanto en la formulación de las preguntas como al arribar a las conclusiones.

En las pruebas de hipótesis para la varianza, sólo las conclusiones pueden extenderse al desvío. Es decir que no existe por si misma una prueba para el desvío.

Si en una prueba de hipótesis cualquiera el estadístico de prueba cae en un entorno próximo al punto crítico se sugiere: no decidir y agrandar la muestra para realizar una nueva prueba.

Por último, el análisis de regresión entre variables económicas o de otra índole, consiste en elaborar un modelo de relación entre ellas y el análisis de correlación entre variables consiste en determinar el grado de asociación lineal que poseen.

A continuación se exponen algunos ejemplos de las actividades propuestas en la guía identificados según la práctica a la que pertenecen, destacándose en cada oportunidad la componente histórica que sustenta su presencia como material de trabajo.

1-Procesamiento de los datos

Para cada uno de los siguientes gráficos identificar el ó los tipos de variables que pueden representar y elegir para cada caso un ejemplo posible nombrando las categorías que asignaría para cada variable. Puede utilizar los ejercicios anteriores aclarando las modificaciones que sería necesario realizar.



En el procesamiento de la información se utilizan técnicas básicas para llevar a cabo un estudio descriptivo, se puede hablar de dos tipos diferenciados de técnicas, unas utilizadas para variables cualitativas y otras para variables cuantitativas.

La identificación de variables nos remite a los primeros estadios de la estadística donde de la observación de datos se derivaban conclusiones, constantes, periodicidades, atributos que se repiten en el tiempo, haciendo visibles características netamente estadísticas de un conjunto de datos.

2- Tipos de medidas

-Discutir y analizar el grado de veracidad de los siguientes enunciados.

- a) El lugar geométrico de la media aritmética en el eje real es el centro de la distribución de datos.*
- b) Todos los conjuntos de datos tienen promedio.*
- c) En el cálculo de la media aritmética influyen los valores extremos.*
- d) El valor del promedio supera a los valores que toman la mitad de los datos ordenados.*

El promedio es el más asequible de los modelos posibles de un conjunto de datos y fue una de las primeras medidas determinadas. Este es uno de los ejercicios donde se puede discutir la diferencia entre el espacio donde se ubica la media aritmética -el de los números reales- que puede no coincidir con el espacio numérico de la variable (número enteros o reales) además de debatir sus propiedades.

3- Números Índice y Series de Tiempo

-Teniendo en cuenta la Distribución del Ingreso presentada por el diario Clarín, (en relación al ej. 3 de Números Índice),

- a) ¿La información del gráfico constituye una serie de tiempo? ¿Por qué?*
- b) En caso afirmativo tabular y representar gráficamente la serie.*
- c) Analizar la tabla y el gráfico para detectar la presencia de posibles componentes en ella.*



La estadística en el ámbito de las series de tiempo permite hacer predicciones, modelando el comportamiento de una variable a lo largo del tiempo.

Como se ve reflejado hasta aquí en la guía de ejercicios, la estadística trabaja de manera excluyente con datos empíricos, tal como fuera en sus orígenes hasta la actualidad.

4- Cálculo de Probabilidades

- Se tira un dado una vez y se lee el número de la cara superior.

- a) ¿Cuál es el espacio de los sucesos?
- b) ¿Los sucesos elementales son equiprobables?
- c) ¿Por qué los resultados son mutuamente excluyentes?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que sea un dos? ¿Cuál es el supuesto para poder calcularla?

- En el experimento de arrojar un dado, considerar los sucesos: A: sale un dos y B: sale un número par.

- a) ¿Tienen A y B la misma probabilidad?
- b) ¿Son A y B mutuamente excluyentes?
- c) ¿Son A y B independientes?
- d) Justificar las respuestas.

- A partir de los resultados obtenidos por los 60 alumnos que figuran en la tabla 1 del Anexo II, calcular la probabilidad de obtener un dos en los primeros:

- a) 10 lanzamientos del dado
- b) 20 lanzamientos del dado.
- c) 50 lanzamientos
- d) 100 lanzamientos
- e) 300 lanzamientos
- f) 600 lanzamientos.
- g) Concluir, comparar y discutir los resultados con lo obtenido en el primer ejercicio ítem d).

En cálculo de probabilidades se incluyen ejercicios de juegos de azar justamente por ser ése su ámbito de origen siendo un hito histórico destacable. Además se presentan diversas situaciones que siguen la evolución histórica del concepto de probabilidad y su formalización dentro de una teoría axiomática a principios del siglo XX.



5- Variables Aleatorias

Distribución normal

Sea la variable aleatoria X : cantidad de veces que se obtiene un número par en “ r ” lanzamientos de un dado. A partir de los resultados de 60 muestras de 10 tiradas de un dado (tabla 1) y de 60 muestras de 20 tiradas cada una (tabla 2) del Anexo II, donde las tiradas de cada alumno se consideran una muestra y la cantidad de lanzamientos es el tamaño de la muestra:

- a) Armar la distribución de frecuencias relativas de la proporción de números pares en 10 muestras cualesquiera de la tabla 1 y graficar.
 - b) Armar la distribución de frecuencias relativas de la proporción de números pares en 30 muestras cualesquiera de la tabla 1 y graficar.
 - c) Armar la distribución de frecuencias relativas de la proporción de números pares en 60 muestras cualesquiera de la tabla 1 y graficar.
 - d) Armar la distribución de frecuencias relativas de la proporción de números pares en 30 muestras cualesquiera de la tabla 2 y graficar.
 - e) Armar la distribución de frecuencias relativas de la proporción de números pares en 60 muestras cualesquiera de la tabla 2 y graficar.
 - f) Extraer conclusiones sobre el comportamiento gráfico observado de la distribución de la proporción de números pares a medida que aumenta la cantidad de muestras y el tamaño de las mismas
- En la tabla 1 del anexo III se consignan los diámetros de todas las arandelas producidas en un día por una fábrica.
- a) Calcular la media y la varianza de la población de arandelas de la tabla.
 - b) Si se elige una arandela al azar, cuál es la probabilidad de que su diámetro:
 - i) sea menor a la media y ii) sea superior a 1,50cm.
 - c) Con los datos de la tabla, calcular la proporción de arandelas cuyo diámetro:
 - i) es inferior a la media y ii) es superior a 1,50 cm
 - d) Comparar y comentar los resultados de b) y de c).
 - e) Agrupar los diámetros en 7 intervalos de amplitud 0,02 a partir de 1,40 y graficar convenientemente.
- A partir de la variable normal X : dimensiones del diámetro de una arandela, completar la tabla 3 del anexo III con la variable Y : error en el diámetro de una arandela respecto a la media calculada en el ejercicio anterior. (Sugerencia: $Y = X - E(x)$)
Decidir si la variable Y tienen distribución normal. Justificar y calcular sus parámetros aplicando propiedades.

Estos problemas recrean algunos de los caminos que condujeron a la formulación del modelo normal.



Distribución uniforme

- El número 3,2 se pudo obtener por el redondeo de algún número comprendido entre 3,15 y 3,25. Cualquier número real del intervalo tiene la misma probabilidad que cualquier otro de ser el generador del número 3,2 por redondeo.
 - a) Construir la función de densidad de la variable aleatoria continua con un recorrido de valores reales con dos decimales que por redondeo generan el número 3,2.
 - b) Calcular el valor esperado de la variable.
 - c) ¿Qué probabilidad tiene cualquier número real superior a 3 de generar el número 3,2.

El problema remite a cómo se gestó la distribución uniforme en ambientes de estudio de los problemas de redondeo.

Guía para docentes

Esta guía fue confeccionada con el fin de orientar a los docentes en la implementación de la metodología elaborada. En ella se recomiendan las estrategias generales y específicas y se marcan los objetivos y pautas de trabajo para la labor en el aula.

A continuación se sintetizan generalidades sobre las pautas dadas a los docentes para desarrollar los contenidos y su tratamiento a través de la guía de ejercicios.

En el anexo se encuentra la guía completa proporcionada a los docentes.

En el procesamiento de datos tener en cuenta que cualquier variable cuantitativa, sin distinguir entre discreta o continua, puede ser tratada haciendo un arreglo ordenado de los datos o bien armando tablas de distribución de frecuencias, ya sea listando los valores de menor a mayor o agrupando los datos en intervalos de clase. La elección de la modalidad depende de las características y cantidad de los datos y del objetivo del problema. Si se cuenta con información secundaria destacar la importancia de verificar la coherencia, consistencia, compatibilidad y fiabilidad de la misma.



En la determinación de medidas es importante que el alumno reconozca y distinga los distintos criterios de diseño de cada uno de los indicadores estadísticos. Conviene insistir que es necesario defender el dato determinando las medidas a partir de los valores originales siempre que sea posible.

Si bien los números índice son un tipo más de medida, su tratamiento por separado se justifica debido a su fuerte desarrollo adquirido de manera autónoma.

El análisis de las series temporales es clave en el estudio – con perspectiva histórica – de los fenómenos económicos actuales.

Para la comprensión de conceptos como el de probabilidad, es necesario contar con el razonamiento asociado a la proporcionalidad. Es menester destacar la importancia del azar y la incertidumbre como cimientos donde se sustenta la probabilidad.

Con respecto a las variables aleatorias, se trata de reconocer y destacar el rol que tienen en el modelado de situaciones probabilísticas, además de incorporar herramientas que completan su caracterización.

En todos los temas se espera que el docente discuta con los alumnos los párrafos destacados en forma de recuadro a lo largo de la guía de ejercicios, teniendo en cuenta que los conceptos, teorías y modelos nacen en un orden registrable históricamente, luego se entrelazan y complementan, pero usualmente son reordenados y reorganizados a los fines didácticos.

Trabajo en el aula

La implementación de este diseño metodológico en el aula comenzó en el primer cuatrimestre del año 2008 y se llevó a cabo en todos los cursos de estadística, siete comisiones conformando un total de 425 alumnos, es decir que no se trabajó con un grupo piloto como se había planificado.



Previo al inicio de las clases se realizaron talleres con todos los docentes para analizar los instrumentos elaborados, trabajar la nueva guía y las pautas a seguir y discutir las inquietudes que fueron surgiendo.

Previendo que a lo largo del cuatrimestre aparecerían dudas e inquietudes adicionales se fijaron encuentros periódicos.

En esas reuniones se volcaron y analizaron las distintas experiencias aúlicas.

Acciones concretadas en el aula:

- 1) en todas las aulas se comentaron los hitos históricos más importantes generándose un clima distendido con una buena recepción de parte de los alumnos, resultando en general esta situación muy enriquecedora.
- 2) se realizaron lecturas comprensivas de los tópicos incluidos en la guía, esto permitió jerarquizar todos los conceptos y profundizar los fundamentales.
- 3) Debido a la cantidad de ejercitación se reestructuro el dictado de las clases para proporcionar a los alumnos herramientas teóricas y prácticas adecuadas que le posibiliten abordar parte de las tareas en forma autónoma.
- 4) En algunas comisiones, aquellas donde el tiempo disponible lo permitió, se introdujo la distribución normal siguiendo los caminos históricos para su construcción y formalización.
- 5) Las evaluaciones parciales que se tomaron a los alumnos se basaron fundamentalmente en la elección de un problema integrador como eje (que podía contar o no con una matriz de datos) y a partir de él formular preguntas que, más allá de los procedimientos técnicos, implicaran elaboraciones conceptuales como comparaciones, interpretaciones y justificaciones, entre otras. Estas evaluaciones resultaron ser más abarcativas y con un mayor grado de profundidad que las que se venían tomando anteriormente.



1.3.3- Resultados obtenidos

En este punto se destacan resultados de distinta índole, cualitativa y cuantitativa.

Los resultados cualitativos que surgieron del análisis de entrevistas en profundidad sin estructurar realizadas a los docentes y alumnos se basaron en las vivencias experimentadas de la implementación de la metodología aplicada.

Los alumnos:

- 1) percibieron que los contenidos teóricos y prácticos tienen un buen grado de integración.
- 2) dijeron sentirse cómodos como para participar y consultar dudas.
- 3) algunos consideraron difícil cumplir con las tareas programadas en tiempo y forma, reconociendo la importancia del trabajo autónomo para un aprendizaje más efectivo.
- 4) en el caso de los cursantes encontraron que, comparativamente con la experiencia previa, las clases resultaron más dinámicas.

Los docentes:

- 1) observaron que la participación de los alumnos en clase aumentó.
- 2) se sintieron más motivados y en un rol más activo para trabajar.
- 3) destacaron que hay que tener en cuenta la influencia del factor tiempo, muchas veces carga horaria variable entre bandas horarias y entre cuatrimestres, para la implementación de la metodología.

Por otro lado, pueden bosquejarse algunos resultados cuantitativos a partir de la comparación de las actas de cursada de la condición final obtenida por los alumnos del año 2008 en relación a dos años anteriores.



Teniendo en cuenta el total de alumnos inscriptos en estadística en el año 2008 se observa que el total de aprobados es el 34,11% cuando en los años 2006 y 2007 había sido el 31,4% y 32% respectivamente. Si se consideran sólo los alumnos que fueron evaluados al menos una vez estos porcentajes ascienden al 47,7% en el 2008, 46,5% en el 2007 y 46% en el 2006.

Años	2006	2007	2008
Ap. sobre el total	31,4	32	34,11
A. con al menos una eval.	46	46,5	47,7

En principio, estos guarismos estarían indicando un cambio en favor de esta metodología de trabajo. Sin embargo, sin dejar de ser optimistas, para que esto se confirmara debería mantenerse a lo largo del tiempo.

1.4- Conclusiones

Como inventario final del presente trabajo, pueden leerse algunas conclusiones positivas y otras negativas, el cumplimiento de expectativas y el planteo de futuras proyecciones.

A favor del trabajo realizado queda acreditado un apreciable crecimiento docente, una buena receptividad por parte de los distintos actores involucrados, un aparente mejoramiento en el rendimiento de los alumnos y una consolidación y actualización del material didáctico de la cátedra.

Como aspecto negativo se pueden citar algunos obstáculos externos como a veces la escasez de tiempo y fundamentalmente el no acompañamiento de la bibliografía comercialmente más accesible respecto a la metodología desarrollada. En lo interno, e inherente al proyecto, no se previó la inclusión de la componente histórica trabajada en el



aula en las evaluaciones parciales de la totalidad de los comisiones de alumnos, hecho que queda pendiente de revisar en las futuras aplicaciones de la metodología.

La principal expectativa cumplida del trabajo es el haber comprobado la factibilidad de aplicación de esta modalidad con visión histórica como hilo conductor del desarrollo de la materia en los contenidos tratados.

Como proyección se abre la posibilidad de explorar la aplicabilidad de esta metodología en todos los contenidos que conforman la materia y trascenderla a otras áreas de la enseñanza.



Anexo

Guía para docentes

Estrategias generales

Dado que la Estadística se basa en datos empíricos, tanto en sus comienzos como en la actualidad, el análisis de cómo los conceptos estadísticos han surgido y evolucionado en ámbitos mucho más complejos que el académico, la ubica en su real dimensión como un verdadero subsistema cultural.

Teniendo en cuenta lo antedicho, se implementa un nuevo enfoque en la materia donde la historia es el eje metodológico para el tratamiento de conceptos estadísticos en el aula.

Se trata de ensayar y probar aquellos temas con los que cada uno se vea más incentivado para trabajar con la nueva metodología, con la expectativa de compartir luego las experiencias y hallazgos entre todos los colegas de la cátedra.

El comentar y debatir sobre los temas específicos y recursos didácticos utilizados y del resultado obtenido forma parte de los recursos metodológicos disponibles para mejorar la acción didáctica del conjunto de la cátedra.

Los objetivos que se buscan alcanzar con esta forma de trabajo, orientados al mejoramiento de la calidad del proceso educativo en esta disciplina, son:

- Revalorizar la historia y evolución de la ciencia en el proceso educativo.
- Evidenciar cómo la necesidad de contar con fundamentos teóricos en los distintos contextos históricos, motivó el continuo desarrollo y crecimiento de la Estadística
- Reflexionar sobre cómo se produce la construcción del conocimiento.
- Lograr que los antecedentes históricos de las nociones estadísticas constituyan un verdadero puente entre la Estadística como ciencia y los saberes específicos de los alumnos.
- Lograr que los alumnos reconozcan los principales hitos en el desarrollo de la Estadística para una mejor comprensión y explicación de la misma.
- Valorizar la Estadística como herramienta de comunicación y síntesis del quehacer profesional y cotidiano.

Uno de los cimientos utilizados en la metodología diseñada es el poner a los alumnos en contacto con el contexto histórico que diera origen al concepto y otro que disciplinara el efecto producido por su génesis y evolución en el campo del conocimiento particular del que formaba parte, es decir que los alumnos perciban cómo se construye un nuevo conocimiento.

A partir de la problematización se introducen los distintos temas utilizando la contextualización histórica en algunos tópicos particulares.

Estrategias específicas

Es muy importante transmitir a los alumnos que los ejercicios de la guía de trabajos prácticos tienen una estrecha relación con los contenidos teóricos de la materia.

Con la idea de ayudar a que el alumno logre comprender progresivamente los conceptos estadísticos, las prácticas se organizaron a partir de ejercicios y problemas teniendo en cuenta su grado de complejidad, dificultad creciente y que conlleven a un proceso de abstracción paulatino.

La Guía de Trabajo Práctico muestra un camino a seguir que puede modificarse en caso de surgir algún tema de interés que no altere sustancialmente el cronograma de actividades y permitiendo implementar exámenes parciales comunes por banda horaria.

Hay un gran volumen de ejercitación con la intención de que los alumnos trabajen fuera de las clases y luego puedan hacer consulta.



Es muy importante que:

- ✓ en clase se lea conjuntamente con los alumnos los párrafos que dan inicio y cierre a cada práctica de la guía a fin de redondear lo que se persigue en Estadística, al tratar dicho tema.
- ✓ se relacionen los distintos conceptos con las situaciones que les dieron origen.
- ✓ Comenten, cuando lo crean conveniente, quién/es fue/ron sus creadores y las ventajas (o desventajas) de su utilización, por ejemplo el caso de la Ojiva de Galton que surge con anterioridad al histograma de Pearson.
- ✓ alienten a los alumnos a que hagan los ejercicios de matrices, éstos aparecen en todas las prácticas de la guía.
- ✓ trabajen en grupos analizando los enunciados y resolviendo las situaciones planteadas.
- ✓ Debatan acerca de las dificultades, comenten las dudas de algunos alumnos con el resto de la clase.

Estudiar las dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas nos permite orientar mejor nuestra labor docente. Los datos aportados por el docente pueden capitalizarse por el conjunto de docentes en las distintas comisiones.

Las diferentes miradas serán utilizadas como punto de partida para el debate y el mejoramiento de la actividad docente. La opinión de todos y de cada uno de los docentes permitirá obtener resultados más integradores.

Es importante prevenir a los alumnos que, entre docentes, van a encontrar diferentes enfoques sobre un mismo contenido, aclarar que eso es sano y que, por sobre todo, es inherente al desarrollo histórico de la ciencia misma. La idea es compartir con ellos que el conocimiento no es algo estanco sino que muy por el contrario es dinámico y está en continuo desarrollo.

La utilización de una situación problemática como eje que atraviesa varias unidades temáticas ayudan a alcanzar paulatinamente la abstracción hasta llegar al modelo teórico.

Un mismo conjunto de datos es trabajado a lo largo de los distintos prácticos completando su desarrollo bajo distintas modalidades (en distribución de frecuencias, series de tiempo o en distribución de probabilidades).

Los temas: Series de Tiempo, Números Índice incluyendo la Deflación Estadística, los Modelos Probabilísticos a partir de diagramas Árbol y el de Prueba de Hipótesis muestran distintas perspectivas de trabajo.

Objetivos generales:

Que el alumno pueda:

- ✓ integrar la estadística y el contexto,
- ✓ reconocer la importancia de contar con datos fiables ,
- ✓ a partir de una situación real y desde la perspectiva de su modelización, lograr una representación tabular o gráfica eficiente, capturar las características del mundo real a través de las medidas y finalmente comunicar la información que surge de los datos, en forma universalmente comprensible.
- ✓ percibir la variación que hay en los valores de los datos, así como la incertidumbre asociada al momento de utilizarlos para realizar predicciones.
- ✓ lograr razonar con modelos estadísticos y al mismo tiempo diferenciarlos de los datos.

Pautas de trabajo

Práctica 1

En esta práctica es importante que el alumno:

- identifique las variables que intervienen en un problema determinado,
- exprese de alguna otra manera sintética los datos aportados por una fuente dada y
- lleve un gráfico dado a otro tipo de representación.
- Que pueda responder: ¿Qué información está contenida en el gráfico o la tabla?



- 1) Explicitar en los ejercicios, la población (P), la unidad de observación (UA) y las variables intervinientes (V); ayuda a un mejor análisis del problema.

Ejemplo:

En los siguientes ejercicios son:

- 1- P: Balanza comercial semanal de Argentina del año 2005
UA: Informes semanales de la balanza comercial del año 2005
V: Saldo de los informes semanales de la balanza comercial.
- 2- P: Trabajadores de la Argentina.
UA: Trabajadores.
V: Objetivo a corto plazo del trabajador en la empresa.
Compromiso del trabajador con la empresa
- 3- P: Periódico de publicación diaria de cierta localidad.
UA: Datos del año 2006.
V: Errores más comunes encontrados.

- 2) Tener en cuenta que:

- ✓ cualquier variable cuantitativa (discreta o continua) puede ser tratada listando los valores de menor a mayor o agrupando en intervalos de clases, dependiendo esto de la masa de datos,
- ✓ si se cuenta con los datos la verdadera información se obtiene del listado.

- 3) En ej 12 c), al ordenar los datos tener en cuenta que $x_1=0$, $x_3=1$ y $x_5=2$

- 4) En ej 15, al faltar en el gráfico el total y al no aclararse el período que se consideró para extraer la información (semana, mes, año), entre otras cosas, cada uno puede convenir en tomarlo como muestra o censo. La idea es que se discuta la diferencia entre un muestreo y un censo.

- 5) Tener cuidado al armar los intervalos éstos son: 0-15, 15-30, 30-45, 45-60, 60 ó más y tener presente que para graficar el histograma, el rectángulo del último intervalo no puede tener una altura de 11 (debe ser como máximo de la mitad). Sólo puede tener altura 11 si la amplitud es de 15.

- 6) En ej 16 el objetivo es resaltar que los porcentajes obtenidos al agrupar no necesariamente son iguales a los de los valores listados que son los verdaderos.

- 7) En ej 17 b) no graficar en el mismo gráfico los dos histogramas porque los intervalos tienen distinta unidad de medida. Si se hicieran en un mismo gráfico el histograma de 5 intervalos tendría el doble de área que el de 10.

- 8) En ej 19, la respuesta correcta es la c). La opción a) corresponde a la definición de clases excluyentes.

- 9) En ej 22 la correcta es la d), esta propiedad avala de alguna manera lo dicho en los ejercicios 15) y 17)

- 10) Resaltar a modo de conclusión los párrafos intercalado entre los ejercicios 21 y 22.

- 11) El ejercicio 23 persigue que los alumnos relacionen el tipo de variable con su posible representación gráfica.

- 12) Ej 24 y 25

No olvidemos de verificar si los datos que nos dan son los correctos, a veces nos dan Noticias que engañan, datos exagerados y otras con errores debido a no saber interpretar los gráficos que nos suministra una computadora. Para realizar el análisis de datos suministrados se incluyeron los ejercicios 24 y 25.

Los errores de estos ejercicios no son sólo que la suma no de 100, la suma no da 100 por:

En el ej. 24, se están considerando dos veces algunas categorías al repetir un subtotal.

En el ej. 25, no se contempla la categoría no sabe no contesta y posiblemente una misma persona fue considerada más de una vez por elegir más de una opción.

No se respetó en ninguno de los dos ejercicios la exhaustividad y exclusión de las categorías.

Práctica 2

En esta práctica es importante que el alumno:

Comience a representar los conjuntos de datos por medio de modelos matemáticos sencillos como ser un promedio o media aritmética, mediana y/o cuartiles.

Los ejercicios 9, 10, 11, 12 y 13 persiguen hacer reflexionar a los alumnos acerca del significado real de un promedio ponderado y no el que se quedan prendidos de una fórmula. Que por encima del resultado logrado con la calculadora afiancen las propiedades del promedio.



Para modelizar los datos de distintas maneras a las representaciones de la práctica 1 agregamos el gráfico Caja- Bigotes.

En los ejercicios 17, 18, 19, 30 y 31 se suministran los Box- Plot confeccionados para interpretar la información. En los ejercicios 20 e), 21 e) y 29 b) se solicita representar y analizar.

La meta es abordar el problema en forma más global utilizando los cuartiles.

- 1) En los ejercicios que se hagan en clase, conviene siempre indicar la medida que se utiliza.
- 2) Observar que cuando se piden razones se está diciendo entre las categorías, es conveniente para la interpretación tomar como numerador la categoría de mayor frecuencia.
- 3) Hacer hincapié en que para calcular las medidas para el gráfico del Box-Plot es necesario hacerlo sobre los datos listados, no con los datos agrupados en intervalos.
- 4) Al discutir la veracidad de las afirmaciones del ej. 12), hacer notar que a) es verdadera sólo en distribuciones simétricas donde la media coincide con la mediana.
- 5) En el ej. 18) se arregló el Box-Plot vertical para que quede más claro el gráfico.
- 6) En ej. 24) el objetivo es que los alumnos noten que las medidas calculadas con los datos agrupados en intervalos son aproximadas, los verdaderos valores de las medidas se obtienen con los datos listados.
- 7) Que los intervalos de clase sirven para modelizar gráficamente el conjunto de datos.

Práctica 3

Resaltar la importancia de los números índice en su especialidad que siendo una medida de intensidad mereció un capítulo aparte.

Los ejercicios 4 y 5, que nos remiten a la matriz de datos de la práctica 1, muestran nuevamente cómo una misma masa de datos puede ser enfocada desde distintas perspectivas.

Práctica 4

Resaltar el cambio de enfoque al observar los valores de una variable estadística, presuponíamos o acordábamos implícitamente que las observaciones se realizaban en un mismo momento (sin enunciarlo, en realidad estábamos "congelando" el tiempo).

Pero si hay razones para suponer que los valores están influidos por el tiempo es conveniente ver al conjunto de datos como se fueron dando a través del tiempo, es decir en una serie de tiempo.

Remarcar las ventajas del cambio de variable.

Que el alumno realice la interpretación de la información.

Para entender el uso de la estacionalidad, y para que se la calcula, el ejemplo 4 es adecuado,

- 1) Destacar que una serie de tiempo es la distribución de una variable a través del tiempo medido en meses, semanas, años, etc.
- 2) Recalcar que en una serie de tiempo que tiene ciclos, al pronosticar hay que multiplicar el resultado obtenido del reemplazo en la ecuación de la recta por el índice que corresponda al período.

Práctica 5

Teniendo en cuenta que para la comprensión de algunos conceptos estadísticos, como el de probabilidad, es necesario contar con el razonamiento proporcional se diseñaron experiencias didácticas tendientes a reforzar dicho tipo de razonamiento que a su vez sirven para que los alumnos no muestren una falta de interés hacia la estadística.

El "problema" que se puede plantear para introducir el concepto de probabilidad, aprovechando los juegos de azar que fueran una de sus vertientes, es la experimentación con un dado, en forma grupal y/o individual, en clase o en sus hogares.

Se recomienda, en la última parte de la clase anterior a la dedicada al Cálculo de Probabilidades, solicitar a los alumnos que traigan dados y vasitos descartables para usar como cubiletes para llevar a cabo la experimentación.



Finalizada la misma comentar las dificultades encontradas y puntuar las características que debería haber tenido para servir de modelo (dado equilibrado, mismas condiciones en las tiradas). Se puede sugerir a los alumnos que ensayen una simulación de las tiradas usando la función Random de las calculadoras de bolsillo y/o números aleatorios en una PC con el método Monte Carlo.

Para hacer un uso más racional de los tiempos, respecto a la definición frecuencial de probabilidades, sería conveniente comenzar con un pequeño avance del tema probabilidad para que los alumnos puedan realizar, como tarea extra clase, una cierta cantidad de tiradas de un dado y anotar en una hoja, confeccionar una tabla donde luego asentarán todos los resultados obtenidos por todos y cada uno de los alumnos. Estas actividades aportarán elementos para el trabajo aúlico.

Es ventajoso que los alumnos se organicen en pequeños grupos de trabajo para realizar la tarea.

Los resultados de la “experimentación” con el dado es una contribución muy rica a nuestro quehacer pues presenta varias alternativas de trabajo, a saber:

Hallar el valor hacia el cual tiende un suceso mediante experimentación, por ejemplo, hacia qué valor tiende la probabilidad de sacar un número par al arrojar un dado un número creciente de veces. Se arriba a la definición frecuencial de probabilidad.

Determinar en forma práctica probabilidades simples y compuestas utilizando la simulación.

Utilizar la base de datos lograda en la práctica de variable aleatoria y de distribución Normal.

1) En ej. 1) no se aclaró que el dado es equilibrado para que se discuta al resolver el punto b).

2) Recién a partir del ejercicio 4 se comienza a trabajar con experimentos compuestos.

3) En los experimentos compuestos es muy importante realizar diagramas de árbol, hacerlo siempre que sea posible.

El diagrama de árbol es una forma lógica de sintetizar y analizar la información dada, muy útil y usada en teoría de juegos, en teoría de la decisión, en programación, etc.

4) El objetivo del ej. 8) es llegar a la probabilidad a través del límite de la frecuencia relativa por eso se pide el ítem g).

5) En los ej. 16 h) y 20) e) lo que se busca es que los alumnos puedan diferenciar las probabilidades conjuntas, condicionales, simples, etc. Conviene hacer alguno de ellos en clase.

Práctica 6

La introducción de los Modelos Probabilísticos a partir de los diagramas Árbol y el de Prueba de Hipótesis desde distintas perspectivas de trabajo: 1) a partir de una hipótesis de trabajo sugerida por la experiencia –una ó más muestras previas- caso típico de las carreras de ingeniería o afines. 2) como un supuesto previo a la realización de la investigación, por medio de la muestra se intenta verificar su validez.

1) En ej. 10) y 11) se pretende que se aplique la propiedad de la esperanza: $E(a.X) = a.E(X)$ y que se reconozca que los experimentos son compuestos a diferencia de los ejercicios de los que parten.

2) Realizar los diagramas de árbol siempre que los ejercicios lo permitan.

3) En algunos cursos, si el tiempo lo permite, se dará teoría de juegos como una aplicación de los conceptos de probabilidad y de variable aleatoria.

Práctica 7

El conocimiento de las distribuciones de probabilidad nos ayudará a entender cómo funcionan las distribuciones y el porqué de su utilización. Además sirven para comprender los conceptos probabilísticos de los hechos reales. Así, con sólo un poco de ejercitación se puede llegar a abarcar satisfactoriamente el concepto del manejo estadístico de la información.



Práctica 8

En el caso de la implementación en el aula de la distribución normal a partir de la investigación de su génesis y desarrollo se considera adecuado seguir los dos caminos que históricamente recorrieron sus “creadores” para lograr su modelización a saber:

- ✓ Arribar a la distribución Normal partiendo de la distribución Binomial, utilizando la experimentación en el aula para que los alumnos “revivan” el proceso real seguido por Bernoulli y por De Moivre quien en 1773 descubrió la función de densidad de probabilidad de la distribución normal como una forma límite de la función Binomial.
- ✓ Obtener la función normal a partir del estudio de los errores de medición como lo hiciera Gauss o como distribución de medidas antropométricas siguiendo a Quetelet y Galton.

El trabajo de los mentores de las teorías en su fase inicial puede capitalizarse para adaptarlo y aplicarlo con los alumnos como una experiencia didáctica diseñando actividades similares a las efectuadas por ellos que permitan la integración de la estadística con las demás disciplinas y su contextualización histórico-social.

Se buscaron ejemplos teóricos y prácticos con la idea de que los alumnos comprendan que las situaciones aleatorias no siempre son tan complejas como se podrían imaginar y se ha privilegiado la modelización de los mismos.

En esta práctica se reordenaron los ejercicios planteados teniendo en cuenta el surgimiento de los modelos de distribuciones continuas tanto por orden cronológico como el grado de complejidad de los mismos.

- 1) Se inicia con la distribución normal por ser la más sencilla, la que en un principio se pensó la que podría caracterizar a casi todos los fenómenos aleatorios que generan una variable aleatoria continua, es decir porque proviene de poblaciones bien caracterizadas.
- 2) Los ej. 1), 2) y 3) presentan los dos caminos (binomial y distribución de medidas antropométricas y de los errores de medición) por los cuales se arribó históricamente a la normal. Conviene dedicarles un poco de tiempo en clase.
- 3) En ej. 13 c) dice: ¿cuál es la probabilidad de que la producción supere a la mediana? a propósito para continuar recalcando la igualdad de la mediana y la media en la normal.
- 4) Los ej. 22) y 23) son ejemplos de la propagación de los errores de redondeo. Como al utilizar el criterio comúnmente usado (si el siguiente decimal al cual se quiere redondear es menor que 5, el anterior no se modifica y si el siguiente decimal es mayor o igual que 5, el anterior se incrementa en una unidad) se están sesgando¹ los resultados emplearemos un criterio de redondeo que no produce sesgos estadísticos (estadísticamente más exacto). La regla es: si el dígito a descartar es menor a 5, el dígito anterior no cambia, si el dígito a descartar es mayor a 5, se le suma 1 al número anterior y finalmente si el dígito a descartar es igual a 5, se le suma 1 al número anterior si es impar y no se cambia si es par. Ejemplos: 3,335 y 3,345 se redondean 3,34.
- 5) En los ej. 27), 28) y 29) se destaca la relación existente entre las distribuciones de Poisson y Exponencial. En los siguientes se presenta a la exponencial como modelo para estudiar procesos donde entran en juego la variable vida útil o tiempo de vida de distintos dispositivos.

Práctica 9

Es importante destacar que:

- 1) si bien los estadísticos muestrales son únicos para cada muestra, varían de una muestra en otra, por ello son variables aleatorias (siempre y cuando las muestras hayan sido seleccionadas aleatoriamente).

¹ El problema está en si la última cifra donde se realiza el redondeo es el número 5 como se puede apreciar en el siguiente ejemplo: dados los números 3,85 y 4,15 donde $3,85 + 4,15 = 8$; si se los redondea usando el criterio anterior se transformarían en 3,9 y 4,2 donde $3,9 + 4,2 = 8,1$.



- 2) La distribución normal que poseen tanto el promedio muestral como la proporción muestral cuando el tamaño de la muestra es grande (mayor a 30) es lo que va a permitir la utilización de los estadísticos de prueba para poder hacer inferencias.
- 3) Si no se cumplen las condiciones del teorema central del límite (TCL) válido para la media muestral y generalizable para la proporción, la inferencia clásica no es posible.

Práctica 10

- 1) En los ej. 2 b), 4 b) y 5 b) se sigue haciendo hincapié en el TCL, es necesario que la distribución de la variable sea normal para poder aplicar el estadístico Z o el T.
- 2) Tener en cuenta que, partiendo de la base del cumplimiento de los supuestos del TCL, si se desconoce el desvío poblacional y se quiere estimar por intervalos es conveniente usar la T siempre que sea posible sólo aproximar a la Z en caso de ser imposible usar la tabla T y que la muestra sea muy grande, las dos distribuciones se asemejan recién con $n > 200$.
- 3) La información brindada por estudios previos suele tomarse como información poblacional. Esto se puede usar en los ej. 9) y 10).

Práctica 11

En todo momento es conveniente recalcar que no hay certezas en las conclusiones de las pruebas de hipótesis estadísticas por lo cual es conveniente el uso del tiempo potencial

El ej. 18 remarca lo que se puntualizara en la práctica 1, es conveniente encarar algunos ejemplos de las matrices de datos de los anexos.

En las pruebas de hipótesis para la varianza, sólo las conclusiones pueden extenderse al desvío. Es decir que no existe por sí misma una prueba para el desvío.

Práctica 12

En la práctica de análisis de regresión y de correlación se ha tenido en cuenta la herramienta tecnológica con que se cuenta actualmente por eso en casi todos los ejercicios se han incluido los resultados obtenidos con el programa Excel para los análisis de regresión –correlación remarcando la forma de interpretar los resultados suministrado por ese u otro programa.

Por lo tanto se pide la interpretación de los coeficientes de ambos análisis. Tener en cuenta que el coeficiente de la regresión es b (la pendiente de la recta)



2- Producción Científico – Tecnológica

Publicaciones

Título: “Estadística. Guía de ejercicios 2008”.
Autores: Integrantes del grupo de investigación
ISBN: 978-987-9495-70-4
Editorial: Universidad Nacional de La Matanza

Revista digital: RINCE. Revista de Investigaciones del Departamento de Ciencias Económicas de la UNLaM
Año 2007, Volumen 1 Nro 1

Título: “Génesis y Evolución Histórica de la Probabilidad y Estadística”
Autores: Angel, Fernández, Polola
ISSN: 1851-3239

Título: “Génesis y Evolución Histórica de los Conceptos de Probabilidad y Estadística como Herramienta Metodológica. Un caso particular en la Enseñanza Universitaria”
Autores: María Eugenia Ángel - Graciela Fernández - Laura Polola
Colaboradores: Miriam Ecalte - Silvia Brunetti - Liliana Pagano
NotiUMA. Volumen 43. Pág 347. Diciembre 2007

Presentación en congresos y reuniones científicas

Evento: XXX Reunión de Educación Matemática
Fecha: 18/09/2007

Título: “Génesis y Evolución Histórica de los Conceptos de Probabilidad y Estadística como Herramienta Metodológica. Un caso particular en la Enseñanza Universitaria”
Autores: María Eugenia Ángel - Graciela Fernández - Laura Polola
Colaboradores: Miriam Ecalte - Silvia Brunetti - Liliana Pagano



3- Protocolo

Comisión Evaluadora y de Seguimiento
 de Trabajos de Investigación

CODIGO...129.....

1. PROYECTO DE INVESTIGACION

Título del proyecto:
 **LA HISTORIA COMO EJE METODOLÓGICO PARA**
 **EL TRATAMIENTO DE CONCEPTOS ESTADÍSTICOS EN EL AULA**

Unidad Ejecutoria: Univ. Nac. de La Matanza
 Departamento: Ciencias Económicas
 Carrera, Cátedra, etc.: Estadística
 Grupo de investigación:
 Dirección: Florencio Varela 1903 – San Justo. Cod. Postal: 1754. Tel.: 4480-8954

Investigadores Miembros del Equipo :
 Nombre y apellido : Graciela Fernández
 Nombre y apellido : Laura Polola
 Nombre y apellido : Enrique Borgna
 Nombre y apellido : Miriam Ecale
 Nombre y apellido : Liliana Pagano
 Nombre y apellido : Silvia Brunetti

Director y Subdirector :
 Nombre y apellido : María Eugenia Ángel
 Título: Profesora de Matemática Legajo UNLM : 511
 Categoría Docente: Profesor Titular Dedicación : Exclusiva
 Dirección Particular : Av. Rivadavia 13230 Ramos Mejía. Tel. : 4658-2286

RESUMEN :
 A partir del relevamiento histórico y de la metodología de trabajo en el aula efectuados en la investigación “Génesis y evolución histórica de los conceptos de Probabilidad y Estadística como herramienta metodológica” realizada previamente, se abordará esta investigación en la que se diseñarán, implementarán y evaluarán metodologías para desarrollar diferentes conceptos particulares del área. La implementación y evaluación del diseño se llevará a cabo en comisiones de alumnos previamente seleccionadas de la cátedra de Estadística del Departamento de Ciencias Económicas de la UNLaM. El diseño metodológico para cada tema seleccionado previsto contemplará propuestas de enseñanza teórica apoyadas en la construcción de una red conceptual basada en el desarrollo histórico de los conceptos que la conforman, planteo de actividades prácticas desde situaciones concretas utilizando el tratamiento conceptual como soporte y finalmente la evaluación conceptual y técnica afín al enfoque en el cual se enmarca este diseño.



PLAN DE INVESTIGACION

En la investigación previa se planteaba como cuestionamiento si *“la génesis y evolución de los conceptos pueden ser ejes que guíen la construcción de un diseño metodológico para la enseñanza de esta ciencia que redunde en beneficio del verdadero aprendizaje”*

Si bien se analizó la génesis y evolución histórica de los conceptos, se construyó una metodología de enseñanza de esta ciencia bajo el supuesto de que redundará en beneficio del verdadero aprendizaje, aún falta la verificación de este supuesto.

Esta verificación se llevará a cabo en aquellos contenidos de la asignatura que resulten adecuados para su mejor evolución metodológica.

Por tal motivo podemos definir los objetivos para la presente investigación como sigue:

Objetivo

El objetivo general es diseñar, implementar y evaluar una metodología de enseñanza basada en el desarrollo histórico de los conceptos estadísticos seleccionados.

Objetivos operacionales

- Seleccionar los conceptos más adecuados a tratar.
- Diseñar una metodología respectiva para cada concepto seleccionado siguiendo los lineamientos ya plasmados en el trabajo anterior.
- Elaborar el material didáctico para la implementación
- Implementar la metodología de trabajo concluyendo este proceso con la evaluación de los aprendizajes.
- Evaluar la metodología de trabajo a partir del análisis de los resultados obtenidos.

Etapas del proceso de investigación

- 1- Identificación y clasificación de los conceptos a trabajar.
- 2- Ampliación del material bibliográfico recopilado en la investigación previa.
- 3- Análisis y procesamiento del material bibliográfico.
- 4- Adecuación de la metodología a cada concepto a tratar mediante:
 - * Selección de objetivos a cumplir
 - * Búsqueda de estrategias de trabajo en el aula a partir de la experimentación y la simulación
 - * Diseño de actividades
- 5- Confección de guías de trabajos para el docente y para el alumno que contemplen situaciones problemáticas disparadoras, experiencias directas, problemas integradores
- 6- Elaboración de las evaluaciones de los aprendizajes logrados.
- 7- Selección de grupos piloto de alumnos para la implementación de la metodología.
- 8- Puesta en marcha de la metodología en los grupos seleccionados.
- 9- Análisis de los resultados obtenidos por los alumnos participantes.
- 10- Contraste de los resultados obtenidos en los grupos piloto y el resto.
- 11- Análisis de los resultados generales.
- 12- Conclusiones.



Cronograma de actividades:

El siguiente es un cronograma del tiempo estimado para las distintas actividades o etapas a realizar:

Actividad	Tiempo estimado en meses
1- Identificación y clasificación de los conceptos a trabajar.	1
2- Ampliación del material bibliográfico recopilado.	2
3- Análisis y procesamiento del material bibliográfico.	1
4- * Selección de objetivos a cumplir	2
* Búsqueda de estrategias de trabajo en el aula.	2
* Diseño de actividades	2
5- Confección de guías de trabajos.	2
6- Elaboración de las evaluaciones de los aprendizajes logrados.	2
7- Selección de grupos piloto de alumnos.	1
8- Puesta en marcha de la metodología en los grupos seleccionados.	4
9- Análisis de los resultados.	2
10- Contraste de los resultados obtenidos.	1
11- Análisis de los resultados generales.	1
12- Conclusiones.	1

DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN A TRAVÉS DEL TIEMPO (EN MESES)

ACTIVIDAD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
1- Identif. de conceptos	■																								
2- Ampliación bibliografía.		■	■																						
3- Análisis bibliográfico.				■																					
4- Selección objetivos.					■	■																			
Búsqueda de estrategias..							■	■																	
Diseño actividades.									■	■															
5- Confección de guías.											■	■													
6- Elab. de evaluaciones													■	■											
7- Selección de grupo piloto.															■										
8- Puesta en marcha de la met.																■	■	■	■						
9- Análisis de resultados.																				■	■				
10- Contraste.																						■			
11- Análisis de resultados gen.																							■		
12- Conclusiones																									■



4- Bibliografía consultada

- Batanero, Carmen. “Los retos de la cultura estadística”. Congreso de Estadística. Caseros, Argentina, 2003
- Batanero, Carmen. *Didáctica de la Estadística*. GEEUG (Grupo de Educación Estadística Universitaria de Granada). Publica: Grupo de Investigación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Granada. 2001.
- Boyer, Carl B. *—El cálculo de probabilidades*, Historia de la Matemática, Alianza Universidad textos, Madrid, 1996
- Ferreiro, Osvaldo y Fernández de la Reguera, Pedro, *La estadística, una ciencia de la controversia*, Artículo publicado en la Revista Universitaria N° 25 del Instituto de Matemáticas y Física .Universidad de Talca. Chile. (1988)
- Gil Daniel, Pessoa Anna y otros (1994): *Formación del profesorado de las ciencias y la Matemática: tendencias y experiencias innovadoras*. Ministerio de Cultura y Educ. - OEI. Ed. Popular, España.
- Godino, Juan D.. “Investigaciones sobre Fundamentos Teóricos y Metodológicos de la Educación Matemática”. Grupo de Investigación: Teoría y Métodos de investigación en Educación Matemática. Dirección: Juan D. Godino. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Granada, Octubre de 2003.
- Godino, J. D. & Batanero, C. (1996): *Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education*. In: A. Sierpiska (Ed.), What is Research in Mathematics Education, and What Are its Results? Dordrecht: Kluwer A. P. (in press).
- Guzmán, Miguel de, *Juegos matemáticos en la enseñanza*, Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, IV JAEM 1984, Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas "Isaac Newton".
- Guzmán, Miguel de, *Enfoque heurístico de la enseñanza de la matemática*, Aspectos didácticos de matemáticas 1 (1985), Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Univ. de Zaragoza.
- Guzmán, Miguel de, *Aventuras Matemáticas* (Labor, Barcelona, 1986)
- Guzmán, Miguel de, *Enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas*. Esquema de un curso inicial de preparación, Aspectos didácticos de matemáticas 2 (1987) Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, 52-75.
- Guzmán, Miguel de, *Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática*, Studia Pedagógica. Revista de Ciencias de la Educación, 21 (1989),19-26.
- Guzmán, Miguel de, *Para pensar mejor* (Labor, Barcelona, 1991)
- Hacking, Ian. *La Domesticación del azar*. Editorial Gedisa, Barcelona, España, 1995.
- Hernández Fernández, Herminia; Delgado Rubí, Juan Raúl; Fernández de Alaiza, Bertha; Valverde Ramirez, Lourdes y Rodríguez Hung, Teresa. *Cuestiones de Didáctica de la*



- Matemática. Conceptos y procedimientos en la Educación Polimodal y Superior. Serie educación.* Homo Sapiens Ediciones, Rosario, Argentina, febrero de 1998.
- Holmes, P. (2002). *Some lessons to be learnt from currículo developments in stadistics.* En B. Philips (Ed.) *Proceedings of the Sixth internacional Conference on Teaching of Statistics.* Ciudad del Cabo: IASE. CD.
 - Kasner, Edward; Newman, James (1985): *Matemáticas e imaginación.* Hyspamérica Ediciones. Colección Jorge Luis Borges – Biblioteca personal. Bs. As.
 - Kasner, Edward; Newman, James (1985): *Matemáticas e imaginación.* Hyspamérica Ediciones. Colección Jorge Luis Borges – Biblioteca personal. Bs. As.
 - Kreyszig, Erwin. *Introducción a la Estadística Matemática. Principios y métodos.* EDITORIAL LIMUSINA, S.A. México, Quinta reimpresión, 1981.
 - Le Lionnais, F. y colaboradores- *Las corrientes del pensamiento matemático,* EUDEBA, Bs As, 1962.
 - Mandelbrot Benoit- *Del azar Benigno al azar salvaje-* Investigación y Ciencia, diciembre 1996.
 - Newman, James R. Sigma. *El mundo de las matemáticas.* Ed. Grijalbo-Mondadori. 1997. (Reedición)
 - Rey Pastor y Babini- *Historia de la Matemática.* Ed. Gedisa. Barcelona. 1980
 - Polya G. (1995): *Como plantear y resolver problemas.* Ed. Trilla. México. Decimonovena impresión.
 - Pozo, José I. (1993): *Comprender y transformar la enseñanza.* Ed. Morata. Madrid.
 - Santaló Luis A.; Gálvez, Grecia; Charnay, Roland; Brousseau, Guy; Lerner, Delia y Sadosky, Patricia. Parra, Cecilia y Saiz, Irma (compiladoras). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones.* Editorial Paidós Educador. Argentina. 5ta reimpresión, 1997.
 - Santaló, L.A., *Enseñanza de la matemática en la escuela media* (Docencia, Buenos Aires, 1981)
 - Santaló, L.A., *La educación matemática, hoy* (Teide, Barcelona, 1975)
 - Serrano Romero, Luis; Batanero Bernabeu Carmen y Ortiz de Haro, Juan J. “*Interpretación de enunciados de probabilidad en términos frecuenciales por alumnos de bachillerato*”. *Suma*, 22, 43-50, 1996.
 - Schoenfeld, Alan H. (1985): *Ideas y Tendencias en la Resolución de Problemas.* Publicado por la Olimpiada Matemática Argentina. Separata del libro “La enseñanza de la matemática a debate”, publicado por el Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid. - Toranzos, Fausto I. “*Teoría Estadística y Aplicaciones*”. Ediciones Macchi. 1997